

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЁРДОГО ТЕЛА

УДК 621.01

Абражевич Д.С., Калиновский Д.В., Пискун Г.А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВИТКОВ РЕЗЬБЫ В ANSYS WORKBENCH

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Минск, Беларусь

В работе рассмотрена классическая задача о распределении нагрузки по виткам резьбы сформулированная Н. Е. Жуковским. Приведены результаты моделирования детализированного резьбового соединения болта и гайки методом конечных элементов в программном комплексе Ansys Workbench. Получено напряжённно-деформированное состояние всех витков в модели.

Введение

Задача о распределении нагрузки по виткам резьбы впервые была исследована Н. Е. Жуковским в 1902 г. В своей работе [1] он рассматривал простейшую форму резьбового соединения, представляющее собой совокупность кольцеобразных выступов прямоугольного сечения, учитывая, что выступы подвержены только деформации смещения, а тело винта и гайки подвержены растяжению и сжатию (рис. 1).

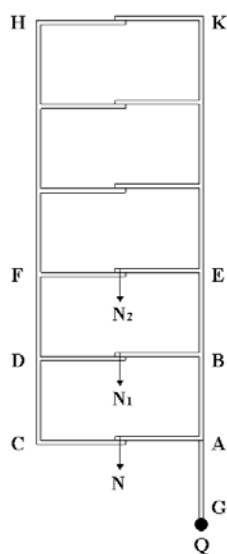


Рис. 1. Расчетная модель соединения Жуковского

Чтобы определить, какую нагрузку испытывает каждый виток резьбы при использовании гаек различных форм, Н. Е. Жуковский принял угол наклона винтовой линии с осью винта близким к 90° . Это позволило привести рассматриваемую задачу к следующему схематичному представлению: вертикальный стержень AK с горизонтальными выступами A, B, E, \dots , опирающиеся на аналогичные горизонтальные выступы C, D, F, \dots , вертикального стержня CH , закрепленного неподвижно в точке C . На стержень AK действует некоторая сила Q .

Исследуя данную задачу, Н. Е. Жуковский составил условие совместимости деформаций болта и гайки [2]:

$$N = N_1 + \dots + N_i + \dots + N_n;$$

$$\delta_1 - \delta_2 = \Delta_{11} - \Delta_{21};$$

$$\delta_i - \delta_{i+1} = \Delta_{1i} - \Delta_{2i};$$

$$\delta_{n-1} - \delta_n = \Delta_{1(n-1)} - \Delta_{2(n-1)},$$

где F_i – нагрузка на i -й виток, δ_i – сближение в i -м витке, n – число витков гайки, Δ_{1i} – удлинение тела винта между i -м и $(i+1)$ -м витками:

$$\Delta_{1i} = P \sum_{i+1}^n \frac{N_i}{E_1 A_1};$$

Δ_{2i} – укорочение тела гайки между i -м и $(i+1)$ -м витками:

$$\Delta_{2i} = P \sum_{i+1}^n \frac{N_i}{E_2 A_2};$$

где P – шаг резьбы, E_1 и E_2 – модули упругости материалов винта и гайки, A_1 и A_2 – площади поперечного сечения винта и гайки.

Решая данную систему уравнений, Н. Е. Жуковский получил убывающую геометрическую прогрессию, представляющую собой распределение нагрузки по виткам [3]. Согласно теоретическим расчетам и экспериментальным данным, первый виток несет примерно третью часть всей нагрузки. На следующих витках, вследствие уменьшения передачи нагрузки от болта на гайку, деформация и напряжения растяжения стержня, а также и деформация сжатия в гайке, нагрузка снижается.

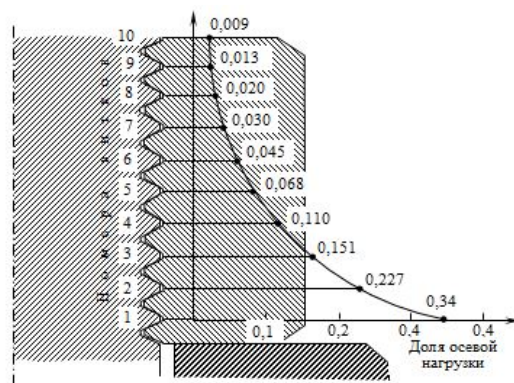


Рис. 2. Распределение напряжений между витками

Рассмотрим взаимодействие детализированного витка болта и гайки, представленное на рис. 3 [3]. Допустим, что некоторые точки C_1 и C_2 принадлежащие болту и гайке входят в контакт при нагружении.

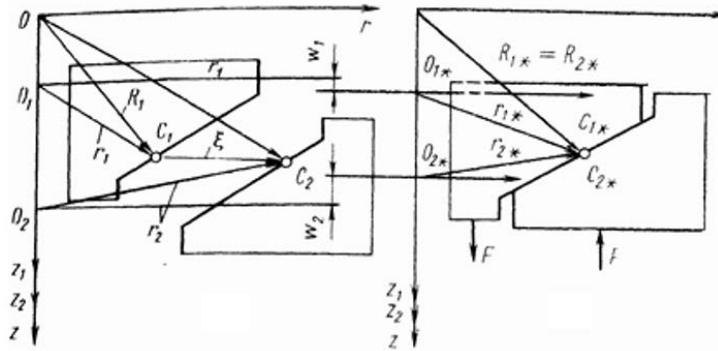


Рис. 3. Схема контакта детализированного резьбового соединения

Их начальное положение на витках характеризуется векторами $R_1 = OC_1$ и $R_2 = OC_2$, а зазор между сопряженными точками C_1 и C_2 характеризует вектор:

$$\xi = C_1 \times C_2 = R_1 - R_2$$

Предположим, что в результате деформаций болта и гайки под действием внешней силы F точки C_1 и C_2 получив смещения δ_{1*} и δ_{2*} в тело витка соответствующей детали, войдут в контакт в точке C_* . Обозначая через R_{1*} и R_{2*} векторы точек C_1 и C_2 в деформированном положении, можно вывести:

$$R_{1*} = R_1 + \delta_{1*}; R_{2*} = R_2 + \delta_{2*}$$

Учитывая, что сопряженные точки войдут в контакт при условии $R_{1*} = R_{2*}$, получим:

$$\xi = \delta_{2*} - \delta_{1*}$$

Данное выражение представляет собой уравнение совместности перемещений взаимодействующих витков резьбы в глобальной системе координат. Если витки резьбы изготовлены идеально точно, то их рабочие поверхности соприкасаются и в ненагруженном состоянии. Вектор-зазор ξ направлен в этом случае вдоль рабочих граней витков, но его абсолютное значение заранее неизвестно и может быть определено в результате решения задачи.

Учитывая, однако, что в описанном расчетном случае проекция вектора-зазора на нормаль к рабочей грани $\xi_n = 0$, уравнение совместности перемещений можно описать как:

$$\delta_{2*}^n - \delta_{1*}^n = 0$$

Отсюда следует, что в идеально точной резьбе сопряженные точки имеют одинаковые нормальные перемещения. Данные уравнения являются общими для точного и приближенного решений любой контактной задачи. При совместном решении этих уравнений необходимо принять зависимость перемещений точек детали от действующих на нее сил. Такие зависимости обычно описываются относительно осей координат, жестко связанных с деталями.

Основная часть

Произведём расчёт резьбового соединения в программном комплексе *Ansys Workbench*. Выбор программного продукта был основан на том, что линейка продуктов *ANSYS Inc.*, в том числе продукт *Mechanical*, позволяет решить практически любую задачу механики деформируемого твердого тела или получить сопряженное решение задачи механики с решением задач других областей физики, например, гидрогазодинамики, теплопереноса или электромагнетизма. Данный продукт предлагает возможность создания единой мультифизической матрицы взаимодействия полей, поддерживая акустический, пьезоэлектрический, термопрочностной и термоэлектрический типы анализа. При наличии продукта *ANSYS CFD* или *ANSYS Emag* также можно провести анализ взаимодействия конструкции с различными текучими средами или электромагнитными полями соответственно. Подобные расчеты помогают инженеру лучше оценить реакцию их моделей на всевозможные комбинации явлений.

Напряженное и деформированное состояние болта и гайки определим методом конечных элементов. Ввиду симметрии резьбового соединения в качестве расчетной модели принята плоская, осесимметричная упругая модель. Модель М8 болта нарисована в модуле *SpaceClaim* в соответствии ГОСТ 24705-2004 «Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая. Основные размеры» [4]. Винтовая нарезка заменена кольцевыми выступами. Материал деталей – сталь 35 по ГОСТ 1050-88 «Сталь качественная и высококачественная. Сортовой и фасонный прокат, калиброванная сталь» [5]. В расчете учтены неравномерность растяжения стержня болта и сжатие тела гайки, а также скручивание тела гайки в радиальной плоскости. Неточности при изготовлении резьбы не учитываются.

Общие настройки генератора сетки выглядят следующим образом:

Метод построения сетки – *Proximity and curvature*. Этот метод задает измельчение сетки в областях искривления ребер модели. *Relevance center* и *Span Angle Center* выбраны *Medium*. Данные пункты соответствуют среднему значению плотности ячеек и размерам элементов на ребрах с учетом кривизны последних. *Curvature normal angle* – 5°, данный пункт выставляет максимально допустимый угол, который допускается охватить одним ребром элемента. Минимальный размер ячейки 0,01 мм, минимальный размер подобия 0,05, максимальный размер ячейки 0,05.

Для лучшей сходимости сетку на рабочих гранях нужно сделать мелкой. Применим команду *Sizing* для рабочих граней болта и гайки. Размер сетки в данных местах установим 0,01 мм.

Чтобы не допустить ошибки в расчете уменьшим сетку на верхней части гайки в точке пересечения граней, так как она может являться концентратором напряжений. В зоне влияния радиусом 0,5 мм зададим размер сетки 0,05 мм.

Построенная геометрическая сетка с заданными параметрами показана на рис. 4.

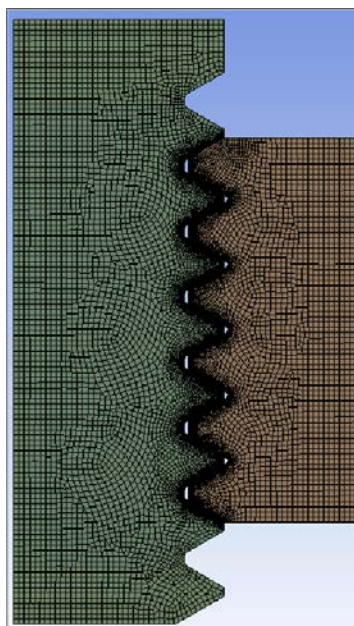


Рис. 4. Сгенерированная сетка

Граничными условиями для данной модели являются:

Задание контактной пары винт-гайка.

При создании контактной пары в *Workbench* необходимые и целевые элементы назначаются автоматически, но из-за того, что в нашей задаче зазор между впадинами витков и непосредственно витками мал, необходимо задать ее вручную. Тип контакта между рабочими гранями – *Friction*. Данный тип учитывает силу трения скольжения, пропорциональную нормальной реакции. Область контакта в таком случае может изменяться и в общем случае содержит как участки сцепления, так и скольжения, наступающего при превышении модуля касательной силы предельного значения силы трения. Зададим коэффициент трения равный 0,15 согласно справочнику конструктора машиностроителя [6].

Параметр *Behavior* определяет поведение контактной пары и в нашем случае примет значение *Symmetric*, так как область контакта у нас является симметричной.

Параметр *Formulation* позволяет выбирать метод расчета контакта. Выберем формулировку *Augmented Lagrange* так как она во многих случаях позволяет получить приемлемый результат. Метод исследования выберем *On gauss Point* так как он позволяет получить лучшую сходимость. Интересующая зона соприкосновения 0,1 мм.

Параметр *Interface Treatment* позволяет выполнить настройку начального взаимодействия контактной пары. В решении будем использовать значение *Adjust to touch*, которое обеспечивает касание целевой и контактной части пары при первоначальном контакте, т.е. любой начальный зазор или проникновение игнорируются.

Усилие действует на верхнюю грань болта и приложена по оси *Y*.

Гайка зафиксирована как «*Fixed Support*» верхней гранью своего тела.

Модель является симметричной относительно оси *Y*.

Граничные условия для данной задачи показаны на рис. 5.

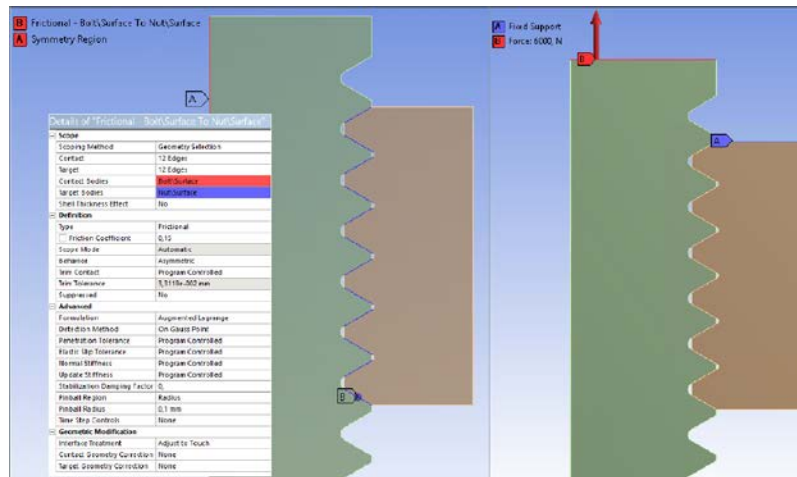


Рис. 5. Граничные условия модели

На рис. 6 приведено распределение напряжений по виткам идеализированной резьбы.

На основании четвертой теории прочности эквивалентные деформации и напряжения рассчитываются по формулам:

$$\delta_{эКВ} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\varepsilon_{эКВ} = \frac{1}{1 + \mu} \sqrt{\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные деформации; μ – коэффициент Пуассона.

С помощью команды *probe* были выведены максимумы напряжений на витках. Значения находятся на одной линии по оси Y с точностью $\pm 0,0004$.

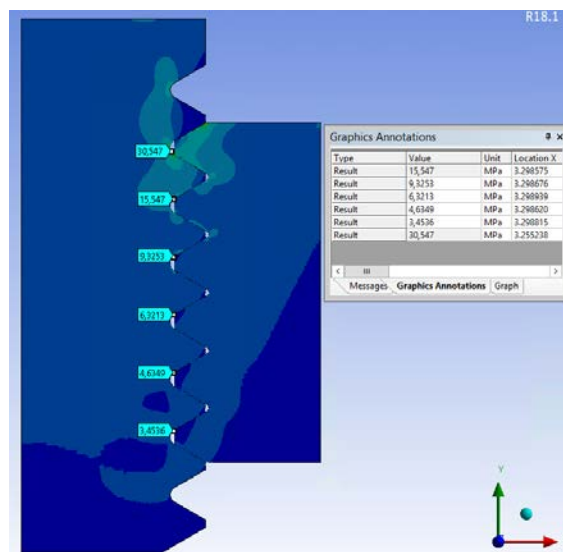


Рис. 6. Напряжённо-деформированное состояние витков в модели

Из результатов видно, что давление вдоль рабочих поверхностей витков распределяется неравномерно. Это происходит в связи с большой податливостью тела гайки в сравнении с податливостью тела болта, максимум давлений смещен от оси болта. Концентрации напряжений наблюдаются во впадинах витков резьбы из-за неравномерного распределения нагрузки между витками и высокой местной напряжённостью. Наибольшее контурное растягивающее напряжение наблюдается во впадине под первым рабочим витком, в точке сечения удаленного от центра впадины в направлении рабочей поверхности этого витка. В связи с взаимным влиянием напряжений от изгиба витка и общего потока растягивающих напряжений максимальное напряжение витка концентрируются не в центре впадины, а в точке, смещенной к рабочей поверхности. Интерпретация полученных значений в процентном соотношении представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Полученные значения

Номер витка	Теоретическая нагрузка на виток в % от общего усилия	Полученная нагрузка на виток в % от общего усилия
Первый	34	43,75
Второй	22,7	22,26
Третий	15,1	13,35
Четвертый	11	9,05
Пятый	6,8	6,64
Шестой	4,5	4,95

Заключение

Проанализировав значения, можно сделать вывод, что результаты достаточно хорошо согласуются с результатами Н.Е. Жуковского. Значения нагрузок на витки отличаются на 2–3%. Это зависит от характера распределения давления вдоль рабочих поверхностей витков и внешней нагрузки, а также нелинейных эффектах, проявляющихся в резьбе. Можно отметить также значительное взаимное влияние витков на распределение нагрузки между витками, выявленное при расчете.

Применение простейших моделей формы деталей позволяет получать замкнутые решения, облегчающие общий анализ работы соединений. Однако при этом не удаётся полностью учесть реальной формы резьбы и условия нагружения деталей, сложного напряжённого состояния и характера сопряжения частей детали [7]. Технология расчётов болтовых соединений в программном комплексе *Ansys Workbench* позволяет учитывать разнородности материалов с различными схемами нагружения, что имеет несомненные преимущества перед аналитическими методами, как по информативности, так и точности.

Также стоит заметить, что при высоких частотах возбуждения переменными усилиями изделия и, особенно, в районах собственных частот элементов резьбовых соединений распределение напряжений может быть совершенно не таким, как в статическом расчете.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский, Н. Е. Распределение давлений в нарезках винта и гайки. Бюллетень Политехнического общества, 1902, № 1, с. 1–3.
2. Королева, О. Б. Распределение нагрузки по виткам резьбового соединения в зависимости от типа гайки и шага резьбы, МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, 2017, 8 с.
3. Биргер, И. А. Резьбовые и фланцевые соединения. / И. А. Биргер, Г. Б. Иосилевич — М.: Машиностроение, 1990. — 368 с.

4. ГОСТ 24705-2004 «Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая. Основные размеры», Стандартиформ, Москва, 2005, 19 с.
5. ГОСТ 1050-88 «Сталь качественная и высококачественная. Сортовой и фасонный прокат, калиброванная сталь» Москва, 1996, 25 с
6. Ануриев, В. И. Справочник конструктора машиностроителя в трех томах. том 1, Машиностроение Москва. 2001, 920 с.
7. Детали машин: учебник для вузов / Л. А. Андриенко, Б. А. Байков, И. К. Ганулич и др.; под ред. О. . Ряховского. // Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 520 с.
8. Захаров, М. Н. Прочностная надежность оборудования. Москва / М. Н. Захаров — Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 123 с.
9. Иванов, А. С. Уточнение распределения нагрузки в резьбовом соединении по виткам резьбы путем учета их контактной жесткости. / Б. А. Байков, Н. А. Щеголев // Вестник машиностроения, 2004, № 4, с. 20–23.
10. Биргер, И. А. Расчет резьбовых соединений. / И. А. Биргер – Москва, Оборонгиз, 1959, 252с.

УДК .135:532.32

Воронович Г.К.¹, Коробко Е. В.²

**ДИНАМИКА ВИБРОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С МРС
В КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ГРОМКОГОВОРИТЕЛЯ**

1. Белорусский национальный технический университет

2. ИТМО им. А.В. Лыкова НАН РБ

Минск, Беларусь

Виброзащита актуальна для многих процессов, происходящих в механических колебательных системах, подвергаемых внешним вынужденным возмущениям. Для усиления виброзащитного эффекта в вибропреобразователе используются неньютоновские жидкости такие как магнитореологические суспензии (МРС). Они изменяют свои реологические свойства под воздействием внешнего магнитного поля. В связи с этим возникла необходимость детального исследования влияния реологических особенностей МРС на динамику и линейные арактеристики колебательной системы. В такой постановке задача поставлена впервые. Представлена математическая модель колебательной системы громкоговорителя как разновидности вибропреобразователя. Задача сформулирована для нестационарных неизотермических условий с внешней вынуждающей гармонической силой. Неизотермичность условий учитывалась с использованием принципа температурно-временной суперпозиции. Задано реологическое уравнение состояния МРС. Представлено уравнение, описывающее связь подаваемого напряжения с вызываемой при этом электромеханической силой и соответствующим смещением КС. Учтены начальные условия и особенности упругой возвращающей силы. Дан анализ влияния реологических особенностей МРС на динамику колебательной системы в зависимости от соотношения между силами, участвующими в колебательном процессе. Численные расчеты показывают убедительные преимущества для виброзащиты введения МРС в зазор громкоговорителя по сравнению с воздухом. Имеет место согласование с экспериментальными данными.

Ключевые слова: вибропреобразователь, магнитореологическая суспензия, нестационарные неизотермические условия, громкоговоритель, реология, внешняя гармоническая вынуждающая сила, динамика колебательной системы.