

считать, применив способ наименьших квадратов. Чтобы определить удельную нагрузку, амплитуду и частоту колебаний, необходимо рассмотреть условия работы конкретной детали.

Данную физико-математическую модель можно применить, например, при выборе материала газотермического покрытия для восстановления-упрочнения крупногабаритных деталей, работающих в условиях фреттинг-коррозии, в частности прессовых валов бумагоделательных машин.

ВЫВОД

Разрушаемость при фреттинг-коррозии можно снизить, уменьшив химическую активность среды или подобрав материал покрытия, который будет обладать высокими прочностными свойствами, износо- и коррозионной стойкостью, низким коэффициентом трения.

Представленная физико-математическая модель позволяет учесть влияние физико-механических свойств и триботехнических характеристик газотермических покрытий на их изнашивание в условиях фреттинг-коррозии.

Таким образом, зная условия работы упрочненных деталей и используя выбранную физико-математическую модель, можно определить

интенсивность изнашивания газотермических покрытий, т. е. прогнозировать работоспособность деталей с покрытиями, работающих в условиях фреттинг-коррозии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сопrotивляемость** резонансным колебаниям стальных титановых и алюминиевых сплавов лопаток компрессора / Г. С. Кривоногов [и др.] // Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. – Киев: Наук. думка, 1970. – С. 394–422.
2. **Голего, Н. Л.** Фреттинг-коррозия металлов / Н. Л. Голего, А. Я. Алябьев, В. В. Шевеля. – Киев: Техника, 1974. – 272 с.
3. **Кузнецов, В. Д.** Физика твердого тела / В. Д. Кузнецов. – Томск: Полиграфист, 1947. – 544 с.
4. **Ulig, H. H.** J. Appl. Mech / H. H. Uligh. – 1954. – Vol. 21. – P. 401.
5. **Уотерхауз, Р. Б.** Фреттинг-коррозия / Р. Б. Уотерхауз; пер. с англ.; под ред. канд. техн. наук Г. Н. Филимонова. – Л.: Машиностроение, 1976. – 272 с.
6. **Усталость** и хрупкость металлических материалов / В. С. Иванова [и др.]. – М.: Наука, 1968. – 452 с.
7. **Титченер, Э. Л.** Скрытая энергия при наклепе / Э. Л. Титченер, М. Б. Бевер // Успехи физики металлов. – М.: Металлургиздат, 1961. – Т. 4. – С. 34–39.
8. **Хаазе, Р.** Термодинамика необратимых процессов / Р. Хаазе. – М., 1967. – 544 с.
9. **Сверлин, Р. А.** Термодинамика твердого состояния / Р. А. Сверлин. – М.: Металлургиздат, 1963. – 520 с.

Поступила 16.05.2006

УДК 539.374

ЗАКОНОМЕРНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ПРОКОЛОТЫМ ОТВЕРСТИЕМ

*Докт. физ.-мат. наук, проф. ВАСИЛЕВИЧ Ю. В.,
инж. САХОНЕНКО Н. П., асп. САХОНЕНКО С. В.*

Белорусский национальный технический университет

Альтернативой просверленным отверстиям в элементах конструкционного назначения является формирование их методом прокалывания в еще неотвержденном полимерно-волокну-

стом материале – препреге. В процессе формирования отверстия с помощью заостренного стержня-индентора происходят раздвигание нитей и нарушение регулярной структуры ма-

териала изделия. Силовое поле армирующих волокон в этом случае не прерывается. Стенка отверстия из-за повышенного содержания волокон уплотняется, что и приводит к увеличению прочности в области концентрации напряжений. В области прокола нити теряют свою первоначальную форму. Наибольшему деформированию подвергаются нити, соприкасающиеся с поверхностью стержня-индентора. Осуществляют прокол отверстия на стадии, когда композиционный материал находится в состоянии препрега, т. е. полимерное связующее неотверждено и обладает минимальной величиной вязкости. Поэтому по мере продвижения конической части стержня возрастает зона уплотнения материала и повышается внутрислойное давление, которое приводит к перетеканию вязкого связующего через пористую волокнистую арматуру материала. При медленном прокалывании через некоторое время наступает равновесное состояние измененной структуры материала с внедренным в нее индентором.

Пусть осуществлен прокол отверстия стержнем кругового сечения в препреге из тканого материала, у которого нити утка и основы образуют взаимно перпендикулярные семейства нитей. После установления равновесия геометрические параметры композита будут соблюдать симметрию относительно координатных осей. Та нить семейства «1», которая до деформации занимала положение на оси Ox , после деформации будет занимать положение на линии $ABCG$; нить семейства «2», до деформации лежащая на оси Oy , займет положение $HBCD$ после прокола отверстия (рис. 1). Линия $ABCG$ – это граница отверстия. После прокола отверстия препрег, расположенный в первом квадранте, можно разделить на зоны, имеющие характерные особенности: зона, ограниченная линией $HMAVM_1H$, содержит только нити семейства «1»; зона, в которой содержатся только нити семейства «2», ограничена линией $GDCG$; замкнутая зона BCB обладает тем свойством, что во всех точках этой зоны угол между нитями семейств равен нулю. H и G – это точки, лежащие соответственно на нитях семейств «2» и «1» до и после деформации и определяющие участки деформации нитей.

В этих зонах выполняются условия равновесия [1], на основании которых следует, что напряжения растяжения и сжатия (в условиях переплетения) вдоль каждой из нитей в зоне BCB постоянны. Это положение позволяет легко связать напряженное состояние в точках основной зоны, ограниченной линией $HBCG$, с остальными зонами, расположенными в первом квадранте.

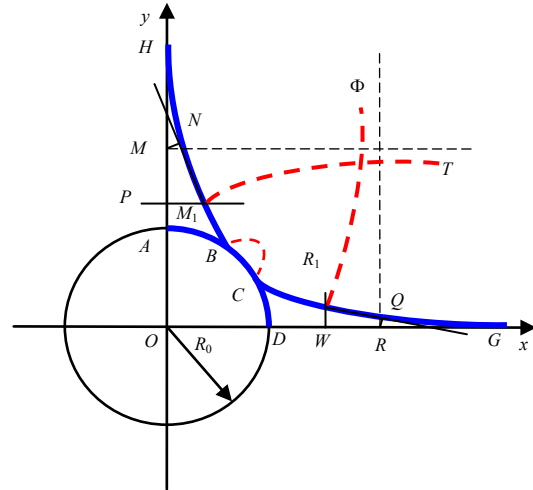


Рис. 1. Схема расположения характерных зон препрега после прокола отверстия

Рассмотрим расположение нитей семейства «1» в зоне $HMAVM_1H$. На границе отверстия, т. е. на линии AB , нити занимают положение части дуги окружности радиуса R_0 . Рассматриваемая зона освобождена от нитей семейства «2», поэтому на границе HM_1B и вблизи нее нити семейства «1» расположены менее плотно, чем внутри зоны. Следовательно, чем дальше от линии AB находится нить семейства «1», тем быстрее она распрямляется. На некотором расстоянии от точки A вдоль оси Oy найдется нить, которая в зоне будет представлять собой отрезок, как и все нити, расположенные выше нее. Поэтому в местах пересечения нитей семейства «1» с линией HM_1B должен быть излом нитей. Под изломом следует понимать скачкообразное изменение касательных к нитям семейства «1» в точках перехода через линию HM_1B . Необходимо провести параллель между изломом нитей в точках резкого изменения граничных условий и поведением напряжений в таких же точках для твердого упругого тела. Как известно, в подобных точках для твердого упругого тела имеет место концентрация напряжений. Поэто-

му если в теории упругости твердых деформируемых тел введено понятие «концентрация напряжений», то в теории деформации препрегов вводится понятие «излом нитей».

Будем иметь в виду, что размеры препрега в плане достаточны для того, чтобы деформация материала при проколе отверстия не затрагивала точек препрега на достаточно большом (по сравнению с радиусом отверстия) удалении.

Вследствие осевой симметрии следует рассматривать граничные условия на линии $HBCG$ (рис. 1). На участке границы вдоль линии BC нити обоих семейств имеют форму дуги окружности радиуса R_0 . Это трансформируется в выполнение следующих четырех условий:

$$R_1 = R_0; R_2 = R_0; \alpha_1 = \alpha_2; \alpha_{12} = \alpha_{21},$$

где R_1, R_2 – радиусы кривых, представляющих собой нити семейств после деформации; α_1, α_2 – углы, образованные касательными к нитям с осью Ox ; σ_{12}, σ_{21} – напряжения сжатия в условиях переплетения соответствующих семейств нитей.

В общем случае граничные условия на участке границы могут выражаться следующим образом:

- в виде заданных напряжений или перемещений для каждого семейства нитей;
- описывающими форму границы области;
- в виде связей между напряжениями или перемещениями обоих семейств нитей.

Это должно выражаться функциональными зависимостями. Количество таких условий должно равняться четырем.

Рассмотрим функциональные зависимости, которые имеют место при проколе отверстия. Отметим, что границу HM_1B формирует крайняя нить семейства «2», а границу CG – нить семейства «1». Граница HM_1B характеризуется нормальным напряжением, равным нулю, так как отсутствует внешняя нагрузка на крайнюю нить семейства «2», кроме растягивающих усилий. Таким образом, в любой точке границы HM_1B напряжения сжатия семейства нитей «2» равны нулю.

Второе граничное условие на границе HM_1B должно быть сформулировано для нитей семейства «1». Обратим внимание на то, что как до прокола отверстия, так и после него, точки всех нитей семейства «1», лежащие на оси Oy ,

остаются на этой же оси. Точное отражение этой зависимости сводится к интегральному уравнению, решение которого затруднительно. Более удачным представлением граничного условия, описанным ниже, будет результат пренебрежения бесконечно малыми более высокого порядка малости при описании границы области прокола отверстия. Действительно, угол α_1 изменяется достаточно мало, и это изменение колеблется около значения 2π . Кроме того, можно предположить, что нити семейства «1» в зоне $HMAVM_1H$ растягиваются равномерно. Поэтому проекция перемещения на ось Ox всех точек границы HM_1B равна величине отрезка нити длиной x_0 вместе с его упругими и неупругими деформациями. Здесь x_0 – координата точки на нити семейства «1» до деформации, которая после деформации принадлежит линии HM_1B . Таким образом, во всех точках границы HM_1B выполняется следующее соотношение:

$$\left(1 + \gamma_{11} + \frac{\sigma_{11}}{E_{11}}\right)x_0 = -u_2 \sin \alpha_2 + v_2 \cos \alpha_2. \quad (1)$$

Здесь γ_{11} и $\frac{\sigma_{11}}{E_{11}}$ – неупругая и упругая части

относительной деформации нити семейства «1» соответственно [2]. Правая часть равенства определяет координату x_1 точки M_1 , причем $u_2 = MN$, $v_2 = NM_1$ – компоненты перемещения точки M в точку M_1 , определяемые как проекции перемещения точки M на нормаль и касательную в точке M_1 . В [2] получены уравнения для компонентов перемещения нитей семейства «2»:

$$\begin{aligned} u_2 &= c_{21} \sin \alpha_2 + c_{22} \cos \alpha_2 + \\ &+ \int_{\alpha_{02}}^{\alpha_2} [Z_{22} R_2 \cos \alpha_2 - R_2 \sin(\alpha_2 - \alpha)] d\alpha; \\ v_2 &= c_{22} \sin \alpha_2 - c_{21} \cos \alpha_2 + \\ &+ \int_{\alpha_{02}}^{\alpha_2} [Z_{22} R_2 \sin \alpha_2 + R_2 \cos(\alpha_2 - \alpha)] d\alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

где $Z_{22} = \frac{1}{1 + \gamma_{22} + \frac{\sigma_{22}}{E_{22}}}$; c_{21}, c_{22} – произвольные

функции, не зависящие от α_2 ; α_{02} – угол между касательной и осью Ox для рассматриваемой нити на границе области деформации нити (в точке H).

В результате подстановки (2) в (1) найдем

$$x_0 = Z_{11} \left[-c_{21} + \int_{\alpha_{02}}^{\alpha_2} R_2 \cos \alpha \, d\alpha \right], \quad (3)$$

где $Z_{11} = \frac{1}{1 + \gamma_{11} + \frac{\sigma_{11}}{E_{11}}}$.

Отметим, что равенство (3) будет выражать точное граничное условие, если участок границы AB (рис. 1) представляет собой отрезок, параллельный оси Ox . Отверстие при этом будет не совсем круглым, а таким, как на заштрихованной части рис. 2.

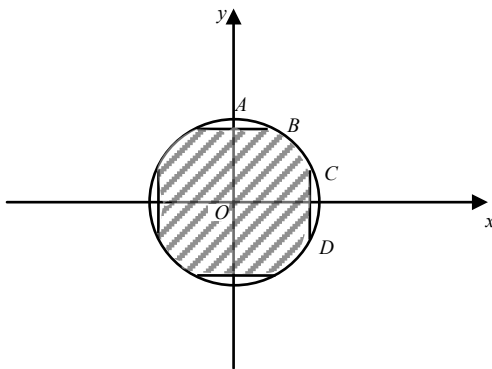


Рис. 2. Сечение прокалывающего элемента

Если отверстие в препреге представлено таким, как на рис. 2, то все нити семейства «1» в зоне $HMABM_1H$ (рис. 1) прямолинейны. Для круглого отверстия нить AB имеет форму дуги окружности. Поэтому на некотором расстоянии от точки A все нити семейства «1» тоже будут искривлены. Такое искривление отражается на точности граничного условия (3). Однако найдется точка, выше которой нити семейства «1» имеют прямолинейную форму в рассматриваемой зоне, и поэтому там граничное условие (3) выполняется точно.

На границе CG аналогичные условия выглядят следующим образом:

$$S_0 - y_0 = Z_{22} \left(-c_{12} - \int_{\alpha_1}^{\alpha_{01}} R_1 \sin \alpha \, d\alpha \right), \quad (4)$$

где c_{12} – произвольная функция, не зависящая от α_1 ; α_{01} – угол между касательной и осью Ox для рассматриваемой нити на границе области деформации (в точке G).

Рассмотрим, чему равно выражение $\partial \sigma_{21} / \partial R_2$ на участке границы HM_1B , если на этом участке $\sigma_{21} = 0$.

Отметим, что частные производные первого и второго порядков от функции σ_{21} по переменным $R_1, R_2, \alpha_1, \alpha_2$ непрерывны как внутри области, так и в любой точке границы [1], поэтому будут справедливы следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) &= \frac{\partial}{\partial R_1} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) \frac{dR_1}{d\alpha_2} + \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) \frac{dR_2}{d\alpha_2} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) \frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) = \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_1} \right) \frac{dR_1}{d\alpha_2} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) \frac{dR_2}{d\alpha_2} + \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \right) \frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} + \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_2} \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_1} \frac{dR_1}{d\alpha_2} \right) + \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \frac{dR_2}{d\alpha_2} \right) + \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_2} \right) - \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_1} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{dR_1}{d\alpha_2} \right) - \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{dR_2}{d\alpha_2} \right) - \\ &- \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} \right) = \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_1} \frac{dR_1}{d\alpha_2} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \frac{dR_2}{d\alpha_2} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_2} \right) - \\ &- \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_1} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{dR_1}{d\alpha_2} \right) - \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{dR_2}{d\alpha_2} \right) - \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} \right) \end{aligned}$$

Выражение в круглых скобках в первом слагаемом полученного результата представляет собой обычную производную по переменной α_2 от функции σ_{21} . Поэтому упомянутое первое слагаемое на основании равенства нулю σ_{21} имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{d\sigma_{21}}{d\alpha_2} \right) = 0.$$

Рассмотрим теперь последнее слагаемое

$$- \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} \right) = - \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial \alpha_1} \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial R_2} \right) = 0.$$

Здесь параметр α_1 зависит только от переменной α_2 , поэтому предыдущие преобразования справедливы на основании очевидных равенств:

$$\frac{\partial}{\partial R_2} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial \alpha_2} \right) = \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial R_2} \right); \quad \frac{\partial \alpha_1}{\partial R_2} = 0.$$

На этом основании равны нулю и остальные слагаемые. Следовательно:

$$\frac{d}{d\alpha_2} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} \right) = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial R_2} = C_2, \quad (5)$$

где C_2 – произвольная функция, не зависящая от переменной α_2 .

Аналогичную зависимость можно получить на участке границы CG

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial R_1} = C_1, \quad (6)$$

где C_1 – произвольная функция, не зависящая от переменной α_1 .

Четвертое граничное условие на участке границы HM_1B выражается равенством $\sigma_{12} = 0$. Это следует из того, что в зоне $HMAVM_1H$ нити семейства «1» только растягиваются (поперечное сжатие этих нитей отсутствует). Аналогично на границе CG четвертое граничное условие выражается зависимостью $\sigma_{21} = 0$.

Граница области деформирования на периферии характеризуется предсдвиговым состоянием нитей. Это означает, что во всех периферийных точках границы выполняются следующие соотношения:

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^0; \quad \sigma_{22} = \sigma_{22}^0; \quad \sigma_{12} = 0; \quad \sigma_{21} = 0,$$

где σ_{11}^0 и σ_{22}^0 – предельные напряжения растяжения, обеспечивающие предсдвиговое состояние.

Представленные граничные условия, а также [1] и [2] позволяют определять напряжения растяжения и сжатия в условиях переплетения нитей в каждом семействе при проколе отверстий в препрегах. Очевидно, что напряжения могут достигать предельных значений, выше которых наступает момент разрушения армирующего материала. Можно судить о прочности путем экспериментальной проверки прочности при растяжении армирующего материала. Такие эксперименты многочисленны, проверены и убедительны [3]. Что касается сжатия армирующего материала в вязкоупругом состоянии, то такие испытания не известны авторам работы. Отсутствуют методики их проведения, и поэтому нет информации о предельной величине таких напряжений.

ВЫВОД

В работе изложена математическая модель, описывающая зависимость между деформациями и напряжениями в зоне прокола препрега. Граничные условия в зоне прокола в количестве четырех функциональных зависимостей для препрегов могут выражать заданные напряжения либо перемещения, описывать форму границы либо выражать связь между напряжениями и перемещениями и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сахоненко, С. В. Уравнения равновесия при плоском напряженном состоянии препрегов / С. В. Сахоненко // Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 1. – 2004 – № 2.
2. Сахоненко, С. В. Зависимость между напряжениями и перемещениями армирующего материала препрегов на стадии формования изделий / С. В. Сахоненко // Деп. в ГУ «БелИСА» 10.03.2005. – № Д200515.
3. Егер, Дж. К. Упругость, прочность и текучесть / Дж. К. Егер. – М.: Машгиз, 1961.

Поступила 29.09.2006