

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В МЕСТАХ СИЛОВОГО КОНТАКТА

*Белорусский национальный технический университет.
Минск, Беларусь*

Расчет контактных деформаций и напряжений необходим для разрешения проблемы прочности деталей в местах их взаимодействия (контакта) при передаче усилий от одного элемента конструкции другому. Расчет деформаций и напряжений в местах контакта будет рассмотрен на примере цилиндрической зубчатой передачи.

Основными элементами, определяющими работоспособность зубчатых передач, являются зубья колес. При работе нереверсивной передачи зубья подвергаются переменному нагружению, соответствующему отнулевому или пульсирующему циклу и имеющему прерывистый характер. В условиях эксплуатации одним из распространенных видов выхода из строя зубчатых передач является поломка зубьев, которая характерна для многоциклового усталости.

Необходимой составной частью расчета на выносливость (усталость) рабочей поверхности зуба является определение величины наибольшего давления по площадке контакта. До деформации находящиеся в зацеплении зубья соприкасаются по линии, а после деформации — по узкой полоске, ограниченной параллельными прямыми (площадка контакта). Выкрашивание рабочих поверхностей зубьев начинается и протекает наиболее интенсивно вблизи от полюса зацепления. Поэтому и расчет рабочих поверхностей на выносливость принято относить к моменту контакта соприкасающихся зубьев именно в полюсе зацепления. В зубчатой передаче происходит перемещение (качение со скольжением) рабочих поверхностей соприкасающихся зубьев друг относительно друга, нагрузка на зуб быстро возрастает от нуля до своего наибольшего значения и затем также быстро спадает до нуля; в ряде случаев нагрузка носит ударный характер.

Используя результаты классической теории линейного контакта для расчета эвольвентных цилиндрических зубчатых колес, можно считать, что в любой фазе зацепления зубья этих колес могут быть заменены прямыми круговыми цилиндрами с параллельными осями, кривизна которых равна кривизне эвольвент в соответствующей контактной точке. При этом принимается, что возникающее между цилиндрами давление распределяется равномерно вдоль первоначальной контактной линии; радиусы цилиндров велики по сравнению с шириной площадки касания.

Теория упругих деформаций тел в местах контакта позволяет, зная главные радиусы кривизн поверхностей тел в точке касания, упругие постоянные материалов тел и величину приложенной нагрузки, установить: величину и распределение давления, оказываемое одним телом на другое и передаваемое через площадку контакта. В основе всех выводов и заключений теории лежат следующие предположения: материалы соприкасающихся тел однородны и изотропны; нагрузки, приложенные к телам, создают в зоне контакта только упругие деформации, подчиненные закону Гука; площадка контакта весьма мала по сравнению с общими поверхностями соприкасающихся тел; силы давления нормальны к поверхности контакта тел; силами трения по площадке контакта пренебрегают.

В зубчатых передачах оказывает влияние на величину давления в зоне площадки контакта радиус главных кривизн эвольвентных профилей зубьев в полюсе зацепления. Далее будет рассмотрена зависимость величины наибольшего контактного давления цилиндрических колес от величины коэффициента формы зуба, определяющего непосредственно геометрию профиля, на примере пар зубчатых колес однопарного и двухпарного зацепления.

Прямозубые колеса внешнего зубчатого зацепления имеют следующие характеристики: для однопарного зацепления модуль $m = 5$ мм, количество зубьев шестерни и колеса $z_1 = 17$, $z_2 = 38$, соответственно, ширина зубчатого венца $b = 30$ мм, радиусы кривиз профиля зуба шестерни и колеса $\rho_1 = 8.721$ мм и $\rho_2 = 22.636$ мм, соответственно, окружная сила $P = 7928$ Н; для двухпарного зацепления модуль $m = 4.5$ мм, количество зубьев шестерни и колеса $z_1 = 35$,

$z_2 = 50$, соответственно, ширина зубчатого венца $b = 30$ мм, радиусы кривиз профиля зуба шестерни и колеса $\rho_1 = 7.949$ мм и $\rho_2 = 13.463$ мм, соответственно, окружная сила $P = 12306$ Н. Для двух видов зацепления частота вращения шестерни при нагрузке $n_1 = 420$ мин⁻¹, момент вращения $T_1 = 641$ Н · м, угол зацепления $\alpha = 20^\circ$. Материал сталь 15ХГН2ТА с характеристиками: коэффициент Пуассона $\mu = 0.23$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, плотность $\nu = 7800$ кг/м³.

Наибольшее давление имеет место по средней линии полосы контакта [1], для определения его величины воспользуемся формулой:

$$P_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sum \kappa}{\eta} q}, \quad (1)$$

где q — линейная интенсивность распределения нагрузки по длине; $\sum \kappa$ — сумма главных кривизн; η — эффективный коэффициент упругости, вычисляемый по формуле:

$$\eta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}, \quad (2)$$

где μ — коэффициент Пуассона; E — модуль линейной упругости.

В случае, когда шестерня и колесо изготовлены из одного материала $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ и $E_1 = E_2 = E$.

Обозначим соответственно через ρ_1 и ρ_2 радиусы главных кривизн эвольвентных профилей зубьев колеса и шестерни в полюсе зацепления. Тогда сумма главных кривизн будет:

$$\sum \kappa = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (3)$$

На рисунке (1) радиусы кривизны изображаются отрезками АК и ВК общей касательной к основным окружностям I и II, где К — полюс зацепления.

Из геометрических соображений $\rho_1 = \frac{d_1}{2} \sin \alpha$ и $\rho_2 = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$, где d_1 и d_2 — диаметры полюсных окружностей шестерни и колеса, α — угол зацепления.

Нагрузка на единицу длины зуба будет:

$$q = \frac{P_n}{\ell} = \frac{P}{\ell \cdot \cos \alpha}, \quad (4)$$

где ℓ — длина зуба или ширина венца; P_n — сила нормального давления между находящимися в зацеплении зубьями; P — окружная сила (рисунок 2).

Применяя все приведенные выше формулы, необходимо иметь в виду, что они справедливы только в том случае, когда ширина полосы контакта достаточно мала по сравнению с радиусами соприкасающихся цилиндров. Так, если радиусы цилиндра и цилиндрической впадины весьма мало отличаются один от другого, то даже при небольшой величине приложенных нагрузок контакт между их поверхностями может распространиться на достаточно значительную часть этих поверхностей.

Для рассматриваемого примера величина упругой постоянной материалов по формуле (2) будет $\eta = 2 \cdot \frac{1 - 0.23^2}{2 \cdot 10^{11}} = 9.471 \cdot 10^{-12}$ м²/Н; по формуле (3) сумма главных кривизн для однопарного и двухпарного зацепления соответственно будет

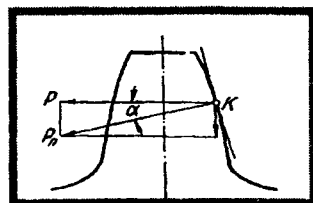


Рисунок 2

$$\sum \kappa = \frac{1}{8.721 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{22.636 \cdot 10^{-3}} = 0.16 \cdot 10^3 \text{ м,}$$

$$\sum \kappa = \frac{1}{7.949 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{13.463 \cdot 10^{-3}} = 0.20 \cdot 10^3 \text{ м;}$$

по формуле (4) нагрузка на единицу длины зуба будет $q = \frac{7928}{0,03 \cdot \cos 20} = 281226 \text{ Н/м,}$

$q = \frac{12306}{0,03 \cdot \cos 20} = 436529 \text{ Н/м.}$ Подставляя вычисленные значения в формулу (1) получаем наибольшее давление соответственно для однопарного и двухпарного зацепления

$$p_0 = \sqrt{\frac{1}{3.14} \cdot \frac{0.16 \cdot 10^3}{9.471 \cdot 10^{-12}} 281226} = 1230 \text{ МПа,}$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{1}{3.14} \cdot \frac{0.20 \cdot 10^3}{9.471 \cdot 10^{-12}} 436529} = 1841 \text{ МПа.}$$

Произведенные расчеты наглядно отражают влияние геометрии формы зуба, что учтено непосредственно величиной радиуса кривизны, на контактное давление.

Произведем расчет контактных давлений методом конечных элементов средствами инженерного пакета ANSYS 11.0 ранее рассмотренных пар зубьев.

Гексагональная конечно-элементная модель создавалась по принципу аппроксимации геометрической модели серийной пары блочной топологией.

Отметим, что разбиение сечения зуба на отдельные четырехугольные элементы выполнялось таким образом, чтобы, во-первых, обеспечить более мелкую дискретизацию в переходных зонах у основания зуба, во-вторых, сетка выбиралась таковой, чтобы граничные узлы совпадали с точками приложения силы. Всего КЭ-сетка содержит 23700 призматических восьмиузловых элементов и 15000 узлов. Для узлов, находящихся на цилиндрической поверхности колеса заданы граничные условия полной заделки. Граничные условия для шестерни заданы только по радиусу в цилиндрической системе координат, что дает возможность поворота детали. В качестве нагрузки задавался вращающий момент шестерни (рисунок 3).

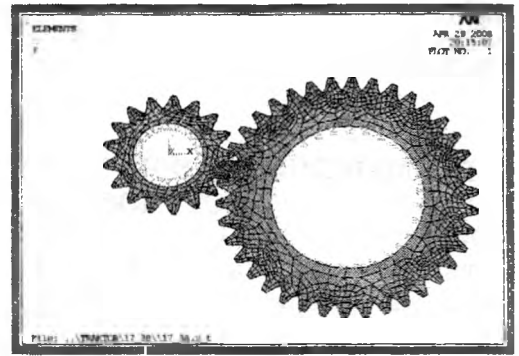


Рисунок 3

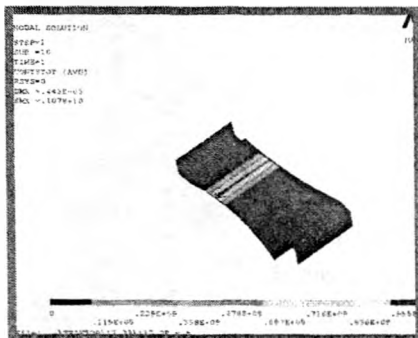


Рисунок 4

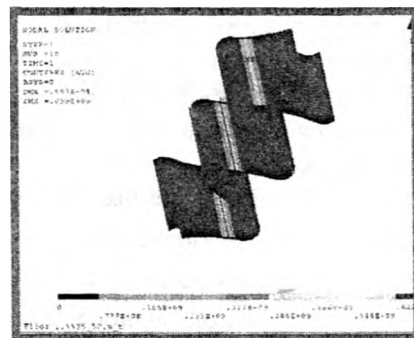


Рисунок 5

Результаты расчетов контактных давлений для однопарного зацепления (рисунок 4), для двухпарного зацепления (рисунок 5).

Таким образом, проведенные при помощи пакета ANSYS исследования контактного давления рабочих поверхностей зубьев показывают, что на результаты расчета оказывает существен-

ное влияние геометрия профиля зуба, которую определяет коэффициент формы зуба. Для однопарного зацепления величина наибольшего контактного давления составляет 1070 МПа, для двухпарного — 699 МПа, что меньше величин рассчитанных на основе теории упругих деформаций.

При аналитическом решении напряжения и деформации вблизи поверхности контакта исследуются независимо от общего напряженного состояния соприкасающихся тел. Это допущение оправдывается только в том случае, когда размеры соприкасающихся тел достаточно велики по сравнению с размерами площадки контакта и когда нагрузки на соприкасающиеся тела приложены достаточно далеко от этой площадки. Это решение используется для установления влияния места приложения нагрузки на напряжения и деформации соприкасающихся тел.

В сравнении с аналитическими расчетами МКЭ дает более реальное представление о контакте между рабочими поверхностями зубьев, т.к. рассматривается не идеальный случай, когда происходит контакт по линии, а учитывается деформация в следствии которой образуется площадка контакта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ворович И.И., Александров В.М. Механика контактных взаимодействий. — М.: Физматлит, 2001. — 671с. 2. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров. — М.: Машиностроение, 2004. — 510с.

УДК 621.81:539.4

Пронкевич С.А., Ручан М.В., Шукевич Т.В.

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО ПАКЕТА ANSYS ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ УСТАЛОСТНОГО АНАЛИЗА ДЕТАЛЕЙ МАШИН

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

В процессе эксплуатации многие детали и элементы машин нагружаются циклическими нагрузками. В результате воздействия переменных нагрузок, в элементах возникают усталостные трещины. Анализ происшествий и несчастных случаев, наблюдаемых в практике эксплуатации техники показывает, что причиной утраты работоспособности явилось зарождение и развитие усталостных трещин в элементах конструкции.

Наиболее ярко циклическое нагружение и, соответственно, усталостное разрушение проявляется при работе зубчатых колес (рисунок 1).

Основными элементами, определяющими работоспособность зубчатых передач, являются зубья колес. При работе нереверсивной передачи зубья подвергаются переменному нагружению, соответствующему отнулевому или пульсирующему циклу и имеющему прерывистый характер. В условиях эксплуатации одним из распространенных видов выхода из строя зубчатых передач является поломка зубьев, которая характерна для многоциклового усталости [1].

Вследствие резкого изменения формы у основания зуба имеет место концентрация напряжений изгиба. Если на растянутой стороне зуба максимальная величина этих напряжений s_{max} больше предела изгибной выносливости при отнулевом цикле s_0 , то в зоне переходной поверхности (галтели) происходит зарождение и развитие микротрещин. После некоторого числа циклов нагружения возможно перерастание одной из них в наиболее опасной точке в доминантную макротрещину нормального отрыва, рост которой и есть, по существу, усталостное разрушение [2].

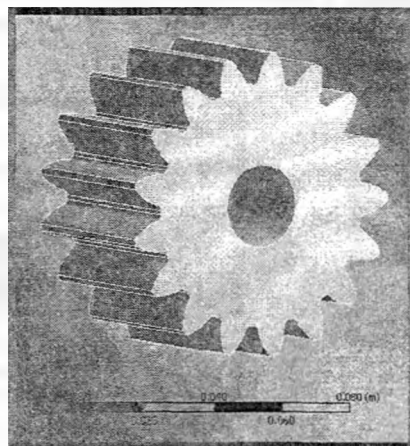


Рисунок 1. Геометрическая модель зубчатого колеса, используемого при расчете