

Таким образом, установлено отличие сопряженного напряженного состояния системы ролик/кольцо (12) как от контактного напряженного состояния, так и напряженного состояния, рассчитанного в соответствии с теорией изгиба. Анализ показывает, что это различие, в зависимости от условий нагружения, может достигать 1,5–2 раз [7]. Это означает, что неучет сопряженного напряженного состояния при проектировании конкретной силовой системы может привести к неверной оценке ее работоспособности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сосновский Л. А. Основы трибофатики: – Гомель: БелГУТ, 2003. – Т.1. – 246 с.; Т.2. – 234 с. 2 Сосновский Л. А., Щербаков С. С. О классификации контактных задач применительно к силовым системам машин / Современные методы проектирования машин. Сборник научных трудов. Вып. 2. В 7-ми т. / Под общ. ред. П. А. Витязя. – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – Т.4. – С. 48–58. 3 Тюрин С. А. и др. Новые способы испытаний применительно к системе колесо/рельс // Вестник БелГУТа. – 2004. – С. 54–64. 4 Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 5 Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1958. – Т.1. – С. 387–486. 6 Тимошенко С. П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с. 7 Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения: – Гомель: БелГУТ, 2007. – 434 с. 8. Журавков М. А., Захарик А. М., Босяков С.М., Щербаков С.С. Компьютерный анализ напряженно-деформированного состояния в зоне эллиптической площадки контакта тел при качении применительно к модели зубчатых зацеплений.// Трение и износ, 2006. -№1. –С.12-16. 9 Журавков М. А., Щербаков С.С. Исследование опасных объемов при решении контактной задачи для системы «ролик/кольцо» / Тр. 5-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2005), 3–7 октября 2005 г., Иркутск (Россия) / отв. ред. А. П. Хоменко. – Иркутск: Иркутский государственный университет путей сообщения, 2005. –Т. 1. – С. 375–390. 10 Сосновский Л. А., Сенько В. И., Щербаков С. С., Залесский Н. А., Исследование напряженного состояния простейшей модели системы колесо/рельс // Вестник БелГУТА, 2005. – № 2. – С. 18–41.

УДК 539.3

Щербаков С. С.

ОПАСНЫЕ ОБЪЕМЫ КАК МЕРЫ ПОВРЕЖДЕННОСТИ

*Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь*

Оценка поврежденности силовой системы [1] в общем случае основывается на статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [2].

Согласно этой модели при объемном деформировании опасным называется объем V_p , в котором с некоторой вероятностью P возможно появление циклических напряжений σ превышающих нижнюю границу σ_{-1lim} рассеяния пределов выносливости σ_{-1} . Соответственно при контактном деформировании опасным называется объем, в котором с некоторой вероятностью P возможно появление нормальных контактных напряжений, превышающих нижнюю границу P_{fmin} рассеяния пределов выносливости $P_f = P_{0lim}$, где $P_{0lim} = \sigma_{zz}^{(max)}$ – давление в центре контакта при предельной контактной нагрузке. Аналогичным образом определяется нижняя граница рассеяния пределов выносливости для касательных напряжений.

Применительно к силовым системам дуга расчета опасных объемов предполагает, во-первых, знание трехмерного напряженного ния элементов, вызванного как локальным, так и объемным нагружением, и, во-вторых, определения критических (предельных) напряжений, которые служат критерием для ограничения соответствующих опасных областей.

При действии на силовую систему предельной нагрузки F_{*lim} для однородного изотопного деформируемого твердого тела определяют предельные нормальные и касательные напряжения $\sigma_n^{(*lim)}$ и $\sigma_\tau^{(*lim)}$, а также предельное главное напряжение $\sigma_1^{(*lim)}$ и предельную интенсивность напряжений $\sigma_{int}^{(*lim)}$ [2, 3]:

$$\begin{aligned} \sigma_n^{(*lim)} &= \max_{dV, i} \left(\left| \sigma_{ii} (F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i = x, y, z, \\ \sigma_\tau^{(*lim)} &= \max_{dV, i, j} \left(\left| \sigma_{ij} (F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j, \\ \sigma_1^{(*lim)} &= \max_{dV} \left(\left| \sigma_1 (F_{*lim}, dV) \right| \right), \\ \sigma_{int}^{(*lim)} &= \max_{dV} \left(\sigma_{int} (F_{*lim}, dV) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где dV – элементарный объем нагруженного тела.

Тогда критериальные условия для ограничения опасных объемов будут иметь вид

$$V_{ij} = \left\{ dV / \sigma_{ij} \geq \sigma_k^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad i, j = x, y, z, \quad k = \begin{cases} n & \text{при } i = j, \\ \tau & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad (2)$$

$$V_i = \left\{ dV / \sigma_i \geq \sigma_1^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

$$V_{int} = \left\{ dV / \sigma_{int} \geq \sigma_{int}^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad (4)$$

где V_k – рабочий объем деформируемого твердого тела.

Следовательно, если рассмотреть тензор напряжений σ_{ij} в каждом элементарном объеме dV тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных можно ввести три типа тензора повреждающих напряжений: компонентные, главные и октаэдрический:

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \left| \sigma_{ij} / \sigma_k^{(*lim)} \right|, \\ g_i &= \left| \sigma_i / \sigma_1^{(*lim)} \right|, \\ g_{int} &= \sigma_{int} / \sigma_{int}^{(*lim)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где g_{ij} , g_i , g_{int} имеют вероятностную природу, поскольку в условии прочности как действующие напряжения σ_{ij} , σ_i , σ_{int} , так и пределы выносливости $\sigma_k^{(*lim)}$, $\sigma_1^{(*lim)}$, $\sigma_{int}^{(*lim)}$ являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения $\varphi(\sigma_{ij})$, $\varphi(\sigma_i)$, $\varphi(\sigma_{int})$ и $\varphi(\sigma_k^{(*lim)})$, $\varphi(\sigma_1^{(*lim)})$, $\varphi(\sigma_{int}^{(*lim)})$.

Можно также рассматривать шаровую g^S и девиаторную g_{ij}^D части тензора g_{ij}

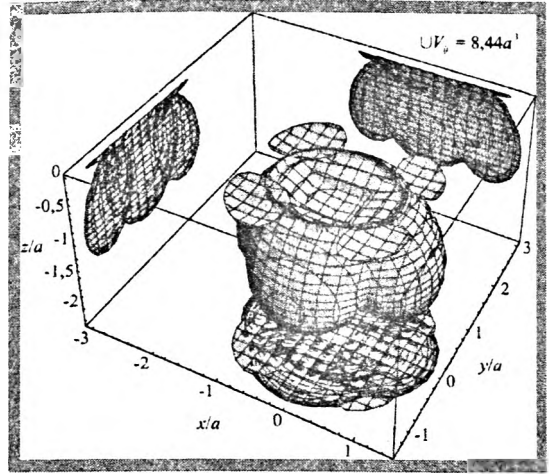


Рисунок 1 – Тензорный опасный объем $\cup V_{ij}$ ($i, j = x, y, z$) при $b/a = 0,813$

$$g^S = \begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix}, (g_{ij}^D) = (g_{ij}) - g^S = \begin{pmatrix} g_{11} - g & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} - g & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} - g \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $g = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3\sigma_k^{(lim)}} = \frac{1}{3}(g_{11} + g_{22} + g_{33})$.

Тогда вероятность локального повреждения в точке, вызванного действием σ_{ij}

$$P(g_{ij}(dV) \leq 1) = \int_{-\infty}^1 \varphi[g_{ij}(dV)] dg_{ij}(dV). \quad (7)$$

При $0 \leq g_{ij} < 1$ вероятность появления повреждения в элементарном объеме dV будет $P(g_{ij}(dV) \leq 1)$. При $1 \leq g_{ij} < \infty$ степень повреждения тела в dV равна $g_{ij}(dV)$.

Аналогичным образом проводятся рассуждения для g_i и g_{int} .

Для описания характера и уровня повреждений в области контакта вводится представление о типах опасных объемов, определения, обозначения и формулы для расчета которых даны в таблице 1 [2, 3].

Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную форму, то их аналитическое определение, согласно формулам таблицы 1, может быть затруднено; в таких случаях их вычисляют методом Монте-Карло.

Динамические опасные объемы рассчитываются по следующей общей формуле:

$$V^d = \int_l S(l) dl, \quad (8)$$

где S – проекции соответствующих опасных объемов на плоскость, ортогональную траектории движения (l).

Таблица 1 – Классификация статических опасных объемов

Тип опасного объема	Определение	Расчетная формула
Статический	$V_{ij} = \{dV / g_{ij} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного	$V_{ij} = \iiint_{g_{ij}(V) \geq 1} dV$
	$V_i = \{dV / g_i \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующего главного напряжения не меньше предельного	$V_i = \iiint_{g_i(V) \geq 1} dV$
Октаэдрический	$V_{int} = \{dV / g_{int} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение интенсивности напряжения не меньше предельного	$V_{int} = \iiint_{g_{int}(V) \geq 1} dV$
Шаровой	$V_S = \{dV / g \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного	$V_S = \iiint_{g(V) \geq 1} dV$
Девiatorный	$V_D = \{dV / \max_{i,j} g_{ij}^D \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного	$V_D = \iiint_{\max_{i,j} g_{ij}^D(V) \geq 1} dV$

Тип опасного объема	Определение	Расчетная формула
Совмещенный	$V_C = \bigcap_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_C = \bigcap_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Пересечение двух или более опасных объемов</p>	$V_C = \iiint_{\bigcap_{i=p, j=m}^{q, n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_C = \iiint_{\bigcap_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$
Тензорный	$V_T = \bigcup_{i=p, j=m}^{q, n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_T = \bigcup_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ <p>Объединение двух или более опасных объемов</p>	$V_T = \iiint_{\bigcup_{i=p, j=m}^{q, n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_T = \iiint_{\bigcup_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$

Проиллюстрируем общую модель (таблица 1) расчетом опасных объемов применительно к паре трения, определив предварительно напряженное состояние последней. При расчете напряжений при контакте воспользуемся теорией контактного взаимодействия Герца, которая позволяет определить параметры несогласованного контакта: p_0, a, b – давление в центре контакта, большую и меньшую полуоси эллипса контактной площадки соответственно.

Расчет напряжений $\sigma_{ij}^{(n)}$ и $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ в полупространстве при действии на область полупространства $S(x, y)$ соответственно нормальных $p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$ и касательных $q = fp(x, y)$ контактных усилий проводится численными методами с использованием решений задач Буссинеска и Черрути [4].

Напряженное состояние при контакте с трением на основе описывается суперпозицией напряжений $\sigma_{ij}^{(n)}$ и $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ [2, 3, 4]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)}, i, j = x, y, z. \quad (9)$$

Рассмотрим формирование опасных объемов в условиях контактного взаимодействия в соответствии с (9) и таблицей 1 при следующих параметрах: модуль упругости $E_1 = E_2 = 2,01 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $R_{11} = 0,003$ м, коэффициент трения $f = 0,05$, $R_{12} = 0,05$ м, $R_{21} = 0,005$ м, $R_{22} = \infty$, $\sigma_n^{(*lim)} = 0,3p_0$, $\sigma_\tau^{(*lim)} = 0,09p_0$.

Результаты вычислений представлены на рисунках 1–3. Из данных рисунков видно, что наибольшими по величине являются опасные объемы V_{zz} , V_{xz} и V_{yz} , которые соответствуют наибольшим напряжениям $\sigma_{zz}^{(n)}$, $\sigma_{xz}^{(n)}$ и $\sigma_{yz}^{(n)}$. Отметим, что, несмотря на небольшое значение коэффициента трения f , действие распределенных касательных усилий $q(x, y)$ приводит к изменению форм и величин опасных объемов, обусловленных действием нормальных усилий $p(x, y)$. Особенно заметна асимметрия объема V_{xz} относительно плоскости $x = 0$.

Поскольку опасные объемы являются мерой поврежденности деформируемых тел, то анализ рисунков 2 и 3 позволяет указать конкретные области (зоны), в которых возможно зарождение и развитие как поверхностных, так и внутренних трещин. Ясно, что действие необратимых повреждений реализуется там, где соответствующие опасные объемы пересекаются, т.е. накладываются друг на друга или совмещаются друг с другом. Условия взаимодействия опасных объемов (и, следовательно, повреждений в них) так же, как и условия нагруженности силовых систем.

Из анализа рисунков 2 и 3 можно сделать два принципиальных заключения. С одной стороны, процесс повреждаемости в общем случае является рассеянным, т.е. первичные

трещины могут появиться в любой точке тензорного опасного объема (рисунок 1). С другой стороны, процесс повреждаемости оказывается дискретным в том смысле, что существуют локальные области, в которых появление первичных трещин наиболее вероятно (например, в совмещенных опасных объемах – см. рисунки 2, 3). Таким образом, опасные объемы оказываются (абсолютной) мерой поврежденности элементов силовой системы. Эта мера имеет две принципиальные особенности. (1) Она характеризует «пространство повреждений», тогда как традиционные меры поврежденности относятся лишь к точке либо плоскому сечению деформированного твердого тела. (2) Она имеет вероятностный характер, что отражает природу любого реального повреждения.

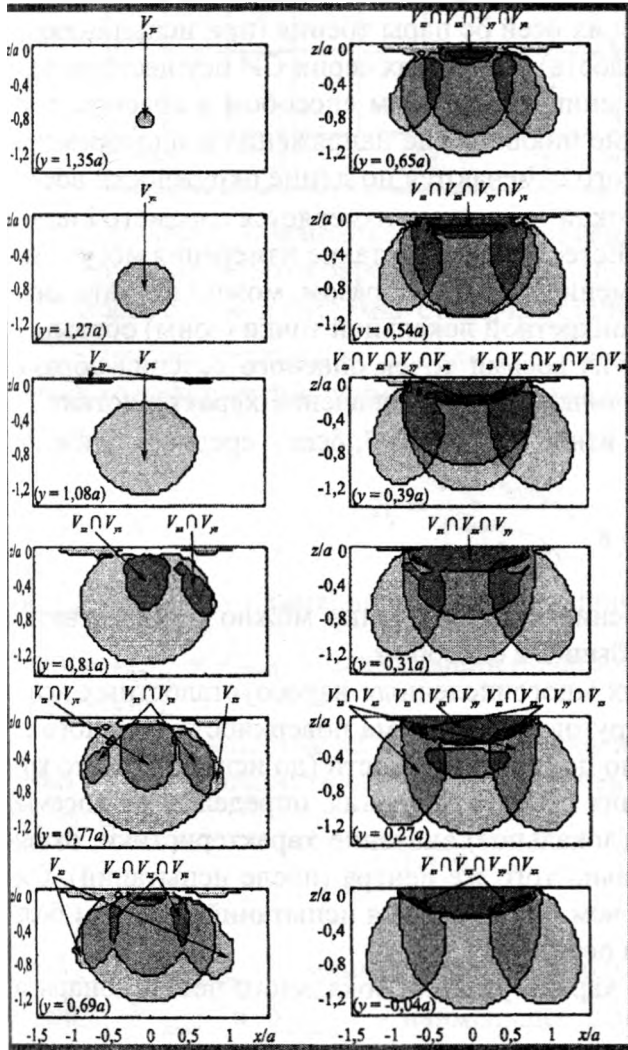


Рисунок 2 – Сечения тензорного опасного объема $\cup V_{ij}$ вдоль оси y

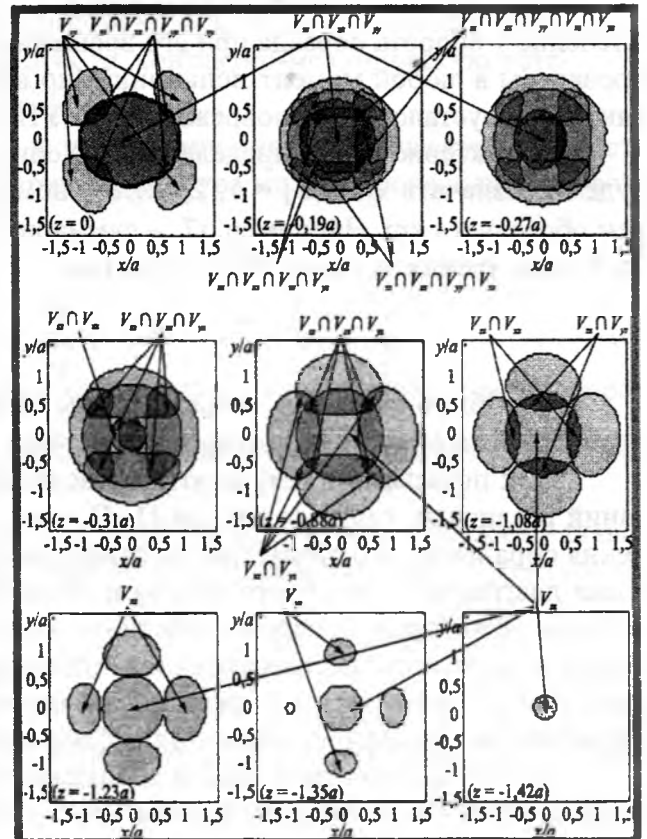


Рисунок 3 – Сечения тензорного опасного объема $\cup V_{ij}$ вдоль оси z

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сосновский Л. А. Статистическая механика усталостного разрушения: – Минск: Наука и техника, 1987. – 288 с.
- 2 Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения: – Гомель: БелГУТ, 2007. – 434 с.
- 3 Журавков М. А., Щербаков С. С. Исследование опасных объемов при решении контактной задачи для системы «ролик/кольцо». / Тр. 5-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2005), 3–7 октября 2005 г., Иркутск (Россия) / отв. ред. А. П. Хоменко. – Иркутск: Иркутский государственный университет путей сообщения, 2005. – Т. 1. – С. 375–390.
- 4 Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510с.