

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра естественно-научных дисциплин

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

для студентов первого курса (II семестр)
факультета технологий управления
и гуманитаризации

М и н с к 2 0 0 4

УДК 517. 2/3 (076.1) (075.8)

ББК 22. 161. 1 я 7

Т 43

Работа содержит два типовых расчета (ТР) по темам «Неопределенный, определенный и двойной интегралы», «Дифференциальные уравнения», предусмотренные рабочими программами для студентов 1-го курса (II семестр) факультета ТУГ.

ТР состоят из теоретических вопросов, теоретических упражнений и задач. Теоретические вопросы и упражнения являются общими для всех студентов и отражают объем знаний, необходимый для выполнения ТР. Вопросы предназначены для самоконтроля, и ответы на них в отчет о выполнении ТР не включаются. Упражнения имеют целью неформальное усвоение вопросов теории и целостное ее восприятие. Обоснованные ответы по теоретическим упражнениям даются студентами в письменной форме, как и решения задач, условия которых индивидуальны для каждого студента.

Составители:

З.М.Алейникова, М.Н.Покатилова, А.Ф.Шидловская

Рецензент Т.С.Яцкевич

© З.М. Алейникова, М.Н. Покатилова,
А.Ф. Шидловская, составление, 2004

Типовой расчет № 1

ИНТЕГРАЛЫ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Определение первообразной и неопределенного интеграла.
2. Простейшие свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица интегралов.
4. Методы интегрирования.
5. Классы интегрируемых функций.
6. Определенный интеграл – определение, основные свойства и геометрический смысл.
7. Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной под знаком определенного интеграла.
9. Интегрирование по частям под знаком определенного интеграла.
10. Несобственные интегралы.
11. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление длин дуг с помощью определенного интеграла.
13. Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.
14. Определение двойного интеграла. Его свойства.
15. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному.
16. Вычисление с помощью двойного интеграла площадей плоских фигур, объемов тел, массы плоской пластины.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Доказать, что если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$
2. Доказать, что если $f(x)$ – четная функция, то $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$,
а если $f(x)$ – нечетная функция, то $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

3. Доказать, что если функция $f(x)$ периодическая с периодом T , то

$$\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_a^T f(x)dx.$$

4. Пусть $f(x)$ непрерывная убывающая на $[a, b]$ функция, где $a < b$.

Доказать, что $(b-a)f(b) < \int_a^b f(x)dx < (b-a)f(a)$.

5. При каких значениях k сходится интеграл $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^k x} dx$?

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \arctg x dx; \int (x^2 + 1)e^{x^3+3x+1} dx; \int \sin^5 x \cos^2 x dx; \int \frac{3x-1}{x^2+4x-5} dx;$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx; \int \frac{x^3+2x^2+1}{x^3-4x} dx; \int \frac{3x-1}{(x+2)^5} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы: $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; $\int_0^1 x e^{-x} dx$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx; \int_2^3 \frac{dx}{(x-2)^3}.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 4x - x^2; y = -x.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями:

$$D: y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3.$$

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: x = 0, y^2 = 1 - x, \mu = 2 - x - y.$$

Вариант 2

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx; \int \frac{1}{\operatorname{sh} x} dx; \int \operatorname{tg}^3 x dx; \int \frac{3x+2}{\sqrt{x^2-2x+3}} dx; \int \frac{\arcsin x - x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$
$$\int \frac{x^5 + 4x + 1}{x(x^2 - 1)} dx; \int x^2 \sin x dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^9 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx; \int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_{-\infty}^1 x e^{-x^2} dx; \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y = 2x - x^2.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D x(2x + y) dx dy$, по области D , ограниченной линиями: $D : y = 1 - x^2, y \geq 0$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D : \sqrt{x}, \quad y = x, \quad \mu = 2 - x - y.$$

Вариант 3

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}; \quad \int \frac{5x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx; \quad \int \frac{\ln(\operatorname{arctg} x)}{1+x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}} dx;$$

$$\int \frac{x-1}{x(x+1)(2x+1)} dx; \quad \int \frac{\ln^2 \operatorname{tg} 3x}{\sin 6x} dx; \quad \int \sin^4 x dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx; \quad \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_1^3 \frac{dx}{x \ln x}.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 4x + 3, y = x + 3.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y(1-x) dx dy$, по области D , ограниченной линиями $D: y^3 = x, y = x$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: y = x^2 - 1, y = 1, \mu = 3x^2 + 2y^2 + 1.$$

Вариант 4

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sqrt[3]{x+4}}{1+\sqrt[3]{x+4}} dx; \int \frac{dx}{5+4\sin x}; \int \frac{x^3}{1+x^8} dx; \int \frac{\sin^3 x \cos x}{(\sin x - 1)^2} dx;$$

$$\int x e^{3x} dx; \int \frac{dx}{\sqrt{5-2x-3x^2}}; \int \frac{x^3-2}{x^3-x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx; \int_1^3 \ln x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_{-\infty}^0 e^{-2x} dx; \int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$xy = 1, \quad y = x, \quad y = 2x.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy^3 dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y^2 = 1 - x, \quad x \geq 0$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: x = 1, \quad y = 0, \quad y = x, \quad \mu = x^2 + 2y^2 + 10.$$

Вариант 5

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \ln^2 x dx; \quad \int \frac{1 + \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; \quad \int \frac{dx}{2x^2 + 6x - 3}; \quad \int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx;$$

$$\int \frac{\sin^4 x}{\cos^8 x} dx; \quad \int \frac{x-1}{x^4 + x^3 - 2x^2} dx; \quad \int \frac{x^5}{(x^3 + 1)^2} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2}\sqrt{4-x^2}} dx, \quad \int_0^\pi x \sin x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^\infty 5^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^2}; \quad \int_{-2}^2 \frac{e^{\sqrt{x+2}}}{\sqrt{x+2}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = e^{-x}, \quad y = e^x, \quad x = 2.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D x(y+5)dx dy$, по области D , ограниченной линиями $D: y = x + 5, x + y + 5 = 0, x \leq 0$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины:

$$D: y = 0, \quad y = 2x, \quad x + y = 6, \quad \mu = x^3.$$

Вариант 6

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sqrt{2x-1}}{x} dx; \quad \int \sin^2 x \cos^4 x dx; \quad \int \frac{3x-1}{x^2(x-2)} dx; \quad \int \frac{2x-1}{(2x+3)^4} dx;$$

$$\int x^3(1-x^4)^5 dx; \quad \int \sin(\ln x) dx; \quad \int \frac{4x}{x^2+3x+3} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{1+x}}; \quad \int_0^2 x 5^x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}; \quad \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x + 1)^2, \quad x + y = 1, \quad y = 0.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x - y) dx dy$; по области D , ограниченной линиями $D : y = x^2 - 1, y = 3$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины:

$$D : x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad \mu = 4 - x^2.$$

Вариант 7

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 - 3x} dx; \quad \int 3^{3^x + x} dx; \quad \int \frac{\sqrt[3]{x} - \ln x}{x} dx; \quad \int \frac{\ln x}{x^2} dx;$$

$$\int \frac{(1 - \sqrt[6]{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\int \frac{7x - 2}{x^2 + 2x + 6} dx; \quad \int \cos^7 x dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^5 \frac{\sqrt{2x-1}}{x} dx; \quad \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{x}{\sin^2 x} dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}; \quad \int_{-1}^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{8}{4 + x^2}, \quad y = \frac{x^2}{4}.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y)y^2 dx dy$ по области D , ограниченной линиями: $D: y = 3x^2, y = 3$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: y = x^2, \quad y = 2, \quad \mu = 2 - y.$$

Вариант 8

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \operatorname{tg}^6 x dx; \quad \int \frac{3x + 4}{\sqrt{x^2 + 7x + 14}} dx; \quad \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx; \quad \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx;$$

$$\int \sqrt{9 - x^2} dx;$$

$$\int \frac{2x - 1}{x^3 + x} dx; \quad \int \frac{\ln^3 \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx; \quad \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}; \quad \int_0^{\pi/4} \operatorname{ctg} x dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 1 + \cos x, \quad x = 0, \quad y = 0.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy^2 dx dy$ по области D , ограниченной линиями:

$$D: y = x, \quad y = 0, \quad x = 1.$$

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: x = 0, \quad y = 0, \quad x + y = 1, \quad \mu = x^2 + y^2.$$

Вариант 9

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x(x^2 + 2x + 5)} dx; \quad \int \operatorname{ctg}^5 x dx; \quad \int \operatorname{ctg} x \ln(\sin x) dx; \quad \int \frac{x}{\cos^2 x} dx;$$

$$\int \frac{\ln^5 \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx; \quad \int \frac{5x - 7}{\sqrt{9 - x^2 - 8x}} dx; \quad \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x + 1}}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx; \quad \int_1^{\ell} \ln^2 x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_0^{\infty} e^{-x} dx; \quad \int_1^3 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 6x - 5, \quad y = 0, \quad x = 0.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^3 + y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: x + y = 1, x + y = 2, x \leq 1, x \geq 0$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: y = x^2 + 1, \quad x + y = 3, \quad \mu = 4x + 3y + 2.$$

Вариант 10

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sqrt[3]{x-1} + 1}{\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-1}} dx; \quad \int \frac{x^3 + x + 2}{(x-3)(x-4)} dx; \quad \int \frac{1}{x(3 - \ln x)} dx;$$
$$\int \frac{\cos^4 x}{\sin^6 x} dx; \quad \int \frac{\ln \cos x}{\sin^2 x} dx;$$
$$\int \frac{4x-1}{\sqrt{9-2x-x^2}} dx; \quad \int \frac{x-2}{(2x+1)^3} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx; \int_0^{\sqrt[3]{3}} \arctg x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \int_0^2 \frac{1}{x^3} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2, \quad y = \sqrt{2} - x, \quad y = 0.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy^3 dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = x^3, y \geq 0, y = 4x$

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: y = x^2 - 1, \quad x + y = 1, \quad \mu = 2x + 5y + 8.$$

Вариант 11

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3} dx; \int \cos^5 x \sqrt[3]{\sin x} dx; \int x^2 7^{x^3-1} dx;$$
$$\int \frac{x^9}{(x^5 - 1)^2} dx; \int e^x \cos x dx;$$
$$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{x(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x})} dx; \int \frac{6x^2 + 3x - 1}{x^3 - x^2 + 5x - 5} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx; \quad \int_0^{\pi^2} \cos\sqrt{x} dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx; \quad \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

4. С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$xy = 1, \quad x = \sqrt{y}, \quad y = 2.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^3 + 3y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: x + y = 1; y = x^2 - 1, x \geq 0$.

6. Вычислить массу фигуры $D: y^2 = x, x = 3, \mu = x$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 12

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx; \quad \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x}} dx; \quad \int x^2 3^x dx; \quad \int 3^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^2};$$

$$\int \frac{dx}{3 - \sin x + 2\cos x};$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{8 - 3x - 2x^2}}; \quad \int \frac{x^7}{(x^4 + 1)^3} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx; \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}; \int_0^3 \frac{1}{3-x} dx.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x + 3$, $y = x^3$, $y = 0$, с помощью определенного интеграла.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = \sqrt{x}$, $x + y = 2$.

6. Вычислить массу фигуры $D: x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$, $\mu = x^2$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 13

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx; \int x^2 \sqrt[5]{1 + 3x^3} dx; \int \sin x \ln(\cos x) dx;$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx; \int \frac{x^5}{(x^3-1)^2} dx;$$

$$\int \frac{5x-3}{15-10x-5x^2} dx; \int \frac{dx}{1+x^3}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx; \int_0^1 x e^{3x} dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_2^{\infty} \frac{x}{x^2-1} dx$; $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2$, $y = -x + \sqrt{2}$, $x = 0$ с помощью определенного интеграла.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = x$, $xy = 1$, $y = 2$.

6. Вычислить массу фигуры $D: x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y = 6$, $\mu = \frac{y^2}{2}$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 14

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{-x+2}{2x^2-4x+6} dx; \int \frac{dx}{\cos^2 x + 4\sin^2 x}; \int \frac{3x+2}{x(x+1)^3} dx;$$

$$\int \sin \sqrt{x} dx; \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\int x^2 \sin(x^3) dx; \int 2^{2^x+x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{(4x+1)\sqrt{x}}; \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x}$; $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$ dx

или доказать их расходимость.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2$, $y = 0$, $y = 6$, $x = 3\sqrt{2}$ с помощью определенного интеграла.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y(1+x^2) dx dy$ по области D ,

ограниченной линиями $D: y = x^3$, $y = 3x$

6. Вычислить массу фигуры $D: x=0$, $y=1$, $y=x$, $\mu = x^2 + 2y^2$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 15

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx; \int \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 4x + 5} dx; \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}} dx;$$

$$\int x \cos x dx; \int \frac{\sqrt[3]{\arctg x} - x}{1 + x^2} dx;$$

$$\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx; \int \frac{4x + 3}{(2x + 1)^6} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{5+4x}} dx; \int_0^1 (\arcsin x)^2 dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_0^{\infty} e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $xy = 8$, $x = 6$ с помощью определенного интеграла.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y^2(1+2x) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: x = 2 - y^2, x = 0$.

6. Вычислить массу фигуры $D: y = x, y = -x, y = 1, \mu = \sqrt{1-x}$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 16

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x dx}{x^2 - 4x - 1}; \int \frac{x + 3\sqrt{1-x^2}}{x\sqrt{1-x^2}} dx; \int \arcsin 2x dx; \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx;$$
$$\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$\int \frac{dx}{\sin x + 1}; \int \frac{2x^2 - x + 1}{(x-1)(x^2 + 1)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx; \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 7}$; $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = 4$ с помощью определенного интеграла.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D e^y dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$.

6. Вычислить массу фигуры $D: x = 0$, $y = 2x$, $x + y = 2$, $\mu = 2 - x - y$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 17

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x+1}{x^2-6x+3} dx; \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx; \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx;$$

$$\int \frac{dx}{1-\sin x}; \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x}}{6\sqrt{x}} dx;$$

$$\int \frac{\cos^2 x \sin x}{(\cos x - 1)^3} dx; \int \frac{3x^2 + x + 2}{(x+1)(x^2+1)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^5 \sqrt{x-1} dx; \int_0^1 \operatorname{arcsin} x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги кривой $y^2 = x^3$ от начала координат до точки $A(4,8)$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ по области D ,

ограниченной линиями: $D: y = x^2, y^2 = x$.

6. Вычислить массу фигуры $D: x = 1, x = y^2, \mu = 4 - x - y$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 18

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int x^2 e^{-x} dx; \int \frac{x+6}{x^2+4x-2} dx; \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx;$$

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}x}; \int \frac{1}{x+\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\int \frac{dx}{2+3\cos x}; \int \frac{x^2+x+1}{(x-3)(x^2+4)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_9^{16} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx; \int_0^1 x e^x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$; $\int_1^{3,5} \frac{dx}{2x - 7}$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить периметр фигуры, ограниченной линиями

$$x^2 = (y+1)^3 \text{ и } y = 4.$$

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy^2 dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = x^2, y = 2x$.

6. Вычислить массу фигуры $D: y = 0, x^2 = 1 - y, \mu = 3 - x - y$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 19

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x}{x^2 + 6x - 1} dx; \int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}; \int x \ln(x+1) dx; \int \frac{dx}{x+1 + \sqrt[3]{x+1}}; \int \frac{\operatorname{tg}^3 x + 1}{\cos^2 x} dx;$$

$$\int \frac{dx}{1 - 3 \sin x}; \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + x - 2} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx; \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$; $\int_1^2 \frac{dx}{3x - 6}$ или

доказать их расходимость.

4. Вычислить длину цепной линии $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ между точками с абсциссами $x = -a$ и $x = a$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x+y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y^2 = x, y = x$.

6. Вычислить массу фигуры $D: y = x^2, y = 4, \mu = 3x + 2y + 6$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 20

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x-1}{x^2+2x-4} dx; \int \frac{3x+1}{(x+1)^4} dx; \int x 5^x dx; \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-9}}; \int x \sqrt{x^2+2} dx;$$

$$\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x}; \int \frac{x-1}{(x+2)(x-4)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_1^{\infty} \ln x dx; \int_4^5 \frac{1}{\sqrt{x-4}} dx$ или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги $y = \ln \sin x$ от точки с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ до точки $x = \frac{\pi}{2}$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^3 - 2y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $D: y = x^2 - 1, x \geq 0, y \geq 0$.

6. Вычислить массу фигуры $D: y = x^2, y^2 = x, \mu = 2x + 5y + 10$ с помощью двойного интеграла.

Вариант 21

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x+1}{x^2-6x+2} dx; \int \frac{\operatorname{Intg} x}{\sin x \cos x} dx; \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx; \int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx; \int \operatorname{tg}^4 x dx;$$

$$\int \frac{3x-6}{(x-1)^2(x+1)} dx; \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx; \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x-1}; \int_1^2 \frac{dx}{x^2-5x+6}$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \cos x$ между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = a (0 < a < \pi/2)$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (y-x) dx dy$ по области D , ограниченной линией $D: y = x, y = x^2$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: x = 0, y = 0, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}, \mu = x$$

Вариант 22

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{3x+1}{x^2-4x+6} dx; \int \frac{\sqrt{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}} dx; \int x^2 e^{x^3} dx; \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} dx; \int \frac{1+\sin^4 x}{\cos^6 x} dx;$$
$$\int \frac{\ln^5 \operatorname{tg} x}{\sin x \cos x} dx; \int \frac{x^3+x^4-8}{x^3-4x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx; \int_0^{\pi/2} x \sin x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_2^{\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx; \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 0,5a \left(e^{x/a} + e^{-x/a} \right)$ между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = a$ ($0 < a < \pi/2$).

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1+y) dx dy$ по области D , ог-

раниченной линией $D: y^2 = x, \quad 5y = x$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины

$$D: x = 2, \quad y = x, \quad y = 3x, \quad \mu = 2x^2 + y^2.$$

Вариант 23

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{4x-7}{(2x+1)^6} dx; \int x \operatorname{arctg} x dx; \int \frac{3x-4}{x^2-10x+1} dx; \int \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx;$$

$$\int \frac{dx}{x \ln x}; \int \frac{7x - 15}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx; \int \frac{1 - \sin^6 x}{\cos^8 x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{e^2} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx; \int_1^e \ln x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}; \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \text{ или доказать их расходимость:}$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = -x^2 + 4$ между точками ее пересечения с осью OX .

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$ по области D , ог-

раниченной линией $D: y = x^2 - 1, y = 1 - x^2$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D: y = x, y = x^2, \mu = 2x + 3y$.

Вариант 24

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 6x + 1} dx; \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx; \int \ln(x^2 + 1) dx; \int \frac{dx}{x \ln^2 x}; \int x^3 \sqrt{a + x} dx;$$

$$\int \sin^4 x \cos^2 x dx; \int \frac{x}{(x+2)(x^2+1)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx; \int_1^e \ln^3 x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$; $\int_1^{\frac{5}{3}} \frac{dx}{3x - 5}$

или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln(1 - x^2)$ между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = \frac{1}{3}$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D x(y - 1) dx dy$ по области D , ограниченной линией $D : y = 5x, y = x, x = 3$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D : x = 0, y = 0, x + 2y + 2 = 0, \mu = x$.

Вариант 25

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{dx}{x \cos^2(1 + \ln x)}; \int x^2 \ln(x^3 + 1) dx; \int \frac{3x - 8}{x^2 - 10x - 2} dx; \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}; \int \operatorname{sh}^3 x \operatorname{ch} x dx;$$

$$\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx; \int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_{-1}^4 \frac{x}{\sqrt{x + 5}} dx; \int_1^2 x \log_2 x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln(x - 1)}; \int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 + x^2$ между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = \sqrt{2}/4$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x - 2)y dx dy$ по области D , ограниченной линией $D : y = x, y = \frac{1}{2}x, x = 2$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D : x = 0, y = 0, x + 2y = 1, \mu = 2 - (x^2 + y^2)$.

Вариант 26

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + x + 1}}; \int \frac{x^3}{(x^2 - 1)^2} dx; \int (\arcsin x - \arccos x) dx; \int \frac{x + \sqrt{1 + x}}{\sqrt[3]{1 + x}} dx;$$

$$\int \sqrt[5]{x^3 + 1} x^2 dx; \int \cos^4 x dx; \int \frac{x - 4}{(x - 2)(x^2 + 1)} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_2^{\pi/3} \cos^2 x dx; \int_0^1 x^2 e^x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x + 1)}$; $\int_{-2}^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ или доказать их расходимость.

4. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln x$ между точками с абсциссами $x = 1$ и $x = \sqrt{3}$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$ по области D , ограниченной линией $D : y = x, y = 8, y = 0, x = 3$.
6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D : x = 0, y^2 = 1 - x, \mu = 2 - x - y$.

Вариант 27

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{3x^2 - 3x + 4}{(x^2 + 2)(x - 3)} dx; \int \frac{x^8}{(x^3 + 1)^2} dx; \int \frac{\ln \cos x}{\sin^2 x} dx; \int \sin^3 x dx; \int (x + 2) \sqrt[3]{x + 1} dx;$$

$$\int (e^x + 1)^{10} e^x dx; \int \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_{-2}^1 \frac{x}{\sqrt{x + 3}} dx; \int_1^9 \sqrt{x} \ln x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 8}$; $\int_1^3 \frac{dx}{(x - 3)^4}$ или доказать их расходимость.

4. Фигура, ограниченная параболой $y = \sqrt{x}$ и $x = \sqrt{y}$ вращается вокруг оси абсцисс. Вычислить объем тела, которое при этом получается.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D x(2x + y) dx dy$ по области D , ограниченной линией $D : y = 1 - x^2, y \geq 0$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D : \sqrt{x}, y = x, \mu = 2 - x - y$.

Вариант 28

1. Найти данные неопределенные интегралы:

$$\int \frac{3x-4}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx; \int \frac{x+\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \int x^2 \sqrt{x+1} dx; \int \frac{x}{(x^4+2)^2} dx;$$
$$\int \cos x (\sin^3 x + 1) dx; \int \frac{2x^2+x+9}{(x+1)(x^2+4)} dx; \int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx; \int_1^e x^3 \ln x dx.$$

3. Вычислить несобственные интегралы $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4}$; $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{2x-3}$ или

доказать их расходимость.

4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $2x + y = 8$, вокруг оси OX .

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y(1-x) dx dy$ по области D ,

ограниченной линией $D: y^3 = x, y = x$.

6. С помощью двойного интеграла вычислить массу неоднородной пластины $D: y = x^2 - 1, y = 1, \mu = 3x^2 + 2y^2 + 1$.

Типовой расчет № 2

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение дифференциального уравнения, его общего и частного решений.

2. Как формулируется задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка? В чем ее геометрический смысл?

3. Дать определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Как интегрируются такие уравнения?

4. Какое уравнение называется однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка? Как его свести к уравнению с разделяющимися переменными?

5. Указать общий вид линейного дифференциального уравнения 1-го порядка. В чем заключается метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной) интегрирования такого уравнения?

6. Какая подстановка позволяет свести уравнение Бернулли к линейному дифференциальному уравнению 1-го порядка?

7. Необходимые и достаточные условия, при которых дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах.

8. В чем заключается задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков?

9. В чем состоит метод Лагранжа нахождения общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка?

10. Дать определение фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Как она находится?

11. Какой вид имеет частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью: 1) $e^{\alpha x} P(x)$, где $P(x)$ – многочлен;

$$2) e^{\alpha x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x)?$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Привести пример дифференциального уравнения, являющегося одновременно однородным и уравнением в полных дифференциалах.

2. Сформулировать теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Найти общее

решение уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$ и указать, где условия этой теоремы не выполняются.

3. Даны два различных решения y_1 и y_2 линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка. Выразить через них общее решение этого уравнения.

4. Могут ли на плоскости OXY пересекаться графики двух решений дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$?

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

В № 1 – 8 найти общие решения дифференциальных уравнений.

В № 9 – 10 найти частные решения дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях.

В № 11 найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

Вариант 1

1. $(y - x^2y)dy + (y^2x + x)dx = 0$.

2. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 1$.

3. $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$.

4. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

5. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$.

6. $yy'' - (y')^2 = yy' \ln y$.

7. $y'' + 3y' = xe^{2x} + x^2$.

8. $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$.

9. $y''' = \frac{6}{x^2}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 1$, $y''(1) = 2$.

10. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$, $y''(0) = 1$

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{x}{t}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{t^2 + x^2}{ty} \end{cases}$$

Вариант 2

$$1. (y - xy')^2 = x^2 + y^2.$$

$$2. (1 + 2y)xdx + (1 + x^2)dy = 0.$$

$$3. (y^2 - 3x^2)dx + \left(\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} + 2xy + 5y'' \right) dy = 0.$$

$$4. y'(1+x) + y + x^2 = 0.$$

$$5. (1+x)y' = xy''.$$

$$6. y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0.$$

$$7. y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$$

$$8. y'' + y = \sin x - 2e^{-x}.$$

$$9. y'' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\ln^2}{2}, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

$$10. y''' - y' = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 1.$$

$$11. \begin{cases} \frac{dy}{dz} = \frac{y}{x}, \\ \frac{dz}{dx} = y + z. \end{cases}$$

Вариант 3

$$1. y' = a \sin x + by.$$

$$2. (\ln y - 2x)dx + \left(\frac{x}{y} - 2y\right)dy = 0.$$

$$3. xy(1+x^2)y' = 1+y^2.$$

$$4. xy' = x \sin \frac{y}{x} + y.$$

$$5. y'' = x \sin x.$$

$$6. y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)(y')^2 = 0.$$

$$7. y'' + 5y' + 6y = xe^{-x} + e^{-2x}.$$

$$8. y'' - y' = e^{2x} \cos e^x.$$

$$9. y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 0.$$

$$10. y'' - 2y' + y = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -2.$$

$$11. \begin{cases} x' = y + 2e^t, \\ y' = x + t^2. \end{cases}$$

Вариант 4

$$1. y' + 2xy = 2xe^{-x^2}.$$

$$2. \sec^2 x \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \operatorname{tg} x dy = 0.$$

$$3. \left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy = 0.$$

$$4. y'' = x + \sin^2 x.$$

$$5. y'' = \frac{y'}{x} + \operatorname{tg} \frac{y'}{x}.$$

$$6. y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$$

$$7. y''' + y'' = 6x + e^{-x}.$$

8. $y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$.
9. $(x^2 + xy)y' = x\sqrt{x^2 - y^2} + xy + y^2, y(1) = 1$.
10. $y'' - 5y' + 6y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
11. $\begin{cases} x' = y - 5\cos t, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$

Вариант 5

1. $3x^2 e^y + (x^3 e^y - 1)y' = 0$.
2. $x dy - 2y dx = x^3 \ln x dx$.
3. $e^y (y' + 1) = 1$.
4. $\frac{dx}{x^2 + xy} = \frac{dy}{2y^2 - xy}$.
5. $y'' = \frac{1}{1 + x^2}$.
6. $xy'' + y' = \ln x$.
7. $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$.
8. $2y'' + 5y' = \cos^2 x$.
9. $1 + y' = 2yy'', y(1) = y'(1) = 1$.
10. $y'' + y = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.
11. $\begin{cases} x' = 3x - 4y + e^{-2t}, \\ y' = x - 2y - 3e^{-2t}. \end{cases}$

Вариант 6

1. $y' + \frac{1}{x-y^2} = 0$.
2. $xy' + y = y^2$.
3. $xy' \cos y + \sin y = 0$.
4. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$.
5. $y'' \sin^4 x = \sin 2x$.
6. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.
7. $y'' + y = \operatorname{ctg} x$.
8. $y''' - 2y'' + y' = x^2 + e^x$.
9. $yy'' + y'^2 = y^3, y(0) = y'(0) = 1$.
10. $y''' - 2y'' = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1, y''(0) = 4$.
11.
$$\begin{cases} x' = -y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ y' = x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

Вариант 7

1. $e^{x^2} y' + 2xye^{x^2} = x \sin x$.
2. $\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) dx - \frac{2y}{x} dy = 0$.
3. $(\sqrt{xy} - \sqrt{x}) dy + y dx = 0$.
4. $y'' = x + \cos^3 x$.
5. $xy'' - y' = x^2 e^x$.
6. $y'' + (y')^2 + 1 = 0$.
7. $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(x^2 + x)$.
8. $y'' + y' = \frac{1}{\cos x}$.

$$9. xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right), y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

$$10. y''' + y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = 0, y''(0) = -1.$$

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 2y - x + 5e^t \sin t. \end{cases}$$

Вариант 8

$$1. (\sin 2y - y \operatorname{tg} x) dx + (2x \cos 2y + \ln \cos x + 2y) dy = 0.$$

$$2. x e^x y' + y e^x = 1.$$

$$3. (1 + y^2) dx - xy dy = 0.$$

$$4. (\sqrt{xy} - x) dy + y dx = 0.$$

$$5. y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \cos 2x.$$

$$6. (1 + x^2) y'' + 2xy' = x^3.$$

$$7. y'' + y = \operatorname{tg}^2 x.$$

$$8. y'' - 3y' - 10y = \sin x + 3 \cos x.$$

$$9. yy'' - (y')^2 + (y')^3 = 0, y(0) = -1, y'(0) = 2.$$

$$10. y''' + 2y'' - 10y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1, y''(0) = 1.$$

$$11. \begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = y - 2x + 18t. \end{cases}$$

Вариант 9

$$1. y' = \frac{y}{x} (1 + \ln y - \ln x).$$

2. $y' \sin x = y \ln y$.
3. $(2y \ln y + y - x)y' = y$.
4. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0$.
5. $y'' = \frac{3}{\cos^2 x} + x$.
6. $y'' = \frac{y'}{x} + x$.
7. $y''' + 2y'' + y' = e^{-x} + x$.
8. $y'' + 2y' + 2y = \frac{1}{e^x \cos x}$.
9. $2yy'' = (y')^2$, $y(-1) = 4$, $y'(-1) = 1$.
10. $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$.
11. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = x - 5\sin t \end{cases}$

Вариант 10

1. $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x$.
2. $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$.
3. $y' = \frac{1}{x \cos y + \sin 2y}$.
4. $(3x \sin y + 1)dx + \left(\frac{3}{2}x^2 \cos y + 3 \right)dy = 0$.
5. $y'' = \frac{\cos 2x}{\sin^4 x}$.
6. $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$

7. $y''' + y' = 1 + \cos x$.
8. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.
9. $y'' = e^y$, $y/x = 0$, $y'/x = 0 = \sqrt{2}$.
10. $4y'' + 4y' + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.
11.
$$\begin{cases} \frac{ax}{at} = y - \cos t; \\ \frac{ay}{at} = -x + \sin t. \end{cases}$$

Вариант 11

1. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.
2. $\left(\frac{xy}{\sqrt{1+a^2}} + 2xy - \frac{y}{x} \right) dx + \left(\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x \right) dy = 0$.
3. $(1 + e^x)yy' = e^x$.
4. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0$.
5. $y'' = x \cos 2x$.
6. $x^2 y'' + x^2 y' = 1$.
7. $y'' + y' = \cos^2 x + e^x + x^2$.
8. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$.
9. $y^3 y'' = 1$, $y(-1) = 1$, $y'(-1) = -1$.
10. $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
11.
$$\begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = x + 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 12

1. $y' - \frac{y}{\sin x \cos x} = -\frac{1}{\sin x} - \sin x.$
2. $yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy = 0.$
3. $y' = 2\sqrt{y} \ln x.$
4. $y''' = 3e^{2x} + \cos \frac{x}{2}.$
5. $yy'' - (y')^2 = yy' \ln y.$
6. $y''(1+x^2) + (y')^2 + 1 = 0.$
7. $y'' - 4y' + 5y = x^2 e^x.$
8. $y'' + y = \operatorname{ctgx}.$
9. $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, y(1) = 0.$
10. $y'' + 6y' + 13, y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 4.$
11. $\begin{cases} x' = 2x + y + 2e^t, \\ y' = x + 2y - 3e^{4t}. \end{cases}$

Вариант 13

1. $y - xy' = x \sec \frac{y}{x}.$
2. $(1-x^2)y' + xy = 1.$
3. $y'' = \frac{1}{\sin^2 x} + \cos 3x.$
4. $xy'' - y' = x^2 e^x.$
5. $yy'' + (y')^2 = 0.$

$$6. (\arcsin y + 2ye^{2x})ax + \left(\frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + e^{2x} \right) dy = 0.$$

$$7. y'' + 2y' - 3y = 2xe^{3x} + (x+1)e^x.$$

$$8. y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x.$$

$$9. y' = (2y + x)\operatorname{ctgx}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$10. y'' - 4y' + 13y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 9.$$

$$11. \begin{cases} x' = 2y - x, \\ y' = 4y - 3x + e^{3t}. \end{cases}$$

Вариант 14

$$1. e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0.$$

$$2. y' - \frac{12y}{x+1} = e^x(x+1)^{12}.$$

$$3. (y \cos x + 2xy^2)dx + (\sin x - \sin y + 2x^2 y)dy = 0.$$

$$4. y'' = \sin^3 x + \frac{1}{1+x^2}.$$

$$5. 2xy'y'' = y'^2 + 1.$$

$$6. y'' \operatorname{ctgy} = 2y'^2.$$

$$7. y'' + 2y' + y = xe^{-x} + x^2.$$

$$8. y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}.$$

$$9. \left(y + \sqrt{x^2 + y^2} \right) dx - xdy = 0, \quad y(3) = 4.$$

$$10. y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = -17.$$

$$11. \begin{cases} x' = x - y + 18t, \\ y' = 5x - y \end{cases}$$

Вариант 15

- $3e^x \operatorname{tg} y dx + \frac{1 - e^x}{\cos^2 y} dy = 0.$
- $(1 + y)dx = (y + x)dy.$
- $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0.$
- $y'' = \operatorname{tg} x \sec x + \frac{4}{x^2}.$
- $y'' x \ln x = y'.$
- $y'' = \sqrt{1 + y'^2}.$
- $y'' + y = x \cos x + \sin x.$
- $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}.$
- $\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right)dx - \frac{2y}{x} dy = 0, y(1) = 2.$
- $y'' - 5y' + 4y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
- $\begin{cases} x' = 2y - 3x, \\ y' = y - 2x + t. \end{cases}$

Вариант 16

- $y(1 + x^2)y' = 1 + y^2.$
- $x^2 \cos 3y dx + (2 - x^3 \sin 3y)dy = 0.$
- $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$
- $xy'' - y' = e^x x^2.$
- $y'' \operatorname{ctg} y = 2y'^2.$

6. $y'' = \frac{2}{\cos^2 2x} + e^{-3x} + \frac{1}{x}$.
7. $y'' + 4y = x + \sin^2 x$.
8. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sin^2 x}$.
9. $xy' + y = \ln x + 1, y(1) = 4$.
10. $3y'' + y' - 8y = 0, y(0) = 4, y'(0) = 1$.
11.
$$\begin{cases} \frac{ax}{at} = 2x - y; \\ \frac{ay}{at} = 2y - x + 5e^t \sin t. \end{cases}$$

Вариант 17

1. $\left(y - \frac{4}{x}\right)dx + \left(x - \frac{3}{y}\right)dy = 0$.
2. $(1-x)(y' + y) = e^{-x}$.
3. $ye^{2x}dx - (1 + e^{2x})dy = 0$.
4. $y - 2x = (x + y)y'$.
5. $y'' + \frac{2}{1-y}y'^2 = 0$.
6. $y'' = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^4 x$.
7. $y''' + y'' = xe^{2x} + x^2$.
8. $y'' + \operatorname{tgy} = \frac{1}{\sin^2 x}$.
9. $y'' = y' + x, y'(0) = 1, y(0) = 2$.
10. $y'' + y' = 2x + 3, y(0) = 1, y'(0) = 2$.

$$11. \begin{cases} y' = -5y + 2z + 40e^x, \\ z' = y - 6z + 9e^{-x}. \end{cases}$$

Вариант 18

$$1. xy' - \frac{y}{x+1} = x.$$

$$2. \frac{dx}{xy - x^2} = \frac{dy}{2y^2 - xy}.$$

$$3. \left(1 + \frac{2x}{y^3}\right)dx + \left(\frac{1}{y^2} - \frac{3x^2}{y^4}\right)dy = 0.$$

$$4. 2xy'y'' = (y')^2 + 5.$$

$$5. yy'' + (y')^2 + 1 = 0.$$

$$6. y''' = \cos^2 x + \operatorname{ctg}^4 x.$$

$$7. y''' - y = xe^{-x} + 5.$$

$$8. y''' + y = \operatorname{ctgx}.$$

$$9. xy' = \frac{y}{\ln x}, \quad y(e) = 1.$$

$$10. y''' + y'' - 4y' - 4y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 9.$$

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - \cos t, \\ \frac{dy}{dt} = -x + \sin t. \end{cases}$$

Вариант 19

$$1. xy' + y = e^{2x}.$$

$$2. (\operatorname{tg} y - 3x^2)dx + \frac{x}{\cos^2 y} dy = 0.$$

3. $(y' + 1)e^y = 1.$
4. $y'' - \frac{2x}{1+x^2}y' = 1 + x^2.$
5. $yy'' + y'^2 + 1 = 0.$
6. $y'' = \sin^2 x + \operatorname{ctg}^2 x.$
7. $y'' - y' = x^2 + 3e^x.$
8. $y'' + y = 24\sin^4 x.$
9. $y - xy' = x \operatorname{cosec} \frac{y}{x}, y(2) = \pi.$
10. $y''' + 2y'' + y' = 0, y(0) = 9, y'(0) = 1, y''(0) = 7.$
11.
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{z}, \\ \frac{dz}{dx} = \frac{1}{2}y. \end{cases}$$

Вариант 20

1. $(x^4 + y)dx - xdy = 0.$
2. $(2xe^{5y} + 1)dx + (5x^2e^{5y} - 2\sin 2y)dy = 0.$
3. $xy' - y + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 0.$
4. $y''x - y' - x^2 = 0.$
5. $2yy'' = (1 + y'^2)$
6. $y'' = e^{-3x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x}.$
7. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + \frac{x}{2}.$
8. $y'' - y = \frac{1}{e^x + 3}.$

$$9. xy' = \frac{y}{\ln x}, y(e) = 1.$$

$$10. y''' - 13y'' + 12y' = 0, y(0) = -2, y'(0) = -1, y''(0) = 10.$$

$$11. \begin{cases} x' = 2y - x + 1, \\ y' = 3y - 2x. \end{cases}$$

Вариант 21

$$1. xy' + y = \frac{1}{x} \ln x.$$

$$2. \left(3x^2 y - \frac{4}{x^2} \right) dx + (\cos y + x^3) dy = 0.$$

$$3. x(\ln x - \ln y) dy - y dx = 0.$$

$$4. (1 + x^2)y^4 + y'^2 + 1 = 0.$$

$$5. y'' \operatorname{tg} y - 2(y')^2 = 0.$$

$$6. y'' = \sin 2x + \cos^2 2x.$$

$$7. y'' - 3y' = x + \cos x.$$

$$8. y'' + y = \frac{x}{\sin^3 x}.$$

$$9. \frac{dx}{\cos^2 x \cos y} = -\operatorname{ctg} x \sin y dy, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi.$$

$$10. y'' + 5y' + 6y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 3.$$

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{x}{t}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{t^2 + x^2}{ty}. \end{cases}$$

Вариант 22

1. $(\arctg x + y^2)dx + \left(\frac{y}{1+y^2} + 2xy\right)dy = 0.$
2. $xy' - x \operatorname{ctg} \frac{y}{x} = y - x \sin \frac{y}{x}.$
3. $(1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy.$
4. $xy'' - y' = e^x x^2.$
5. $2yy'' = 1 + y'^2.$
6. $y'' = \frac{\sin 2x}{\sin^4 x}.$
7. $y'' + 2y' + y = xe^x + e^{-x}.$
8. $y'' + y = \frac{3}{\sin^2 x}.$
9. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}, y(0) = 3.$
10. $y'' + 2y' + 2 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
11. $\begin{cases} x' = 4x - 3y + \sin t, \\ y' = 2x - y - 2 \cos t. \end{cases}$

Вариант 23

1. $\sin x \sin y \operatorname{arctg} x + \cos x \cos y dy = 0.$
2. $y' + 2xy = (3x+1)e^{-x^2}.$
3. $\sin 2y dx + (2x \cos 2y + 2e^{2y})dy = 0.$
4. $(1+x^2)y'' + 2xy' = x^3.$
5. $y'' y^2 = 1.$
6. $y'' = \frac{1}{1+x^2}.$
7. $y'' - 2y' + 10y = \sin 2x + e^x.$

8. $y'' + y = \operatorname{tg} x \sec x$.
9. $y^2 + x^2 y' = xy y'$, $y(1) = 1$.
10. $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$, $y''(0) = 7$.
11.
$$\begin{cases} x' = 2x + 3y + 5t, \\ y' = 3x + 2y + 8e^t. \end{cases}$$

Вариант 24

1. $y' + 3x^2 y = x^2 e^{-x^3}$.
2. $(\cos^2 y + 6x)dx + (1 - x \sin 2y)dy = 0$.
3. $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} y' = 0$.
4. $y'' x \ln x = y'$.
5. $y'' \operatorname{ctg} y = 3y'^2$.
6. $y'' = \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^4 x$.
7. $y'' - 4y' + 5y = 4x \sin 3x + \cos 3x$.
8. $y'' - y' = \frac{e^x}{e^{2x} - 1}$.
9. $xy' = y \ln \frac{y}{x}$, $y(1) = 1$.
10. $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$.
11.
$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8, \\ y' = 3x + 6y. \end{cases}$$

Вариант 25

1. $y' = \frac{xy^2 + x}{x^2 y - y}$.

$$2. (\operatorname{ctg} y + 2x)dx - \left(\frac{x}{\sin^2 y} + 4y^3 \right) dy = 0.$$

$$3. y' - y \operatorname{tg} x = \frac{x}{\cos^3 x}.$$

$$4. y''(e^x + 1) + y' = 0.$$

$$5. y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0.$$

$$6. y'' = \frac{1}{\sin^2 3x} + \cos \frac{x}{2} + e^{-3x}.$$

$$7. y'' - 5y' + 4y = 4x^2 e^{2x}.$$

$$8. y'' + y = \operatorname{tg}^2 x.$$

$$9. y - xy' = x \cos^2 \frac{y}{x}, \quad y(1) = \frac{\pi}{4}.$$

$$10. y'' + 4y' = 0, \quad y(0) = 7, \quad y'(0) = 8.$$

$$11. \begin{cases} x' = 2x - 4y, \\ y' = x - 3y + 3e^t. \end{cases}$$

Вариант 26

$$1. \left(y^3 - \frac{4}{x^2} \right) dx + (3xy^2 - \sin y) dy = 0.$$

$$2. y' - \frac{y}{x} = x \cos 3x.$$

$$3. \left(1 + 3e \frac{3y}{x} \right) dy + e \frac{3y}{x} \left(1 - 3 \frac{y}{x} \right) dx = 0.$$

$$4. xy'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}.$$

$$5. yy'' + (y')^2 = 0.$$

$$6. y'' = \operatorname{ctg}^4 x.$$

$$7. y'' + 2y' + y = xe^{-x} + 2x^2.$$

$$8. y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

$$9. y' \operatorname{tg} x - y = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$10. y'' + 4y = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$11. \begin{cases} x' = 4x + y - 36t, \\ y' = y - 2x - 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 27

$$1. xy' - y = x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}.$$

$$2. y' = y^{\frac{2}{3}}.$$

$$3. (2x \arcsin 2y + 3ye^{3x}) dx + \left(e^{3x} + \frac{2x^2}{\sqrt{1-4y^2}} \right) dy = 0.$$

$$4. (1-x^2)y'' + xy' = 2.$$

$$5. y'' + \frac{3}{1-y}(y')^2 = 0.$$

$$6. y'' = 2^x + \sin^2 2x.$$

$$7. y'' - 3y' + 2y = x \cos x.$$

$$8. y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{1+x}.$$

$$9. xy' + y = \frac{\ln x}{x}, y(1) = 2.$$

$$10. y''' + 5y'' + 6y' = 0, y(0) = 2, y'(0) = -4, y''(0) = 14.$$

$$11. \begin{cases} x' = 5x - 3y + 2e^t, \\ y' = x + y + 5e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 28

1. $(\arcsin y + 2ye^{2x})dx + \left(\frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + e^{2x}\right)dy = 0.$
2. $(1-x^2)y' - xy - 3 = 0.$
3. $xy^2 dy = (x^3 + y^3)dx.$
4. $y \sin \frac{x}{2} dx - \cos \frac{x}{2} dy = 0.$
5. $xy'' = y'.$
6. $y'' = \sin^3 3x.$
7. $y'' - 2y' - 3y = x(1 + e^{3x}).$
8. $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{1+x^2}}.$
9. $2yy'' = 1 + y'^2, y(1)=1, y'(1)=1.$
10. $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = 0, y(0)=0, y'(0)=2, y''(0)=16.$
11.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + e; \\ \frac{dy}{dt} = x + e'. \end{cases}$$

Вариант 29

1. $y' - \frac{3y}{x} = \frac{x+1}{x}.$
2. $(\cos 2y + 8x)ax - 2x \sin 2y dy = 0.$
3. $x - y = (x + 3y)y'.$
4. $y'' = y' + x.$
5. $y'^2 + 2yy' = 0.$

$$6. y'' = e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{1+x^2}.$$

$$7. y'' - 6y' + 13y = e^{2x} - 3\cos 2x.$$

$$8. y'' + y = 3\operatorname{ctg}^2 x.$$

$$9. xy' = y \ln y, y(1) = e.$$

$$10. 4y'' + 4y' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

$$11. \begin{cases} y' = y + z, \\ z' = -10y - z + x. \end{cases}$$

Вариант 30

$$1. (x^2 - y^2)dx + 5xydy = 0.$$

$$2. y' + y\operatorname{tg}x = x\operatorname{tg}x + 1.$$

$$3. \left(\operatorname{arctg}y + \frac{y}{1+x^2} \right) dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + \operatorname{arctg}x \right) dy = 0.$$

$$4. y' = (2y + 1)\operatorname{ctg}x.$$

$$5. 2yy' = y^2 + y'^2.$$

$$6. y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + e^{\frac{x}{3}}.$$

$$7. y'' - 2y' + 5y = 2xe^x + \cos 2x.$$

$$8. 4y'' + 4y' + y = \frac{e^{-\frac{x}{2}} \ln x}{x}.$$

$$9. xy'' = y', y(1) = y'(1) = 2.$$

$$10. y''' - y'' - y' + y = 0, y(0) = 5, y'(0) = -1, y''(0) = 5.$$

$$11. \begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x + y + t. \end{cases}$$

Литература

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1980, 1988.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. – М. Высшая школа, 1986. – Ч.1, 2.
3. Высшая математика для экономистов: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. В 2 т. – М.: Наука, 1985. – Т.1, 2.
5. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. В 3 ч.– Мн.: Вышэйшая школа, 1990.
6. Шипачев В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 1985.

Учебное издание

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

для студентов первого курса (II семестр)
факультета технологий управления
и гуманитаризации

Составители: АЛЕЙНИКОВА Зинаида Михайловна
ПОКАТИЛОВА Маргарита Николаевна
ШИДЛОВСКАЯ Анна Федоровна

Редактор Т.Н. Микулик
Компьютерная верстка А.А. Бусько

Подписано в печать 17.11.2004.

Формат 60x84 1/16. Бумага типографская № 2.

Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л.3,1. Уч.-изд. л.2,3. Тираж 150. Заказ 443.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

Лицензия № 02330/0056957 от 01.04.2004.

220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.