

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА НА ПЕРЕГОНЕ МАГИСТРАЛЬНОЙ УЛИЦЫ

Канд. техн. наук, доц. РОЖАНСКИЙ Д. В., асп. НАВОЙ Д. В.

Белорусский национальный технический университет

Процесс движения транспортного потока по перегону носит нестационарный стохастический характер. Существуют различные подходы к описанию процесса движения транспортного потока на перегоне, однако традиционно используются линейные модели. Предлагается модель функционирования перегона, включающая в себя регулируемый перекресток, перегон и следующий регулируемый перекресток. Модель состоит из трех участков: рассасывания очереди перед стоп-линией; стабильного движения транспортного потока по перегону; взаимодействия со следующим светофорным объектом.

Процесс рассасывания очереди реального транспортного потока описывается большим числом факторов с широким спектром возможных значений. Очевидна трудность аналитического описания влияния и взаимовлияния всех факторов, поэтому исходную модель следует обосновывать на базе нескольких основных комплексных параметров.

На диаграмме время – путь (рис. 1) выделим три зоны [1]: 1 – свободного движения (нулевой плотности); 2 – движущейся очереди; 3 – неподвижной очереди (максимальной плотности потока).

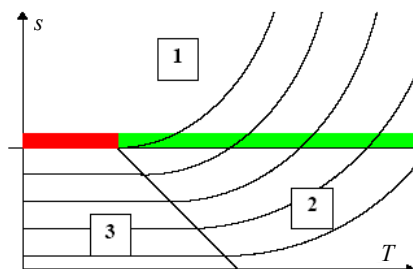


Рис. 1. Базовая модель процесса рассасывания

Определим уравнения границы зон 1 и 2 как уравнения движения обратной волны в транспортном потоке

$$X_{об}(t) = \frac{l_a + l_b}{t_p(t)} t - l_b, \quad (1)$$

где l_a – длина автомобиля; l_b – расстояние между стоящими автомобилями; $t_p(t)$ – временной интервал между троганиями следующих друг за другом автомобилей.

Граница зон 2 и 3 определяется законом движения первого автомобиля очереди:

$$v(t) = v_c(1 - e^{-\alpha t}); \quad (2)$$

$$X(t) = v_c \left(t - \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} \right), \quad (3)$$

где v_c – скорость свободного движения автомобилей; α – коэффициент разгонной динамики

В зоне движущейся очереди параметры движения автомобилей определены параметрами следующих за ними автомобилей (рис. 2). Для описания законов движения автомобилей в очереди (за исключением первого) применяются уравнения следования за лидером.

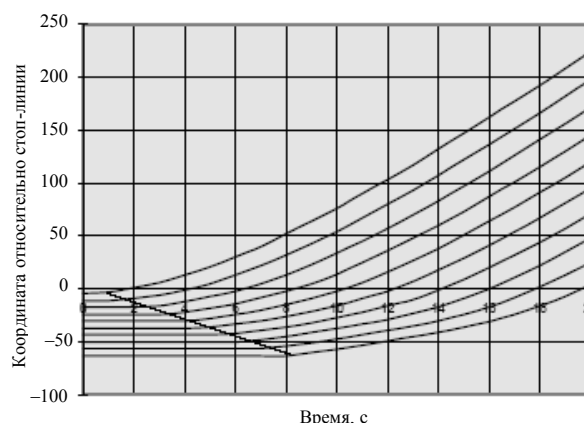


Рис. 2. Зависимость путь – время для идеальных условий движения

Таким образом, для определения временных интервалов прохождения заданного сечения

необходимо получить систему уравнений движения каждого автомобиля в очереди и разрешить ее относительно координаты заданного сечения. Решение данной задачи предлагается осуществлять численными методами с помощью ЭВМ.

В [2] отмечено влияние пространственного распространения очереди на интенсивность прибытия в очередь автомобилей. Действительно, с ростом очереди «ударная волна», т. е. линия изменения плотности и скорости (стоп-линия), перемещается со скоростью $v_{\text{сп}}$ навстречу направлению движения потока автомобилей. Для непрерывной модели скорость «ударной волны» в процессе роста очереди

$$v_{\text{сп}} = q l_a \quad (4)$$

В этом случае интенсивность прибытия автомобилей в очередь (очередь неподвижна и накапливается) определяется по формуле

$$q_n = q + v_{\text{сп}} K, \quad (5)$$

где K – плотность транспортного потока, авт./м,

$$K = \frac{q}{v}. \quad (6)$$

Интенсивность прибытия автомобилей в очередь равна:

$$q_n = \frac{q}{1 - K_{\text{сп}}}, \quad (7)$$

или

$$q_p = q - v_{\text{сп}} \frac{q}{v}. \quad (8)$$

Скорость движения определена аналогично формуле (2), тогда

$$v_{\text{сп}} = v(t) - q_p l_a, \quad (9)$$

а интенсивность прибытия

$$q_p = q - v(1 - e^{-at}) - (q_p l_a) \frac{q}{v}. \quad (10)$$

Для движущейся очереди интенсивность переписывается

$$q_p = \frac{q e^{-at}}{1 - K_{\text{сп}}}. \quad (11)$$

Момент трогания $t_{\text{об}}$ последнего остановившегося автомобиля:

$$q_n'(t_{\text{кр}} - t_{\text{об}}) = q_{\text{об}} t_{\text{об}}; \quad (12)$$

$$t_{\text{об}} = \frac{t_{\text{кр}}}{\frac{1 - K_{\text{сп}}}{q_{\text{об}}} - 1}, \quad (13)$$

где $q_{\text{об}} = \frac{1}{\tau_{\text{об}}}$ – интенсивность обратной волны,

величина, обратная интервалу трогания автомобилей с места, авт./с.

В рамках данной модели возможно разделение потерь транспортного потока по следующим факторам: задержки неподвижных автомобилей (задержки 1-го рода); задержки при разгоне-торможении (задержки 2-го рода). Итогом моделирования являются данные о моментах проезда автомобилями очереди заданных сечений проезжей части. В результате статистической обработки возможно получить оценки интервалов убытия, значения потока насыщения, потерянного времени.

Рассмотрим другую модель [3]. Предположим следующее.

1. Импульс интенсивности состоит из двух составляющих: интенсивности рассасывания очереди и интенсивности безостановочного движения.

2. Длина очереди является случайной величиной и распределена по нормальному усеченному закону распределения. Функция распределения вероятности имеет вид

$$F(x) = \frac{\left[\frac{F_u(x - \mu)}{\sigma} - \tau \right]}{1 - \tau}, \quad x \leq x_0, \quad (14)$$

где $\frac{F_u(x - \mu)}{\sigma}$ – интеграл вероятности стандартизованного нормального распределения случайной величины с математическим ожиданием μ и среднеквадратичным отклонением σ ; τ – степень усечения, $\tau = \frac{F_u(x_0 - \mu)}{\sigma}$.

Таким образом, импульс интенсивности при рассасывании очереди определяется следующим образом:

$$q(t) = P_0(t) q_n(t) + (1 - P_0(t)) q(t), \quad (15)$$

где $P_0(t)$ – вероятность существования очереди в момент времени, не меньше t ; $q_n(t)$ – величина потока насыщения главного направления; $q(t)$ – величина интенсивности главного направления:

$$P_0(t) = P_0(t < t_0) \frac{\left[\frac{F_u(t - t_0)}{\sigma_{t_0}} - \tau \right]}{1 - \tau}; \quad (16)$$

$$\tau = F_u \left(\frac{\bar{t}_0}{\sigma_{t_0}} \right), \quad (17)$$

где \bar{t}_0 – среднее время рассасывания очереди, $\bar{t}_0 = 8$ с; σ_{t_0} – среднеквадратичное отклонение времени рассасывания очереди, $\sigma_{t_0} = 10$ с.

Существует несколько подходов к описанию движения транспортного потока на перегоне. Задаются длительность цикла, а время проезда τ любого автомобиля между двумя соседними регулируемыми перекрестками (исключая задержку у перекрестка) принимается имеющим нормальное распределение с плотностью

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (18)$$

где μ , σ^2 – среднее значение и дисперсия времени проезда автомобилем заданного участка дороги.

Если $\rho_d(t)$ – интенсивность отправок на входном пересечении, а $\rho_a(t)$ – интенсивность потока прибытий на выходном пересечении, то с учетом уравнения (18) получаем

$$\begin{aligned} \rho_a(t) &= \int_0^\infty \rho_d(t - \tau) f(\tau) d\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \times \\ &\times \int_0^\infty \rho_d(t - \tau) e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau. \end{aligned} \quad (19)$$

Кривая интенсивностей отправок $\rho_d(t)$ разбивается на интервалы времени Δt и представляется ступенчатой функцией. Если ρ_i – величина $\rho_d(t)$ за время $i\Delta t \leq t < (i+1)\Delta t$, то, сместив время на μ , уравнение (19) переписывается следующим образом:

$$\rho_a(t + \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} \rho_i e^{-\frac{(z-t)^2}{2\sigma^2}} dz =$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \rho_i \left[P\left(\frac{(i+1)\Delta t - t}{\sigma}\right) - P\left(\frac{i\Delta t - t}{\sigma}\right) \right], \quad (20)$$

где $P(t)$ – вероятность, определяемая как

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\left(\frac{z}{\sigma}\right)^2} dz \quad (21)$$

Подобное аналитическое описание наиболее полно отражает процесс движения транспортного потока на перегоне. При дальнейшем описании транспортного потока автор [4] аппроксимирует поток отправок периодическим потоком прямоугольных импульсов, а движение переднего фронта размытой волны транспортного потока по перегону рассматривает как линейный процесс.

Существующий метод предсказания «среднего» распада группы автомобилей при условии, что известна структура стартового с предыдущего перекрестка потока, описывается следующим рекуррентным выражением [5]:

$$\rho_a(i + t) = (1 - F)\rho_a(i + t - 1) + F\rho(i), \quad (22)$$

где t – величина, кратная среднему времени движения по перегону; $\rho_a(i)$ – прибывающий к перекрестку поток в i -м интервале; $\rho(i)$ – интенсивность потока, покидающего предыдущий перекресток в интервале времени i ; F – сглаживающий фактор.

Сглаживающий фактор выбирается из условия минимума квадрата величин отклонений точек теоретической и экспериментальных кривых. Экспериментально установлено, что $t = 1,8t_{cp}$, где t_{cp} – среднее время движения по перегону,

$$F = 1/(1 + 0,5t). \quad (23)$$

Формула (22) успешно используется в модели «Транзит» [5].

Предлагается представить нормальное распределение времени проезда автомобилем перегона с плотностью, учитывающей среднее значение времени проезда перегона и дисперсию транспортного потока как функцию длины участка дороги. Это позволит более точно определить передний фронт размытой волны транспортного потока при подходе к следующему перекрестку и эффективный сдвиг вклю-

чения зеленого сигнала. В отличие от определения линейности движения переднего фронта транспортного потока в классических моделях зависимость времени проезда транспортного потока и дисперсии от длины перегона позволяет внести характер нелинейности в рассматриваемый процесс. Условием пропуска транспортного потока на следующем регулируемом пересечении является нахождение кривой интенсивности в границах разрешающего сигнала с учетом потеряннного времени на рассасывание очереди внепачковых автомобилей

$$t_{кр} + t_n \leq f(\tau) \leq C, \quad (24)$$

где $t_{кр}$ – продолжительность горения запрещающего сигнала; t_n – потерянное время; C – продолжительность цикла. Длительность зеленого сигнала $T_n = C - (t_{кр} + t_n)$. Тогда импульс интенсивности на следующей стоп-линии

$$\rho_a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{t_{кр}+t_n}^C \rho_i e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (25)$$

Эффективный сдвиг включения зеленого сигнала можно определить как разность между суммой точки его включения на втором перекрестке и передним фронтом импульса интенсивности основного транспортного потока. Причем передний фронт импульса интенсивности является функцией длины перегона, состояния проезжей части, внешних воздействий и определяется на основании экспериментальных данных для конкретных условий движения. При определении эффективного сдвига включения зеленого сигнала необходимо также учитывать интенсивность внепачковых автомобилей, прибывающих к стоп-линии за время T . Если рассматривать вероятностную модель, то длина очереди, скопившейся у стоп-линии, является случайной величиной и распределена по нормальному усеченному закону распределе-

ния по (14). Время рассасывания очереди определяется по (13). Установлено, что наряду с кусочно-линейной аппроксимацией распределения времени рассасывания очереди следует использовать вероятностную модель. Тогда эффективный сдвиг является суммой времени, необходимого для рассасывания очереди и сдвига времени включения разрешающего сигнала между двумя соседними пересечениями.

ВЫВОД

Использование принципа нелинейности поведения транспортного потока в предложенной модели функционирования перегона на всех трех участках позволяет более точно описать алгоритмы магистрального управления транспортными потоками и определить управляющие воздействия путем уточненной корректировки планов координации и схем организации дорожного движения на регулируемых объектах в составе автоматизированных систем управления дорожным движением.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Никурадзе, Н. Ш.** Исследование режимов светофорного регулирования на сложных пересечениях в одном уровне: дис. ... канд. техн. наук: 656.11 / Н. Ш. Никурадзе. – М., 1980. – 162 с.
2. **Павлович, А. А.** Методы повышения эффективности управления транспортными потоками на регулируемых пересечениях в городах: дис. ... канд. техн. наук: 656.11 / А. А. Павлович. – М., 1988. – 214 с.
3. **Важник, Ю. П.** Разработка и применение нелинейной модели убытия автомобилей из очереди при светофорном регулировании: дис. ... канд. техн. наук: 656.11 / Ю. П. Важник. – М., 1998. – 123 с.
4. **Иносэ, Х.** Управление дорожным движением / Х. Иносэ, Т. Хамада; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1983. – 248 с.
5. **Robertson, D.** Transyt method for area traffic control / D. Robertson // Traffic. Eng. Control. – 11.06.1969.

Поступила 6.06.2005