

данного равенства находим  $d_1 = \frac{\alpha_1 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$  и  $d_2 = \frac{\alpha_2 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$ . Начальные и граничные условия при  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  запишем в виде: начальные условия при  $\tau = 0$   $\theta = \theta_0 = f(x) - t_{cp} = F(x)$ ; граничные условия при  $x = \frac{\alpha_2 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} \theta$ ; при  $x = 0$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ; при  $x = -\frac{\alpha_1 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\alpha_1}{\lambda} \theta$ . Для нахождения распределения температуры по толщине пластины необходимо рассмотреть два слоя, на которые разбита пластина изотермической поверхностью. Для правого слоя пластины при  $x = 0$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ; при  $x = \frac{\alpha_2 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} \theta$ . Для левого слоя пластины при  $x = 0$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ; при  $x = -\frac{\alpha_1 d}{\alpha_1 + \alpha_2}$   $\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\alpha_1}{\lambda} \theta$ . Метод решения данных граничных задач изложен выше.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача.- М.: Энергия, 1975.- 488 с.

УДК 539.376

Стеликов Н.Е.

## КИНЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ КРУЧЕНИИ

*Белорусская государственная сельскохозяйственная академия  
Горки, Беларусь*

В работе [1] изложены основы кинетической теории ползучести твердых тел при осевом растяжении, где предполагается равномерное распределение напряжений на макроуровне нормальных сечений с соответствующим перераспределением на межатомные связи. В настоящей работе ставится задача по привязке теории к сдвигу, когда на макроуровне касательные напряжения имеют треугольную эпюру распределения.

С позиций кинетической концепции прочности, связывающей процессы, происходящие на микроуровне нагруженных тел с силами межатомного взаимодействия, ползучесть при растяжении и кручении является следствием этих процессов, т.е. имеет одну природу и должна подчиняться одним закономерностям. Запишем в соответствии с [1] уравнение ползучести для деформации  $\varepsilon$ , которая при кручении рассматривается и как угол закручивания:

$$t = \tau_0 \left( \ln \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \exp \frac{U_0 - \gamma \delta \sigma_0 / \varepsilon}{kT}, \quad (1)$$

где  $t$  – время, необходимое на изменение величины деформации от 0 до  $\varepsilon$ ;

$\tau_0$  – период колебаний атомов ( $\approx 10^{-13}$  с);

$\delta$  – предельная величина деформации (угла закручивания), при которой тело теряет сплошность;

$U_0$  – энергия активации ползучести;

$\gamma$  – структурно-чувствительный коэффициент с размерностью объема;

$\sigma_0$  – величина начального касательного напряжения;

$k$  – постоянная Больцмана;

$T$  – температура.

Первоначально мы рассмотрели ползучесть при кручении в условиях, когда распределение касательных напряжений по сечению образца на макроуровне приближается к равномерному. Это, в первую очередь, относится к кручению тонкостенных трубчатых образцов. В качестве экспериментальных рассмотрим данные из работы [2] по изучению ползучести при кручении тонкостенных трубчатых образцов из сплава Al с 3% Mg. На рис. 1 сплошными линиями показана кривая ползучести таких образцов и кривые последействия. Опыты проводились при постоянном напряжении  $\sigma_0 = 35$  МПа и температуре  $T = 473$  К. Пунктирными линиями показаны теоретические кривые ползучести и последействия. Кривые ползучести построены по формуле (1) с использованием следующих параметров:  $U_0 = 169,34$  кДж/моль;  $\gamma = 0,228$  кДж/(моль·МПа);  $\delta = 0,003$ .

Кривые последействия построены по формуле, приведенной в работе [3]:

$$t = \tau_0 \left( \ln \frac{\epsilon_0}{\epsilon'} \right) \exp \frac{U_0 - \gamma \delta \sigma_0 / \epsilon}{kT}, \quad (2)$$

где  $\epsilon_0$  – значение деформации в момент снятия нагрузки;

$\epsilon'$  – деформации последействия;

$t$  – время, необходимое на снижение деформаций от значения  $\epsilon_0$  до значения  $\epsilon'$

Кривые последействия построены по тем же параметрам, что и кривая ползучести, за исключением коэффициента  $\gamma$ , который в формуле (2) принят равным  $0,001$  кДж/(моль·МПа).

Оценивая достоверность теории, в первую очередь, отмечаем хорошее соответствие экспериментальных и теоретических кривых. Во-вторых, проводим сравнение значения энергии активации ползучести, используемое при построении теоретических кривых, с аналогичными значениями энергии, но полученными другими независимыми способами. В связи с тем, что по представлениям кинетической теории ползучесть является результатом процесса самодиффузии, мы проведем сравнение с соответствующим значением энергии активации. Кроме этого, используем экспериментальные данные по определению значений энергии активации высокотемпературной ползучести, а также при сдвиге по границам зерен.

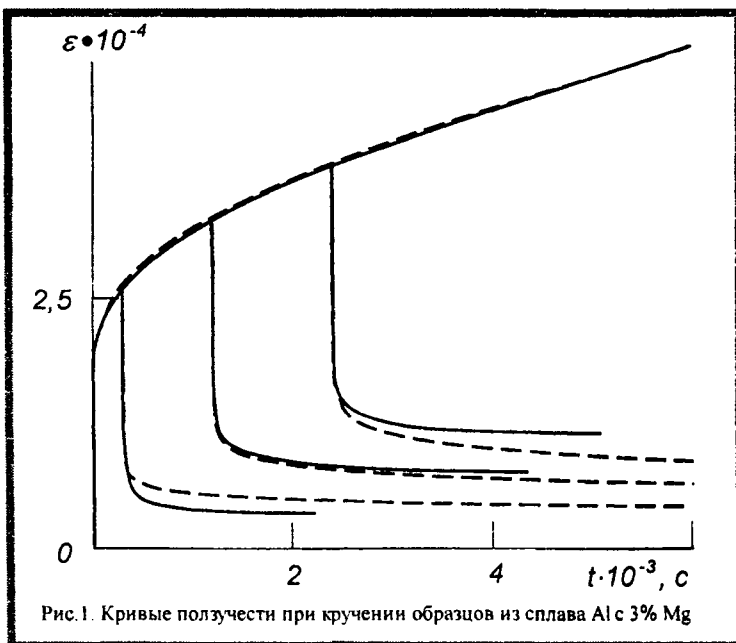


Рис. 1. Кривые ползучести при кручении образцов из сплава Al с 3% Mg

Значение энергии активации диффузии марганца в алюминии составляет  $38,5$  ккал/моль ( $161$  кДж/моль) [4]. Следующие значения энергии активации берем из работы [5]. Так, в соответствии с источником [6] значение энергии активации высокотемпературной ползучести чистого (99,90%) наклепанного алюминия составляет  $36$  ккал/моль ( $151$  кДж/моль). В соответствии с источником [7] значение энергии активации сдвига по границам зерен алюминия (99,996%) составляет  $37$  ккал/моль ( $155$  кДж/моль). Мы наблюдаем близость сравниваемых значений энергии активации для ползучести, самодиффузии и сдвига по границам зерен, что в первом приближении можно считать хорошим подтверждением состоятельности разрабатываемой теории для условий равномерного распределения напряжений при кручении.

Дальнейшее исследование ползучести проводилось при кручении цилиндрических образцов сплошного сечения. На рис. 2 сплошными линиями показаны экспериментальные

кривые ползучести нейлона при кручении [8]. В опытах определялся угол закручивания круглых цилиндрических образцов на базе 101,6 мм при температуре 298 К. Напряжения в МПа в соответствии с нумерацией кривых составляли: 2,1 (1); 4,2 (2); 6,3 (3); 8,4 (4); 10,5 (5); 12,6 (6). Пунктирными линиями на рис. 2 показаны расчетные кривые, полученные по формуле (1) с подстановкой вместо деформации  $\epsilon$  угла  $\alpha$  при следующих значениях соответствующих параметров:  $U_0 = 131,31$  кДж/моль;  $\gamma = 0,718$  кДж/(моль·МПа);  $\delta = 100$  град.

Во-первых, отмечаем удовлетворительное соответствие теоретических кривых экспериментальным.

Во-вторых, учитывая, что ползучесть мы рассматриваем как процесс, отражающий межатомные взаимодействия, проведем сравнение значения энергии активации ползучести, полученное с помощью формулы (1), со значениями энергии активации термической деструкции нейлона. По данным работы [9] энергия активации термической деструкции нейлона 6 с молекулярным весом 30000 составляет 27 ккал/моль (113 кДж/моль), а для нейлона с молекулярным весом 60000 – соответственно 34 ккал/моль (142 кДж/моль). Очевидно, что теория дает приемлемое значение энергии активации ползучести, входящее в экспериментальные пределы, что подтверждает одинаковость процессов, происходящих на микроуровне разрушаемого полимера механическим или термическим путем.

Дальнейшее развитие теории связываем с улучшением приближения теоретических кривых к экспериментальным. При сравнении данных кривых (сплошные и пунктирные на рис. 2) обращает на себя внимание то, что особенно при больших напряжениях теория показывает более медленный темп роста деформаций, чем эксперимент.

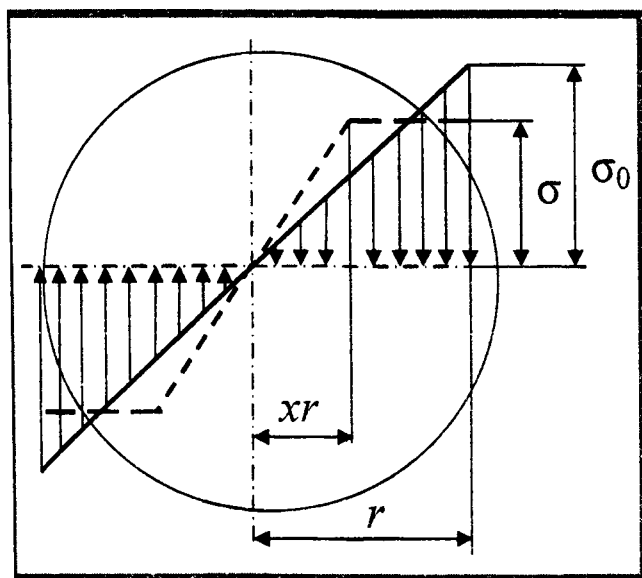


Рисунок 3 - Схема изменения распределения касательных напряжений при кручении в процессе ползучести

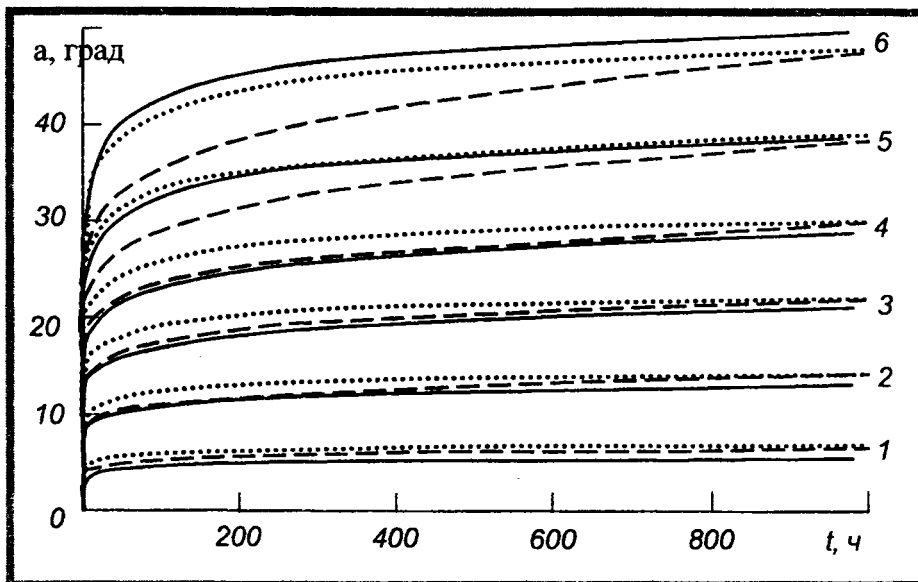


Рис. 2. Кривые ползучести нейлона при кручении

Объяснение такого поведения материала при кручении может быть связано с тем, что касательные напряжения по сечению распределяются неравномерно (по треугольной эпюре), а в течение ползучести происходит перераспределение напряжений с разрушенными межатомными связями на неразрушенные, что меняет картину распределения напряжений по сечению и, следовательно, скорость роста деформаций. На такое перераспределение напряжений уже обращалось внимание в работе [8], где качественно показано изменение распределения напряжений и переход от линейной закономерности распределения напряжений к нелинейной.

Мы предлагаем следующую модель ползучести при кручении с учетом пере-

распределения напряжений по сечению за счет разрушения более напряженных и нагружения менее напряженных, но более многочисленных межатомных связей при постоянной величине крутящего момента. На рис. 3 показана схема изменения распределения касательных напряжений по круглому сечению радиусом  $r$  в процессе ползучести, принятая в нашей модели. Первоначально эпюра напряжений имеет треугольный вид с максимальным значением  $\sigma_0$ . Далее идет уменьшение напряжений и их выравнивание по сечению. Пунктирными линиями показана промежуточная эпюра распределения напряжений, когда часть сечения нагружена равномерно распределенными, а часть – треугольными по радиусу, отношение которого к радиусу  $r$  равно  $x$ . Учитывая, что при треугольном распределении напряжений крутящий момент равен  $M_k = \sigma \pi r^3 / 2$ , а при прямоугольном распределении –  $M_k = 2\sigma \pi r^3 / 3$  [10], для случая, когда на внутренней части круглого сечения радиусом  $xr$  напряжения распределены по треугольнику, а на внешней оставшейся части – по прямоугольнику, крутящий момент запишется в виде

$$M_k = \frac{2}{3} \sigma \pi r^3 - \frac{2}{3} \sigma x^3 r^3 + \frac{1}{2} \sigma x^3 r^3 = \sigma \pi r^3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{6} x^3 \right). \quad (3)$$

Принимая  $M_k = const$ , обозначив начальные напряжения при треугольной эпюре распределения касательных напряжений через  $\sigma_0$ , получаем зависимость текущих максимальных напряжений

$$\sigma = 3\sigma_0(4 - x^3). \quad (4)$$

Значение  $x^3$  меняется от 1 в начале нагружения до 0, когда напряжения выравниваются по сечению. Такому изменению величины  $x$  соответствует эмпирическая зависимость от времени в виде  $x^3 = \exp(-\mu t)$ , которую мы вводим в расчет, записав формулу (1) в виде

$$t = \tau_0 \left( \ln \frac{\sigma}{\alpha} \right) \exp \frac{U_0 - 3\gamma\delta \sigma_0 / \alpha [4 - \exp(-\mu t)]}{kT}. \quad (5)$$

На рис. 2 точечными линиями показаны кривые ползучести, рассчитанные по формуле (5) с использованием параметров  $U_0$  и  $\delta$ , по которым построены пунктирные кривые на рис. 2 и приведенных для нейлона выше, а  $\gamma = 0,85$  кДж/(моль·МПа) и  $\mu = 1,5 \cdot 10^{-7}$  с<sup>-1</sup>. Очевидным является то, что введение коэффициента  $\mu$  позволило приблизить теоретические кривые ползучести к экспериментальным, но самое важное – правильно отразить изменение скорости нарастания деформации ползучести во времени, что наглядно демонстрируется на рис. 2 почти идеальной параллельностью теоретических и экспериментальных кривых. Всё это говорит о состоятельности принятой модели изменения касательных напряжений при кручении в процессе ползучести и возможности применения формулы (5) для соответствующих расчетов.

Таким образом, в работе развит кинетический подход к ползучести в условиях неравномерного распределения напряжений на макроуровне расчетного сечения с учетом изменения характера распределения во времени. Это выражено в получении нового уравнения ползучести для условий кручения. Результатами расчетов с использованием данной зависимости и сравнения их с экспериментальными данными, полученными независимыми исследованиями, подтверждена правильность принятой модели изменения эпюры распределения касательных напряжений во времени в процессе ползучести цилиндрического образца, подверженного воздействию постоянным крутящим моментом.

Сравнение значений энергии активации при ползучести, полученных в результате расчетов по предложенной зависимости, с аналогичными значениями энергии активации при высокотемпературной ползучести, самодиффузии и при сдвиге по границам зерен материалов, полученных другими исследователями и другими методами, показывает их соответствие, а значит и то, что все эти процессы имеют одну природу. Кроме этого, данное сравнение показывает одинаковость процессов, происходящих на микроуровне нагруженного тела в режиме ползучести, как при растяжении, так и при кручении.

Результативность работы во многом обеспечена тем, что совершенствование разрабатываемой кинетической теории велось на основе связи с классическими методами механики деформируемого твердого тела. Очевидно, что такая связь позволяет не только совершенствовать кинетическую теорию, но и направлять ее в правильное, апробированное русло. Кроме этого, такая связь выводит на новые задачи, которой в нашем случае является задача о природе нового коэффициента  $\mu$  и выражении его через параметры, отражающие силы межатомного взаимодействия.

Разрабатываемая теория, позволяющая с хорошим приближением описывать экспериментальные данные, направлена на применение при проектировании реальных конструкций, особенно машиностроительных, где кручение, как вид напряженного состояния деталей, имеет широкое распространение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Стеликов. Н.Е. Кинетика деформирования и разрушения твердых тел при ползучести. / Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2004. №3. С. 60 – 63.
2. Кеннеди А.Д. Ползучесть и усталость в металлах. – М.: Metallurgizdat, 1965. – 312 с.
3. Стеликов Н.Е. Кинетическая теория ползучести: монография. – Горки: Ред.-изд. отдел БГСХА, 2006. – 104 с.
4. Зайт В. Диффузия в металлах. Процессы обмена мест: пер. с нем. Г.С. Куликова и Р.Ш. Малковича; под ред. Б.И. Балтакса. – М.: Изд. иностр. лит, 1958. 382 с.
5. Дорн Д.Э. Спектр энергий активации ползучести / Ползучесть и возврат. – М.: Metallurgizdat, 1961. – С. 291 – 325.
6. Frenkel R.E., Sherby O.D., Dorn I.E. Trans. ASM. 1955. Vol. 47. P. 632.
7. Fazan B., Sherby O.D., Dorn I.E. Trans. Amer. Inst. Of Mining and Metallurgical Engineers. 1954. Vol. 200. P. 919.
8. Макклиток Ф., Арагон А. Деформация и разрушение материалов. – М.: Мир, 1970. – 444 с.
9. Мадорский С. Термическое разложение органических полимеров. – М.: Мир, 1967. – 326 с.
10. Соппротивление материалов / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Н.И. Монахов и др.; под. ред. А.Ф. Смирнова: изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1975. 480 с.

УДК 621.791.042

*Макушок Е.М., Петюшик Е.Е., Реут О.П.*

### **О ВОЗНИКНОВЕНИИ ДЕФОРМАЦИОННОЙ АНОМАЛИИ ПРИ РАДИАЛЬНОМ ОБЖАТИИ НАМОТАННЫХ ПРОВОЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Первые эксперименты по обжатию проволочных намотанных конструкций методом изостатического (радиального) прессования через упругую оболочку (полиуретан) продемонстрировали вполне определенную тенденцию возникновения деформационных особенностей, с которыми практическое применение металлообработки еще не встречалось [1]. Существуют особенности в том, что в локальных областях по контуру поверхности фактического контакта образуются не только местные выплески выдавливания (какие возникают при измерении твердости), но и выбросы деформируемого материала проволок в форме, напоминающей пенек, а также (гораздо чаще) отдельные усообразные цилиндрические образования, длина которых многократно превосходит их сечение.

На рис.1 показаны снимки, демонстрирующие специфику локального поверхностного формообразования на разных стадиях развития процесса. На рис.1,а представлен одиночный выступ, на рис.1,б – развитый выплеск в виде слегка конического стержня с каплевидными пережимами винтового характера. Последнее обстоятельство свидетельствует о том, что ука-