

## ИНТЕРВАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

Бумай А.Ю., Лобатый А.А.

*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь,  
cikavustmok@gmail.com*

Планирование пути полета беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является одной из ключевых задач при проектировании БЛА и исследуются учеными по всему миру. От принципа построения пути, а также нахождения оптимальной траектории зависит правильность выполнения задач БЛА, которые в свою очередь, носят самый разнообразный характер, как военного назначения, так и задач народного хозяйства. Одни из принципов при проектировании БЛА это его компактность, оптимальная стоимость, и отсутствие риска, связанного с жизнью человека.

Постоянно развивающаяся сфера информатики и технологий электроники, дают возможность создавать БЛА различной конструктивной компоновки и широкого спектра выполняемых задач. Так как технологическая сфера движется в сторону увеличения производительности обработки информации и автономности, то встает вопрос о разработке современных теоретических методов по обоснованию и синтезу систем управления (СУ) БЛА как сложных динамических систем, позволяющих масштабировать и воспроизводить их вне зависимости от технологических критериев.

Сфера использования и предназначение БЛА определяет принцип построения СУ БЛА. Формально, существует несколько типов задач формирования пути и в дальнейшем траектории, одна из них, это следование БЛА в заданную точку (подвижную или неподвижную), а именно, наведение БЛА. Для этих целей целесообразно использовать известный метод “наведения БЛА на цель”. Еще одной формальной задачей является - следование БЛА по заданному маршруту. Рассмотрим подробнее данную задачу.

Наиболее общий вид траектории полета БЛА представляет собой три отрезка:  $R_1(t_0, t_1)$ ,  $R_2(t_1, t_2)$ ,  $R_3(t_2, t_k)$ , соответственно,  $R_1$  – траектория полета БЛА в зону выполнения основной задачи,  $R_2$  – траектория полета БЛА по выполнению основной задачи (например, мониторинг земной поверхности),  $R_3$  – траектория полета БЛА к месту приземления, как правило, это возвращение его к месту старта,  $t_0$  и  $t_k$  соответственно момент старта и момент приземления БЛА [1].

В теории имеется большое количество методов для аналитического синтеза и создание оптимальных СУ БЛА. Многие из имеющихся методов дают возможность получения точного решения, но с практической точки зрения, конечный результат сильно зависит от применяемых математических моделей, которые, разнятся с реальными условиями.

Аналитический синтез систем управления беспилотным летательным аппаратом проводится по имеющейся математической модели траектории БЛА. Заданная траектория может быть аппроксимирована одной из многочисленных математических зависимостей. В некоторых случаях возможно применять для аппроксимации траектории полиномы. Для отдельных участков траектории удобно применять полином вида:

$$R(t) = \sum_{k=0}^n C_k t^k. \quad (1)$$

$R(t)$  – изменение во времени одной из координат БЛА,  $t$  – текущее время полета БЛА,  $C_k (k = \overline{1, n})$  – заданные коэффициенты. В проекциях на каждую из осей стартовой системы координат траектория движения БЛА предоставляется полиномом [2]

$$A_3(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 + C_4 t^4 + C_5 t^5. \quad (2)$$

Продифференцировав (2) два раза по времени, получим выражение для заданных проекций скорости и ускорения БЛА.

$$\dot{A}_3(t) = C_1 + 2C_2t + 3C_3t^2 + 4C_4t^3 + 5C_5t^4. \quad (3)$$

$$\ddot{A}_3(t) = 2C_2 + 6C_3t + 12C_4t^2 + 20C_5t^3. \quad (4)$$

Коэффициенты  $C_3, C_4, C_5$  определяются из системы уравнений для  $A_3(t), \dot{A}_3(t), \ddot{A}_3(t)$  на момент времени окончания наведения при  $t = T$ , где  $T$  – время окончания наведения.

Преимуществом такого подхода является простота реализации программно траектории на борту БЛА. Однако в реальности невозможно точно предсказать время окончания наведения  $T$ , так как терминальные условия, накладываемые на компоненты вектора состояния БЛА могут существенно измениться в процессе его полёта [1].

При наведении БЛА по фиксированной траектории может использоваться маршрутный метод наведения [3]. В качестве параметра управления в данном случае может использоваться величина бокового отклонения БЛА от требуемой (программной) траектории [1].

$$\Delta_m = A_{\text{БЛА}} - A_m.$$

Где  $A_{\text{БЛА}}$  и  $A_m$  – соответственно одна из координат  $(X, Y, Z)$ , характеризующих пространственное положение БЛА и требуемой траектории.

Основным недостатком при реализации данного метода является отсутствие прогноза изменения траектории, что приводит к значительным боковым перегрузкам БЛА. Метод целесообразно применять при прямолинейной требуемой траектории, в качестве которой используют участок ортодромии, проходящей через исходный и конечный пункты маршрута. При этом под ортодромией понимается часть дуги большого круга, центр которого совмещен с центром Земли [1].

Так как одной из основных задач БЛА является мониторинг отдельных участков земной поверхности, то представляет интерес наведение БЛА по траектории, заданной опорными точками в инерциальной (стартовой) системе координат параметрами  $(O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)})$ , где  $k$  – номер точки пространства, через которую должна пройти траектория БЛА,  $O^{(k)}$  – точка начала отсчёта [1].

Таким образом, траектория БЛА состоит из отдельных интервалов, на которых необходимо обеспечить оптимальное наведение БЛА с учётом выполнения требований точности и устойчивости траекторного наведения [1].

На рисунке 1 представлена кинематическая схема наведения БЛА в инерциальной (стартовой) системе координат. Для простоты рассматривается наведение в горизонтальной плоскости. При этом пространственная модель принципиальных отличий иметь не будет [1].

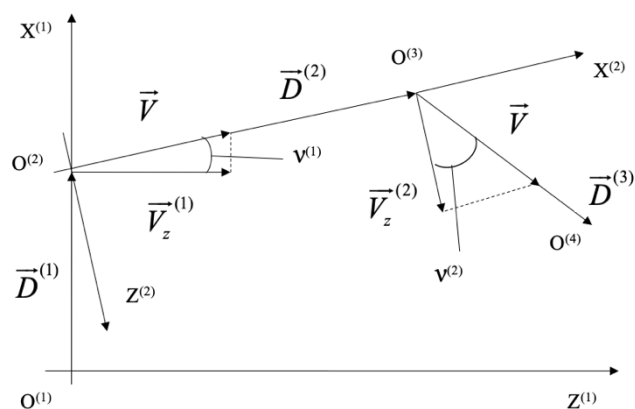


Рисунок 1 – Кинематическая схема наведения ЛА

Особенностью данной постановки задачи является задание на каждом интервале наведения новой инерциальной системы ординат ( $O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)}$ ). На каждом интервале начало системы координат  $O^{(k)}$  совпадает с исходной точкой траектории. Ось  $O^{(k)}X^{(k)}$  направлена на следующую точку траектории. Ось  $O^{(k)}Y^{(k)}$  направлена вертикально вверх. Ось  $O^{(k)}Z^{(k)}$  составляет с осями  $O^{(k)}X^{(k)}$  и  $O^{(k)}Y^{(k)}$  правую систему координат [1].

На рисунке 1 обозначено  $\vec{V}$  – вектор скорости БЛА. Считаем, что  $|\vec{V}| = \text{const. } v^{(k)}$  – угол ориентации вектора скорости БЛА в конце  $k$ -го интервала наведения.  $\vec{D}^{(k)}$  – вектор дальности от начальной до конечной точки  $k$ -го интервала наведения.  $O^{(k)}$  – начало заданной инерциальной системы координат на  $k$ -м интервале наведения [1].

Рассмотрим движение БЛА относительно заданной (инерциальной) системы координат для наглядности в горизонтальной плоскости на  $k$ -м интервале наведения, которое описывается системой линейных дифференциальных уравнений [1]

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}^{(k)} &= V_x^{(k)}, & X^{(k)}(0) &= X_0^{(k)}, \\ \dot{Z}^{(k)} &= V_z^{(k)}, & Z^{(k)}(0) &= Z_0^{(k)}, \\ \dot{V}_x^{(k)} &= a_x^{(k)}, & V_x^{(k)}(0) &= V_{x0}^{(k)}, \\ \dot{V}_z^{(k)} &= a_z^{(k)}, & V_z^{(k)}(0) &= V_{z0}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь  $X^{(k)}, Z^{(k)}$  – координаты БЛА в  $k$ -й системе координат,  $V_x^{(k)}, V_z^{(k)}$  проекция вектора скорости БЛА  $\vec{V}$  на оси  $k$ -й системы координат.  $a_x^{(k)}, a_z^{(k)}$  – ускорения БЛА в  $k$ -й системе координат. В качестве управления будем рассматривать боковое ускорение БЛА  $a_z^{(k)}(t)$ . Если считать, что скорость БЛА постоянна, то в выражении (5)  $V_x^{(k)} = \sqrt{V^2 - V_z^{(k)2}}$ , где  $V = |\vec{V}|$ .

Определим оптимальное управление (ускорение) БЛА на  $k$ -м интервале наведения. Индекс  $k$  при этом для упрощения записи опустим. Критерий оптимизации будем рассматривать обычный для задач наведения квадратичный вида [2, 4, 5]

$$J = \frac{1}{2} [c_1(V_z - V_{\text{зад}})^2 + c_2(Z - Z_{\text{зад}})^2]_{t=t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t c_3 a_z^2 dt, \quad (6)$$

где  $t_f$  – момент встречи БЛА с требуемой точкой пространства.  $V_{\text{зад}}$  заданное значение проекции скорости БЛА на ось  $O^{(k)}Z^{(k)}$  соответствующей инерциальной системой координат в конце наведения на  $k$ -м интервале.  $Z_{\text{зад}}$  – боковая координата заданной точки траектории.  $c_1, c_2, c_3$  – коэффициенты оптимизируемого функционала (6) [1].

Задача определения оптимального бокового ускорения  $a_z(t)$ , минимизирующего функционал (6), может быть решена путем применения различных методов аналитического конструирования [5]. В работе [4] путем применения методов вариационного исчисления получено решение, которое для данной постановки задачи будет иметь вид [1]

$$a_z(V_z, Z, t) = -\Lambda_v(t)[V_z(t) - V_{\text{задан}}] - \Lambda_z(t)[Z(t) - Z_{\text{задан}}]. \quad (7)$$

### Вывод

Рассмотренный метод аналитического синтеза закона управления носит информативный характер на стадии предварительной разработки СУ БЛА и может быть использован для получения оптимального закона управления БЛА при наведении по траектории, при заданном критерии качества. Для практической реализации данного закона следует более детально ознакомиться со статьями по темам интервально-оптимальное программное управление летательным аппаратом.

### Литература

1. Лобатый А.А. Интервально-оптимальное программное управление летательным аппаратом / А.А. Лобатый, М.А. Аль-Машхадани // Наука и техника : международный научно-технический журнал. – 2014. – № 1– С. 25-29.
2. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Серебрякова. – М.: Физматлит, 2005. – 280 с.
3. Меркулов, В.И. Авиационные системы радиоуправления. Т.2. Радиоэлектронные системы самонаведения / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 390 с.
4. Брайсон, А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.