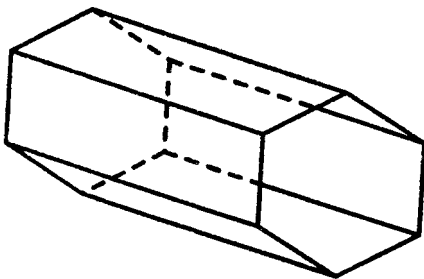


## ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЧЕХЛА ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СБОРКИ АТОМНОГО РЕАКТОРА

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Оценка напряженно-деформированного состояния (НДС) и прочности элементов конструкции является необходимой частью моделирования эксплуатационных, переходных и аварийных режимов на атомных электростанциях (АЭС). Адекватное моделирование требует многомерного термомеханического расчёта в геометрически нелинейной постановке в области с переменными границами при больших деформациях, связанных с пластичностью и высокотемпературной ползучестью стали, с возможным контактным взаимодействием. Хотя решение подобных задач ведётся уже давно, далеко не все применяемые программные средства обладают необходимым набором моделей и расчетных модулей. В этот набор, помимо возможности решать задачи термоупругости, должны входить модели геометрической нелинейности (радиационное распухание), а также высокотемпературной и радиационной ползучести.

Работа любого ядерного реактора АЭС связана с постоянным мониторингом безопасности, которая основана на безопасной работе его отдельных элементов. Одним из таких элементов является чехол тепловыделяющей сборки (ТВС), имеющий форму призматической оболочки



*Рис. 1. Модель чехла ТВС, имеющего форму призматической оболочки*

находящийся в сложных условиях: постоянное механическое воздействие, влияние неравномерных полей высоких температур и радиационного облучения. Отметим, что под работоспособностью шестигранного чехла ТВС понимается [1]: сохранение целостности чехла как на стадии облучения сборки в активной зоне, так и при перегрузке; отсутствие значительных формоизменений чехла, могущих помешать нормальной эксплуатации активной зоны ядерного реактора АЭС. На первой стадии расчетного определения работоспособности проводится расчет напряжений и деформаций, а также формоизменений чехла в процессе нейтронного облучения, после чего следует оценка опасности

напряженно-деформированного состояния по тому или иному критерию прочности. В результате чего устанавливается предельно допустимый ресурс ТВС ядерного реактора АЭС.

Каждую грань чехла ТВС будем рассматривать как прямоугольную пластинку, находящуюся под гидростатическим давлением, концы которой (по граням) закреплены таким образом, что не могут перемещаться в вертикальном направлении и поворачиваться, но их продольное перемещение не исключено. В этом случае каждое сечение можно рассматривать как независимое, и согласно работе [2], если длина пластины  $H$  существенно больше ее ширины  $l$  ( $H/l > 3$ ), правомерно перейти к полосе единичной ширины. Прогиб такой полоски описывается дифференциальным уравнением аналогичным уравнению прогиба изогнутой балки. При вычислении напряжений предполагаем, что поперечные сечения стержня остаются при изгибе плоскими. В связи с малостью касательных напряжений расчет при поперечном изгибе можно производить только по нормальным напряжениям.

С учетом вышеизложенного и в целях упрощения вычислений, заменим рассмотрение всей призматической оболочки на ее одну грань, имеющей форму тонкостенной пластины, добавив соответствующие усилия и моменты от действия соседних граней (рис. 2-3), так как на чехол ТВС, имеющий форму призматической оболочки, действует одинаковая нагрузка во всех направлениях ее граней.

В случаях, когда прогиб  $\omega$  пластины мал по сравнению с ее толщиной  $h$ , имеется возможность построения приближенной теории изгиба пластины под поперечной нагрузкой, основываясь на следующих допущениях [3]:

- в срединной плоскости пластина не испытывает никаких деформаций, при изгибе остается нейтральной;
- точки пластины, лежащие до загрузки на нормали к срединной поверхности, остаются в процессе изгиба на нормали к ее срединной поверхности;
- нормальными напряжениями в направлении поперечном к срединной плоскости пластины допустимо пренебрегать.

Рассмотрим действие физической нагрузки, распределенной по верхней поверхности пластины (рис. 2), без учета поля высоких температур и радиационного воздействия.

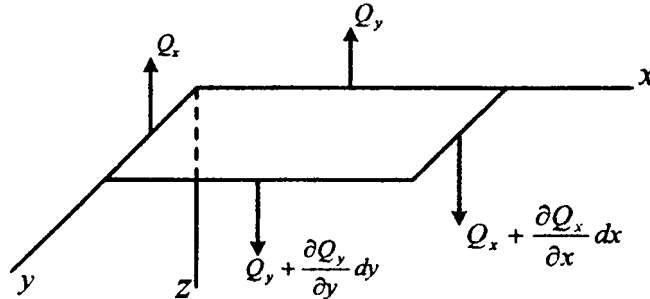


Рис. 2. Проекция всех действующих на пластину сил по оси z

Спроектируем все приложенные к пластине силы на ось z

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx dy + q dx dy = 0. \quad (1)$$

Откуда получаем исходное уравнение равновесия, записанное через приложенные нагрузки

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0. \quad (2)$$

Для записи уравнения равновесия через моменты, возьмем моменты от всех действующих на элемент сил относительно оси x, как представлено на рис. 3.

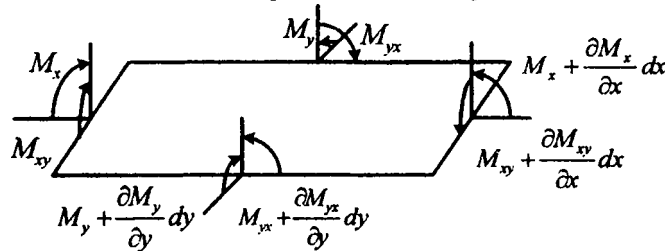


Рис. 3. Распределение моментов от всех действующих на пластину сил относительно оси x и y

Исходя из рис. 3, уравнение равновесия можно представить

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy - \frac{\partial M_y}{\partial y} dx dy + Q_y dx dy = 0. \quad (3)$$

Моментом нагрузки  $q$  и моментом, возникающим вследствие изменения силы  $Q_y$ , пренебрегаем как величинами более высокого порядка малости. Тогда уравнение (3) примет вид:

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0. \quad (4)$$

Аналогичным образом возьмем моменты относительно оси  $y$ , записав следующее уравнение равновесия:

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0. \quad (5)$$

Исключив из этих уравнений перерезывающие силы  $Q_x$  и  $Q_y$ , получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q. \quad (6)$$

Вследствие закона парности касательных напряжений  $M_{yx} = -M_{xy}$ , тогда

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q. \quad (7)$$

Запишем соотношения Коши (геометрические уравнения), связывающие деформации с величиной прогиба исследуемой пластины в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}, \\ \varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для дальнейшего решения поставленной задачи, выведем физические уравнения. Учитывая, что нормальные напряжения на площадках, параллельных срединной поверхности оболочки пренебрежимо малы по сравнению с остальными напряжениями и при расчёте не учитываются, запишем систему физических уравнений в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu \cdot \sigma_{22}] + \varepsilon_x^h, \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu \cdot \sigma_{11}] + \varepsilon_y^h. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Где неупругие деформации (объемные термические деформации и деформации радиационного распухания), вызванные воздействием нелинейных факторов, определяются выражениями (10):

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_x^H &= \varepsilon_x^T + \varepsilon_x^S; & \varepsilon_y^H &= \varepsilon_y^T + \varepsilon_y^S; \\ \varepsilon_x^T &= \varepsilon_y^T = \alpha T(X, Y, Z); \\ \varepsilon_x^S &= \varepsilon_y^S = \frac{1}{3} S(T, \phi t). \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения материала оболочки,  $T$  – предполагается заданной функцией распределения температуры от координат;  $S$  – функция радиационного распухания материала (задается на основе экспериментальных данных), зависящая от температуры, времени и плотности заданного нейтронного потока (флюенса) [4]:

$$S = 4.9 \cdot 10^{-51} (\phi \cdot t)^{1.71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} + \frac{5.98 \cdot 10^6}{(r)^2}}, \quad (11)$$

где  $\phi$  – плотность нейтронного потока,  $t$  – время.

Предполагается, что существующие градиенты температуры и распухание материала (в данном случае нержавеющая холоднодеформированная сталь ОХ16Н15М3Б) по длине и толщине чехла вносят существенный вклад в НДС оболочки. Отметим, что нижние сечения ТВС характеризуется относительно высоким давлением теплоносителя, низким уровнем температур и нейтронных флюенсов, а по направлению движения теплоносителя снизу вверх давление его падает, однако при этом растет температура и увеличивается флюенс нейтронов.

Запишем систему физических уравнений через внутренние силы и моменты, а затем выразим из системы уравнений (9)  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ :

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot [\varepsilon_x - \varepsilon_x^H + \nu \cdot (\varepsilon_y - \varepsilon_y^H)] \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot [\varepsilon_y - \varepsilon_y^H + \nu \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_x^H)] \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Выражения (12) устанавливают связь между деформациями в произвольной точке оболочки и напряжениями соответствующей точки срединной поверхности. Для записи соотношения, связывающего напряжения с прогибами, появляющимися в пластине во время ее эксплуатации, подставим в уравнение (12) соответствующие соотношения Коши (8).

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left[ -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \varepsilon_x^H + \nu \left( -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \varepsilon_y^H \right) \right], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left[ -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \varepsilon_y^H + \nu \left( -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \varepsilon_x^H \right) \right]. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Воспользуемся формулами для определения изгибающего момента [5]:

$$\left\{ \begin{aligned} M_x &= -D\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right), \\ M_y &= -D\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}\right), \\ M_{xy} &= -M_{yx} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Применим формулы (14) к уравнению равновесия (7) получим уравнение равновесия, выраженное через прогибы:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D}. \quad (15)$$

Если учесть моменты от нелинейных сил, то в окончательной форме получим уравнение равновесия, описывающее поведение пластины, находящейся под действием физической нагрузки, поля высоких температур и радиационного воздействия (16):

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D} - Eh \left( \alpha T + \frac{1}{3} S \right) \quad (16)$$

Уравнение (16) позволит определить прогибы, возникающие в пластине, находящейся под действием вышеуказанных нагрузок, после чего будет возможно определить основные прочностные характеристики: деформации (8) и напряжения (12), возникающие в пластине, а, следовательно, и в призматической оболочке.

При решении принимаются следующие допущения: сечения при деформировании остаются плоскими; свойства материала при растяжении и сжатии одинаковы; основные гипотезы теории течения сохраняются и под облучением во внутриреакторных условиях.

Как видно, для учета влияния нелинейных эффектов (неравномерное распухание стали, температурные градиенты по высоте) требуется новая постановка задачи. Получить решение такой задачи в аналитическом виде не представляется возможным из-за влияния многих факторов, поэтому необходимо использование численных методов. Тогда следующим этапом исследований станет определение прогибов, деформаций и напряжений, возникающих в призматической оболочке, с помощью одного из приближенных численных методов. После чего можно будет описать полную картину НДС чехла тепловыделяющей сборки атомного реактора, что позволит определить сроки эксплуатации и предельные нагрузки, возникающие в ТВС во время работы реактора.

Для получения значений прогибов и напряжений необходимо дифференциальное уравнение (16) представить в разностном виде:

$$\begin{aligned} \omega_{ij} = & \left( - \frac{\omega_{i+2j} - 4\omega_{i+1j} - 4\omega_{i-1j} + \omega_{i-2j}}{h_i^4} + \right. \\ & + 2 \frac{-2\omega_{ij-1} + \omega_{ij-2} - 2(\omega_{i-1j} - 2\omega_{i-1j-1} + \omega_{i-1j-2}) + \omega_{i-2j} - 2\omega_{i-2j-1} + \omega_{i-2j-2}}{h_i^4} + \\ & \left. + \frac{\omega_{ij+2} - 4\omega_{ij+1} + 6\omega_{ij} - 4\omega_{ij-1} + \omega_{ij-2}}{h_j^4} + q / D - h \left( \alpha T + \frac{1}{3} S \right) \cdot \frac{1}{\frac{6}{h_i^4} + \frac{6}{h_j^4} + \frac{2}{h_i^2 h_j^2}} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Для численного решения дифференциального уравнения 4-го порядка необходимо задать восемь граничных условия. Будем считать, что пластина закреплена жестко по всему периметру, тогда граничные условия запишутся в следующем разностном виде:

$$\begin{aligned} \omega_{0j} &= 0, \frac{\omega_{i1} - \omega_{i0}}{h_j} = 0 \text{ при } x = 0; \\ \omega_{0j} &= 0, \frac{\omega_{i1} - \omega_{i0}}{h_j} = 0 \text{ при } x = a; \\ \omega_{i0} &= 0, \frac{\omega_{i,j} - \omega_{0j}}{h_j} = 0 \text{ при } y = 0; \\ \omega_{i0} &= 0, \frac{\omega_{i,j} - \omega_{0j}}{h_j} = 0 \text{ при } y = b, \end{aligned} \tag{18}$$

где  $a, b$  – геометрические размеры пластинки.

Для определения прогибов и возникающих напряжений в пластине была составлена программа в прикладном комплексе для решения технических задач MatLab. В результате расчетов, проведенных по написанной программе, были получены следующие эпюры распределения прогибов пластины и напряжений, возникающих под действием распределенной нагрузки (рис. 4-6).

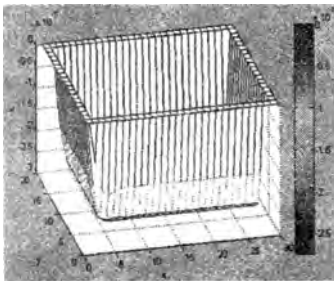


Рис. 4. Эпюра прогибов пластины под действием равномерно распределенной нагрузки

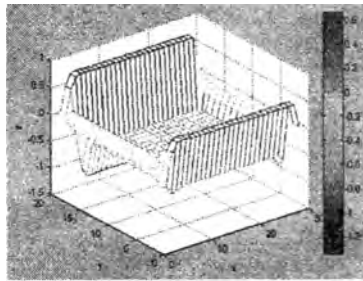


Рис. 5. Эпюра напряжений  $\sigma_{11}$  под действием равномерно распределенной нагрузки

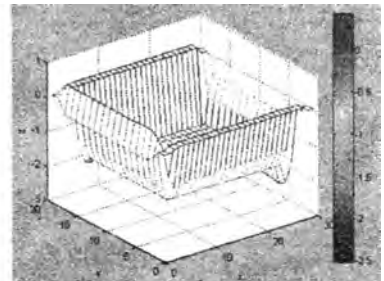


Рис. 6. Эпюра напряжений  $\sigma_{22}$  под действием равномерно распределенной нагрузки

Далее был проведен сравнительный анализ полученных результатов (в математическом пакете MatLab) с решением для механической упругой задачи в программной среде МКЭ ANSYS (рис. 7).

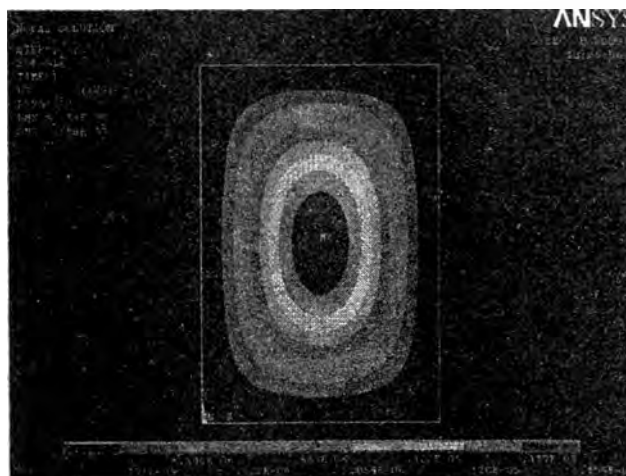


Рис. 7. Эпюра прогибов пластины по действию равномерно распределенной нагрузки

Значения прогибов по площади оболочки, полученные в пакете MatLab (рис. 4) совпадают со значениями прогибов, полученных в пакете ANSYS (рис. 7), что, в свою очередь, говорит о правильности составленного дифференциального уравнения и выборе численного метода решения рассматриваемой задачи исследования НДС призматической оболочки.

Учитывая тот факт, что обычный ресурс элементов активной зоны ядерных установок составляет порядка 7000 часов, необходимо проводить оценку напряженно-деформированного состояния на различных временных этапах. Исходя из этого, были получены эпюры напряжений и прогибов после 100, 300 и 6000 часов эксплуатации призматической оболочки (рис. 8-16).

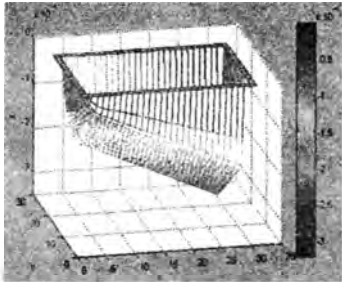


Рис. 8. Эпюра прогибов пластины под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=100$  ч.

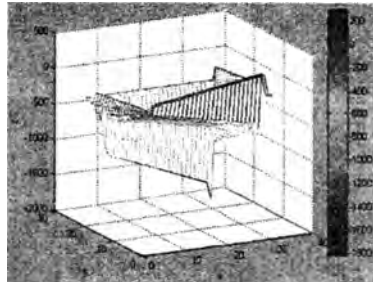


Рис. 9. Эпюра напряжений  $\sigma_{11}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=100$  ч.

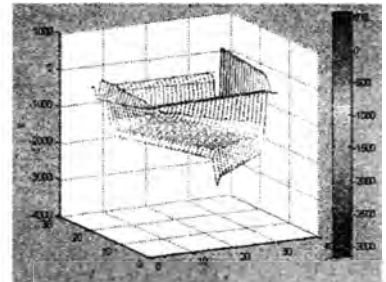


Рис. 10. Эпюра напряжений  $\sigma_{22}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=100$  ч.

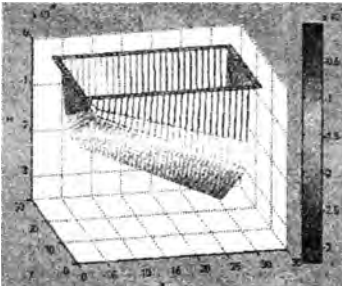


Рис. 11. Эпюра прогибов пластины под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=300$  ч.

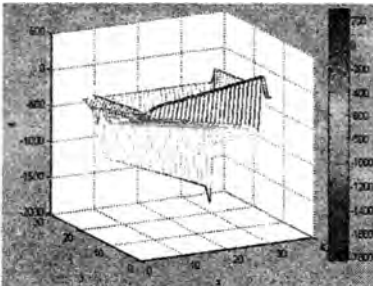


Рис. 12. Эпюра напряжений  $\sigma_{11}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=300$  ч.

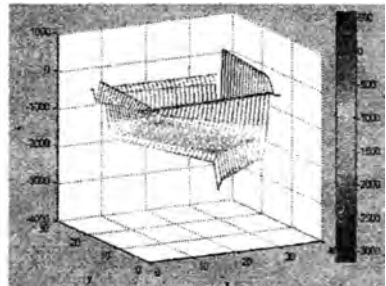


Рис. 13. Эпюра напряжений  $\sigma_{22}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=300$  ч.

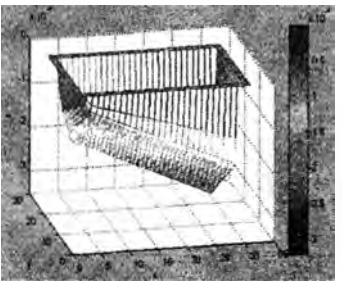


Рис. 14. Эпюра прогибов пластины под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=6000$  ч.

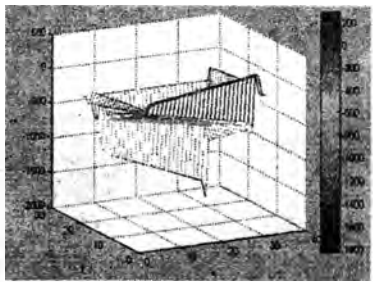


Рис. 15. Эпюра напряжений  $\sigma_{11}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=6000$  ч.

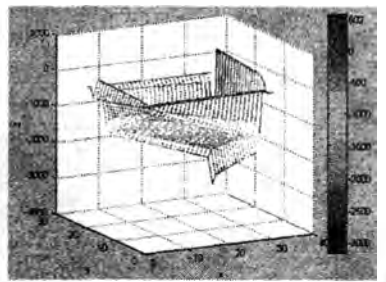


Рис. 16. Эпюра напряжений  $\sigma_{22}$  под действием равномерно распределенной нагрузки, температуры и распухания при  $t=6000$  ч.

Полученные эпюры прогибов и напряжений, возникающих, в процессе эксплуатации призматической оболочки, позволяют оценить надежность проектируемой конструкции ТВС атомного реактора на различных временных этапах его эксплуатации.

В результате исследований можно заключить о полноте выполнения изначально поставленной задачи – были получены разрешающие дифференциальные уравнения, разработана математическая модель и алгоритм нахождения основных характеристик НДС, запрограммирован метод нахождения решения квазистатической задачи в программном комплексе MatLab и по-

строены эпюры распределения прогибов и напряжений с учетом механических и терморadiaционных нагрузок. Также был проведен сравнительный анализ результатов для механической упругой задачи (отсутствие терморadiaционных нагрузок) полученных численным методом и в среде инженерно-программного комплекса FEA ANSYS, в результате чего можно заключить о правильности выбранного численного метода, как для упругой механической задачи, так и для полного спектра всех внутриреакторных нагрузок. Техничко-экономическая эффективность результатов настоящих разработок заключается в возможности проводить численные расчеты напряженно-деформированного состояния призматической оболочки, находящейся в условиях ядерных реакторов, без реализации дорогостоящих экспериментов. Область применения – расчёты механики деформируемого твёрдого тела для конструкций и материалов, как атомного машиностроения, так и ядерной энергетики в целом.

#### Благодарности

- Авторы благодарят д.ф.-м.н. И.С.Куликова и д.т.н. Б.Е.Тверковкина за плодотворные обсуждения и дискуссии в ГНУ «ОИЭЯИ-Сосны» НАН Беларуси.
- Работа выполнена при поддержке гранта БФФИ № Т09М-090 (№ госрегистрации: 20091888).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов В.П., Драгунов Ю.Г. Реакторные установки ВВЭР для атомных электростанций. М.: ИздАТ, 2002. – 480 с. 2. Фрост Б. Твэлы ядерных реакторов: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 248с. 3. Займовский А.С. Тепловыделяющие элементы атомного реактора/ А.С. Займовский, В.В. Калашников, И.С. Головин. – М.: Атомиздат, 1979. – 517с. 4. Куликов, И.С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов/ И.С.Куликов, Б.Е. Тверковкин. – Мн.: Наука и техника, 1984. – 104с. 5. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука. 1979. – 744с.

УДК 621.81:539.4

*Куриленко В.В., Пронкевич С.А., Александров А.А.*

#### АНАЛИЗ НДС ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь*

Широкие кинематические возможности планетарной передачи являются одним из основных ее достоинств и позволяют использовать передачу в различных областях машиностроения. Мощность передается по нескольким потокам, число которых равно числу сателлитов, что уменьшает нагрузку в каждом зацеплении. Внутреннее зацепление обладает повышенной нагрузочной способностью, так как у него больше приведенный радиус кривизны в зацеплении, поэтому наиболее опасным является внешнее зацепление.

Основными элементами, определяющими работоспособность зубчатых передач, являются зубья. Решающее влияние работоспособность зуба оказывают контактные напряжения  $\sigma_H$  и напряжения изгиба  $\sigma_F$ . Для каждого зуба  $\sigma_H$  и  $\sigma_F$  не являются постоянно действующими. Они изменяются во времени согласно некоторому прерывистому отнулевому циклу. Время действия напряжения  $\sigma_F$  за один оборот колеса равно продолжительности зацепления одного зуба. Напряжения  $\sigma_H$  действуют еще меньшее время. Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения зубьев: поломка зубьев от напряжений изгиба и выкрашивание поверхности от контактных напряжений. С контактным напряжением и трением в зацеплении связаны также износ, заедание и другие виды повреждения поверхностей зубьев [1].

В качестве примера рассмотрим планетарную передачу, аналогичную тем, которые используются в редукторах карьерных самосвалов. Ее характеристики: модуль  $m=10$ , количество