

# ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ОБЩЕТЕХНИЧЕСКИХ И СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН

УДК 621.01

Авсиевич А.М., Реут Л.Е., Николаев В.А., Адаменко Д.В.

## АЛГОРИТМИЗАЦИЯ РАСЧЕТОВ ФАКТОРОВ ИЗНОСА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

Процесс изнашивания элементов кинематических пар рычажных механизмов не может быть адекватно описан без учета динамики изменения внешних сил и кинематических параметров. Их непостоянство обусловлено самой конструкцией таких механизмов. Авторы [1,2] доказали, что этим обуславливается неравномерность распределения износа по поверхности реальных пар трения. Развитие данного подхода позволяет более точно определить значения факторов износа, таких как контактное давление и относительная скорость скольжения для каждой точки поверхности трения.

Основой расчета нагруженности вращательной кинематической пары является проведение кинематического и динамического анализа механизма аналитическим методом [3]. В результате данного анализа для соединенных в рассматриваемой паре звеньев 1 и 2 определяются угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , относительная скорость вращения  $\omega_{21} = -\omega_{12}$  проекции реакций между звеньями:  $F_{21}^{x0} = -F_{12}^{x0}$ ,  $F_{21}^{y0} = -F_{12}^{y0}$ , углы направления данных реакций

$\varphi_{F_{12}}^0 = 180 + \varphi_{F_{21}}^0$  в неподвижной системе координат (рис. 1).

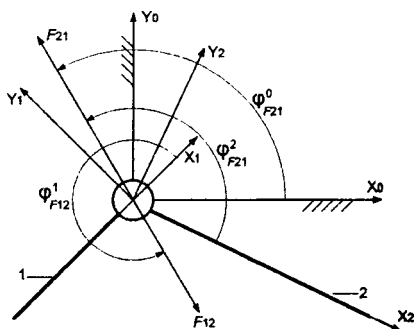


Рис. 1. Схема сил реакций во вращательной кинематической паре в неподвижной и подвижных системах координат

Так как для большинства механизмов характерен циклический характер работы, рассчитанные значения представляются в виде массивов как зависимости от обобщенной координаты  $\varphi$  с заданным шагом  $\Delta\varphi$ .

Для определения нагруженности локальных участков сопряженных во вращательной паре поверхностей необходимо знать ориентацию векторов реакций  $F_{21}$  и  $F_{12}$  относительно звеньев 1 и 2 в каждый момент цикла. Алгоритм расчета углов наклона и проекций векторов реакций

$(F_{12}^{x1}, F_{12}^{y1}, \varphi_{F_{12}}^1)$  в локальной системе координат связанной с подвижным звеном 1 и аналогичных параметров в системе координат связанной с подвижным звеном 2  $(F_{21}^{x2}, F_{21}^{y2}, \varphi_{F_{21}}^2)$  при известной ориентации реакций относительно стойки описан в [4].

Далее в результате дифференцирования уравнений

$$\begin{cases} \varphi_{F_{21}} = \arccos \frac{F_{21}^x}{F_{21}} \\ \varphi_{F_{21}} = \arcsin \frac{F_{21}^y}{F_{21}} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \varphi_{F_{12}} = \arccos \frac{F_{12}^x}{F_{12}} \\ \varphi_{F_{12}} = \arcsin \frac{F_{12}^y}{F_{12}} \end{cases},$$

определяется скорость изменения направления вектора реакции  $\omega_F = d\varphi_{F21} / dt = d\varphi_{F12} / dt$ . Расчет данного параметра может вестись по значениям проекций реакций как в подвижной, так и в неподвижной системе координат. Рассматривая динамику силового взаимодействия во вращательной кинематической паре, проиллюстрированную на рис. 2, можно заметить, что приращение угла  $d\varphi_{F21}$  обуславливается поворотом результирующего вектора внешних сил относительно звена.

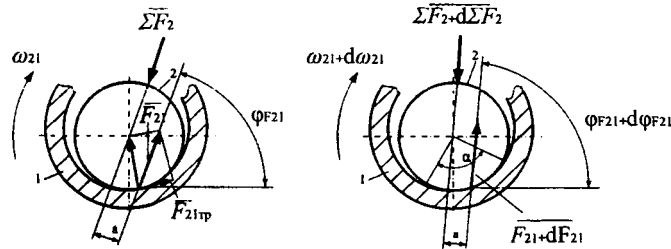


Рис. 2. Динамика изменения сил во вращательной кинематической паре

Это приводит к обкатыванию наружной и внутренней поверхностей друг по другу. Смещение направления реакции  $F_{21}$  относительно оси пары (величина  $a$ ) определяется коэффициентом трения, поэтому оно может быть принято постоянным. Вращательная пара представляет собой сопряжение наружной и внутренней цилиндрических поверхностей с зазором. В таких условиях контакт поверхностей происходит в секторе, ограниченном углом контакта  $\alpha$  (рис.2, б), величина которого согласно исследованиям [5] составляет при минимальном зазоре не более  $100^\circ$ . Поэтому в каждый момент времени усилие между звеньями воспринимается локальными участками, прилегающими к точке приложения реакции.

Параметр  $\omega_F$  определяет скорость, с которой точка поверхности данного звена выходит из контакта с поверхностью другого звена. С другой стороны, относительная скорость  $\omega_{21} = -\omega_{12}$  определяет угловое перемещение звеньев относительно друг друга за данный промежуток времени. Для точки поверхности звена отношение этих угловых скоростей может быть записано в виде

$$\lambda_{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_F} = \frac{d\varphi_{21}}{d\varphi_{F21}} \text{ для звена 2}$$

или

$$\lambda_{12} = \frac{\omega_{12}}{\omega_F} = \frac{d\varphi_{12}}{d\varphi_{F12}} \text{ для звена 1 .}$$

Данное отношение является параметром, характеризующим путь трения для точки звена за время нахождения ее в контакте. Параметр  $\lambda$  может принимать значения от 0, когда относительное скольжение отсутствует, происходит только обкатывание, до  $\infty$ , когда вектор реакции меняет направление движения, обкатывания нет, имеет место скольжение. Чем больше  $\lambda$ , тем больший путь трения проходит точка поверхности за один цикл работы механизма. Знак  $\lambda$  указывает на направления  $\omega_{21}$  и  $\omega_F$  относительно друг друга, что, вероятно, влияет на процесс взаимодействия поверхностей и интенсивность изнашивания. Для выявления участков поверхности трения с вероятно максимальной интенсивностью изнашивания следует сопоставлять для них значения реакций, параметра  $\lambda$  и произведений  $\lambda_{21} \cdot F_{21}$  и  $\lambda_{12} \cdot F_{12}$ . Процесс изнашивания при наложении относительного скольжения и взаимного обкатывания поверхностей требует экспериментального изучения.

Зная ориентацию векторов реакций относительно подвижных звеньев, для каждого  $i$ -го элементарного участка поверхности, определяемого в результате разбиения с заданным угло-

вым шагом можно определить значения углом контакта  $\alpha$ . Затем, задаваясь законом распределения давлений, определяют значения контактных давлений  $p$  в зоне, прилегающей к точке приложения реакции. Методика данных расчетов описана в [6,7]. Проведя указанные расчеты для множества положений механизма с принятым шагом по обобщенной координате  $\Delta\varphi$ , для каждого  $i$ -го элемента поверхности звена можно определить зависимость контактного давления от обобщенной координаты  $p(\varphi)$ . Зная законы движения звеньев 1 и 2 определяем функцию угла их поворота относительно друг друга  $\varphi_{21}(\varphi)$  или  $\varphi_{12}(\varphi)$ , т.е. зависимость углового пути от обобщенной координаты. Теперь, исключая параметр  $\varphi$ , для  $i$ -го элемента поверхности звена получаем зависимость давления от углового пути трения  $p_1(\varphi_{12})$  или  $p_2(\varphi_{21})$ . График данной функции наглядно покажет на протяжении какого углового пути данный элемент поверхности будет испытывать воздействие факторов износа в пределах одного цикла работы механизма. При этом усредненное значение давления за цикл, например, для элемента поверхности звена 2 может быть вычислено по формуле

$$P_{2CP} = \frac{\int_{\varphi_{21}^H}^{\varphi_{21}^K} p_2 \cdot d\varphi_{21}}{\varphi_{21}^H - \varphi_{21}^K},$$

где  $\varphi_{21}^H$  и  $\varphi_{21}^K$  – соответственно момент начала и конца контакта элемента с сопряженной поверхностью. По аналогичному алгоритму для каждого  $i$ -го элемента поверхности звена могут быть получены зависимости от углового пути трения для параметра  $\lambda_{12}$  и  $\lambda_{21}$ , относительной угловой скорости  $\omega_{21} = -\omega_{12}$ , скорости изменения направления вектора реакции  $\omega_r$ . Это позволит с высокой точностью спрогнозировать распределение износа по поверхностям сопряженных деталей, учесть данные факторы при конструировании, а также разработке технологий упрочнения пар трения.

Важным для повышения точности расчетов факторов износа является учет распределения контактных давлений в осевом направлении. Это необходимо для множества значений обобщенной координаты проводить расчет вала и втулки звеньев 2 и 1 как статически определенных балок с учетом перекосов и прогибов. В результате должны быть получены эпюры распределения давлений в осевом направлении. Зная интенсивность распределения давлений на поверхности контакта, по формулам из [8] можно определить главные нормальные напряжения в локальных участках зоны контакта звеньев. Это позволит перейти к анализу объемного напряженного состояния и оценке вероятности возникновения дефектов, обуславливающих процесс изнашивания.

В поступательной кинематической паре неравномерность изнашивания поверхностей обусловлена в первую очередь перекосом звеньев. Методика расчета контактных давлений на разных участках поверхностей трения для этого случая описана в [9]. Теоретически, аналогично описанному выше параметру  $\omega_r$  для вращательных пар, в поступательной паре с направлением движения звеньев отличным от вертикального возникает скорость перемещения точки приложения реакции относительно звеньев  $V_{F_{21}}$  (рис. 3).

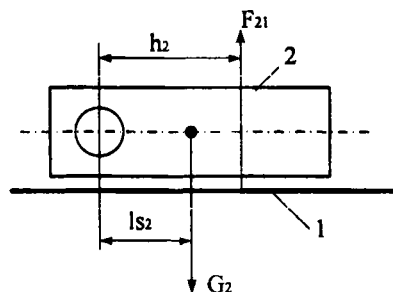


Рис. 3. Схема приложения сил звена поступательной пары

Данный параметр вместе со скоростью относительного перемещения звеньев определяет скорость перемещения участка контактного взаимодействия по поверхностям 1 и 2. Она определяется дифференцированием выражения

$$V_{F21} = \frac{dh}{dt} = \frac{d\left(\frac{G_2 l_{s2}}{F_{21}}\right)}{dt}.$$

В реальных парах действуют не сосредоточенные силы, а соответствующие им распределенные нагрузки. Зона контактного взаимодействия соответствует размеру меньшего из звеньев пары. Поэтому скорость  $V_{F21}$  не оказывает существенного влияния на процесс изнашивания. Возможно, данный параметр оказывает влияние на динамику нагружения локальных участков звеньев поступательных пар с малой жесткостью или нерегулярным в осевом направлении профилем, однако этот вопрос требует дополнительного исследования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Патент РФ. RU 2107902 C1 1998.03.27. Способ повышения долговечности деталей подвижных соединений механизмов машин. Филонов И.П., Черкас А.А. 1998.03.27. Бюл. № 9.
2. Повышение долговечности трущихся элементов вращательных кинематических пар механизмов машин на основе моделирования их износа / И.П. Филонов, П.П. Анципорович, В.К. Акулич., Т.И. Булгак // Современные методы проектирования машин: Респ. межведомств. сб науч. тр. Вып. 2. / под общ. Ред. П.А. Витязя. В 7 томах. Т. 4.— Мн.: УП «Технопринт», 2004. — С. 127 – 132.
3. Теория механизмов и механика машин / Под ред. К.В.Фролова. — 3-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2001. — 496 с.
4. Анципорович П.П., Акулич В.К., Дубовская Е.М. К вопросу об определении износа во вращательных кинематических парах рычажных механизмов // Теоретическая и прикладная механика. Межведомственный сборник научно-методических статей. Вып. 23. — Мн.: БНТУ, 2008 — С. 178 – 181.
5. Кравчук А.С., Чигарев А.В. Механика контактного взаимодействия тел с круглыми границами. — Мн.: Технопринт, 2000. — 196 с.
6. Определение максимальной удельной нагрузки в паре «опорная поверхность вала – втулка подшипника» / Н.В. Спиридонов, И.О. Соколов, В.В. Коробейников, Л.И. Пилецкая // Машиностроение. Респ. межведомств. сб науч. тр. Вып. 23. / под ред. Б.М. Хрусталева. — Мн.: БНТУ, 2007. — С. 243 – 247.
7. Проников А.С. Надежность машин. — М.: Машиностроение, 1978. — 592 с.
8. Сопротивление материалов. Под ред. Г.С. Писаренко. — Киев, 1979. — 693 с.
9. Моделирование износа элементов поступательных кинематических пар с учетом перекосов в направляющих / И.П. Филонов, П.П. Анципорович, В.К. Акулич., Т.И. Булгак // Современные методы проектирования машин: Респ. межведомств. сб науч. тр. Вып. 2. / под общ. Ред. П.А. Витязя. В 7 томах. Т. 4.— Мн.: УП «Технопринт», 2004. — С. 133 – 136.

УДК 621.01

*Анципорович П.П., Авсиевич А.М., Кудин В.В.*

#### **АНАЛИЗ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН У СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ «ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭКСПЛУАТАЦИЯ АВТОМОБИЛЕЙ» И «АВТОСЕРВИС»**

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Курс теории механизмов и машин (ТММ) является одним из основных в общепрофессиональной подготовке инженеров-механиков. Для большинства механических специ-