

ЛИТЕРАТУРА

1. Покровский Г.И. Центробежное моделирование в строительном деле. // Покровский Г.И., Фёдоров И.С.. – М.: Стройиздат. – 1968. – 247с. 2. Юдин С.Б.. Центробежное литьё. // Юдин С.Б., Левин М.М., Розенфельд С.Е.. – М.:Машиностроение. – 1972. – 279с. 3. Жданович Г.М. Сопротивление порошковых материалов //Г.М. Жданович. – Минск, БГПА. – 1999. – 340 с. 4. Хайкин С.Э. Физические основы механики // Хайкин С.Э.. – М.: Наука. – 1971. – 751с. 5. Математическая энциклопедия. Под ред. Виноградова И.М. // М.: Советская энциклопедия. – Т.2.– 1979.– С.575-583, Т.5.– 1985. – С.435-446. 6. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений // Градштейн И.С., Рыжик И.М.. – М.: Наука. – 1971. – 1108 с. 7. Протасеня М.Л. Способ и устройство для рассева сыпучих материалов по поверхности поля. Патент 6659 РБ // Протасеня М.Л., Ларченков Л.В.. – Минск.– 2004.– 5с.

УДК 621.941

Ларченков Л.В., Протасеня О.Н., Протасеня М.Л., Протасеня И.О.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СТРУКТУРНОГО ТЕЛА

СИЛАМИ ГРАВИТАЦИИ. 2-АЯ ЧАСТЬ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

В статье приведено описание моделирования движения структурных элементов структурного (сыпучего) тела по внутренней конической поверхности и, на основании полученных уравнений, приведен расчёт геометрических параметров конуса.

Для выявления связи между основными параметрами технического устройства для рассева структурных (сыпучих) тел и движением этого тела по вращающейся конической поверхности, рассмотрим последовательно движение слоя структурных элементов

структурного тела, непосредственно соприкасающихся с поверхностью конуса. Высота конуса ограничивается исходя из условия, что все структурные элементы структурного тела находятся на той его окружности, где они плотно соприкасаются друг с другом.

Коническая поверхность образуется линией SE , расположенной под углом β к плоскости $хоу$ и совершающей равномерное вращательное движение относительно оси $оз$. По этой конической поверхности движутся все структурные элементы структурного тела массой dm (рис. 1).

Обозначив в некоторой точке M конической поверхности относительную линейную скорость структурного элемента через v , покажем, что все структурные элементы движутся со скольжением по спирали согласно кинематическому параметру $k = \omega^2 r_i / g$. Каждый структурный элемент находится под воздействием сил: тяжести F_t , инерции (центробежной) F_{in} , нормальной реакции поверхности конуса N и силы трения F_{tr} .

Выделим четверть конической поверхности, ограниченной по высоте конуса, имеющей наибольший радиус r_i (рисунок 2). Структурный элемент движется по винтовой линии SM , характеризующийся тем, что в данный момент времени расстояние от точки M до оси конуса остаётся постоянным, равным r_i . Положение образующей конуса MD будет определяться постоянным углом β к горизонтальной плоскости $хоу$. В некоторый момент времени структурный элемент проходит по своей траектории точку M , расположенную в вертикальной плоскости $хоз$. Касательная плоскость, проведенная через точку M винтовой. Для выявления связи между основными параметрами технического устройства для рассева структурных (сыпучих) тел и движением этого тела по вращающейся конической поверхности, рассмотрим последовательно движение слоя структурных элементов структурного тела, непосредственно соприкасающихся с поверхностью конуса. Высота конуса ограничивается исходя из условия, что все структурные элементы структурного тела находятся на той его окружности, где они плотно соприкасаются друг с другом.

Коническая поверхность образуется линией SE , расположенной под углом β к плоскости $хоу$ и совершающей равномерное вращательное движение относительно оси $оз$. По этой конической поверхности движутся все структурные элементы структурного тела массой dm (рис. 1).

Обозначив в некоторой точке M конической поверхности относительную линейную скорость структурного элемента через v , покажем, что все структурные элементы движутся со скольжением по спирали согласно кинематическому параметру $k = \omega^2 \rho_i / g$. Каждый структурный элемент находится под воздействием сил: тяжести F_t , инерции (центробежной) F_{in} , нормальной реакции поверхности конуса N и силы трения F_{tr} .

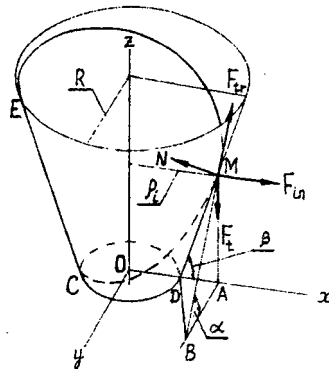


Рис. 1 – Траектория движения структурного элемента силами гравитации

Выделим четверть конической поверхности, ограниченной по высоте конуса, имеющей наибольший радиус ρ_i (рисунок 2). Структурный элемент движется по винтовой линии CM , характеризующийся тем, что в данный момент времени расстояние от точки M до оси конуса остаётся постоянным, равным ρ_i . Положение образующей конуса MD будет определяться постоянным углом β к горизонтальной плоскости xoy . В некоторый момент времени структурный элемент проходит по своей траектории точку M , расположенную в вертикальной плоскости xoz . Касательная плоскость, проведенная через точку M винтовой траектории, будет содержать в себе образующую линию MD . Положение касательной плоскости определяется пересекающимися линиями DM и BM , которая является касательной винтовой линии.

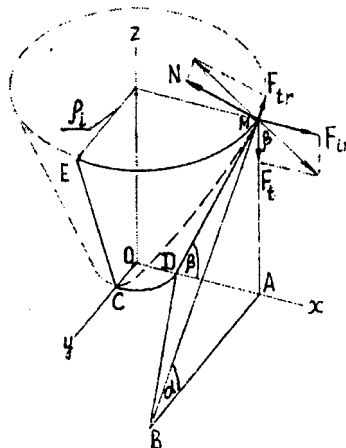


Рис. 2 – К расчету траектории движения структурного элемента

На структурный элемент действуют силы: его вес $F_t = mg$, нормальная реакция N конической поверхности, сила трения F_{tr} , направленная в сторону относительной скорости v , и центробежная сила инерции $F_{in} = mv^2/\rho_i$, которая направлена радиально.

Для установившегося движения с постоянной по величине переносной скоростью от вращательного движения конуса можно определить из условия равновесия всех сил, учитывая, что силы

F_t , F_{in} и равнодействующая расположены в плоскости xoz , при чём равнодействующая наклонена к вертикали под углом β . Из рисунка 2 видно, что

$$\operatorname{tg}\beta = F_{in} / F_t = v^2 / g\rho_i \quad (1).$$

Из уравнения (1) следует, что при условии β и v – постоянные величины, радиус $\rho_i = \rho$ быть постоянной величиной, следовательно, траектория структурного элемента правильная винтовая линия принадлежит цилиндрической поверхности, шаг которой $h=2\pi\rho\operatorname{tg}\alpha$,

где α – угол подъёма винтовой линии.

В нашем случае относительное движение структурного элемента происходит при изменяющемся радиусе ρ_i , то есть по наклонной поверхности с постоянным углом β и переменным углом α . Относительное движение структурного элемента по винтовой траектории определяется относительной скоростью v и относительным ускорением dv/dt , подобно движению частицы по наклонной плоскости с углом α .

Исходя из этих условий, определим ускорение. Структурные элементы, находящиеся на наклонной поверхности, подвержены воздействию дополнительной силы трения, возникающей за счёт нормальной составляющей центробежной силы инерции F_{in} .

Структурный элемент подаётся на наклонную поверхность без начальной скорости и находится под воздействием двух сил: дополнительной силы трения и силы тяжести (рис. 3). Относительно поверхности структурный элемент будет в состоянии относительного покоя, либо относительного скольжения по наклону вниз или вверх. Так как относительная скорость и сила тяжести находятся в вертикальной плоскости, то движение происходит тоже в вертикальной плоскости.

Отнесём это движение к осям координат x и t , выбрав начало координат в точке M , где структурный элемент находится в начальный момент.

Уравнение относительного движения запишем в координатной системе, перемещающейся с переносной скоростью v_p вдоль оси x . В начальный момент времени относительная скорость равняется переносной $v = v_p$. Движущая сила, определяемая величиной $F_t \sin\alpha - f F_t \cos\alpha / m$, сообщит структурному элементу относительное ускорение $dv/dt = F_t \sin\alpha / m - f F_t \cos\alpha / m$ или, выразив вес через массу и ускорение, получим

$$dv/dt = g \sin\alpha - fg \cos\alpha = g \sin\alpha (1 - f / \operatorname{tg}\alpha). \quad (2)$$

Заменим выражение $f/\operatorname{tg}\alpha = \delta$, получим $dv/dt = (1-\delta)g \sin\alpha$ формулу, удобную для анализа: в относительном движении ускорение постоянно и зависит от δ .

После интегрирования уравнение (2) по времени, получим выражение скорости $v = g \sin\alpha (1 - \delta)t + C_1$. Принимая во внимание начальные условия, когда $t=0$, а $v = v_p$, тогда относительная скорость скольжения структурного элемента по конусу вверх (в сторону большего основания конуса) будет:

$$v = g \sin\alpha (1 - \delta)t + v_p \quad \text{или} \quad v = v_p - g \sin\alpha (\delta - 1)t = dx_v / dt. \quad (3)$$

Отсюда следует, что относительная скорость изменяется по линейному закону относительно времени, поэтому могут быть различные случаи, когда,

1) $\delta > 1$, в этом случае $f = \operatorname{tg}\varphi$, а $\operatorname{tg}\varphi > \operatorname{tg}\alpha$, то есть $\alpha < \varphi$. В этом случае относительная скорость v непрерывно уменьшается от $v = v_p$ до $v = 0$, что будет соответствовать прекращению скольжения от переносной скорости, что произойдёт по истечению времени

$t = t_1$, которое определяется из уравнения

$v = 0 = v_p - g \sin\alpha (\delta - 1)t_1$, откуда определяется время

$$t_1 = v_p / (\delta - 1)g \sin\alpha. \quad (4)$$

2) $\delta = 1$, что соответствует условию $\alpha = \varphi$ и относительная скорость будет постоянной $v = v_p$, то есть равной переносной;

3) $\delta < 1$, что соответствует условию $\alpha > \varphi$, тогда $v = v_p + g \sin\alpha (1 - \delta)t$, то есть увеличению скольжения от переносной скорости.

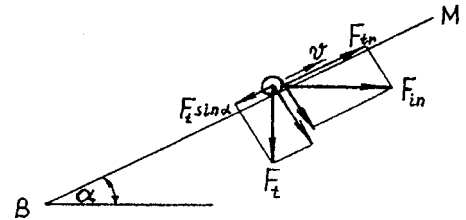


Рис. 3 – К определению относительного скольжения структурного элемента

Для определения перемещения структурного элемента, сохраняющего относительное скольжение, нужно ещё раз проинтегрировать уравнение (3). После интегрирования, получим $x_v = v_p t - [g \sin \alpha (\delta - 1)t^2]/2 + C_2$. Используя начальные условия, когда $t = 0$ и $x_v = 0$, получим, что $C_2 = 0$.

Таким образом, скольжение структурных элементов будет происходить по закону $x_v = v_p t - [g \sin \alpha (\delta - 1)t^2]/2$. Полное (абсолютное) движение структурных элементов получим, если из переносного движения $v_p t$ вычтем относительное $x = x_p - x_v = vt - vt + [g \sin \alpha (\delta - 1)t^2]/2$. Окончательно

$$x = [g \sin \alpha (\delta - 1)t^2]/2, \quad (5)$$

то есть абсолютное движение структурных элементов во времени изменяется по параболическому закону (рис. 4).

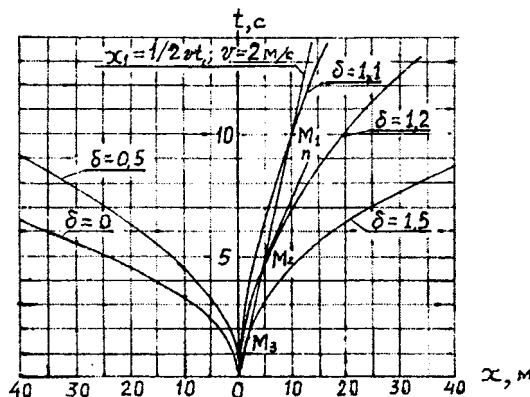


Рис. 4 – Движение структурного элемента для значений $\delta=0, 1, 5$ и $1/2 g \sin \alpha = 1$, $v = 2 \text{ м/с}$

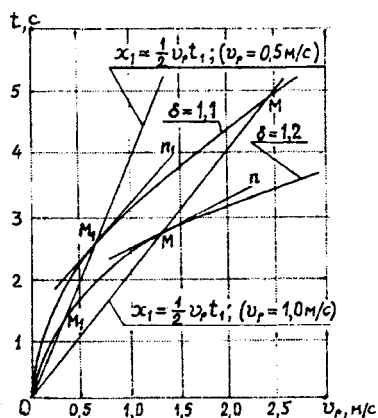


Рис. 5 – Зависимость характера движения структурного элемента от скорости v_p

При построении графика движения структурного тела для некоторых значений δ от 0 до 1,5 принято условие $g \sin \alpha / 2 = 1$. Прямая линия $x_1 = vt_1$ (для $v=2 \text{ м/с}$) пересекает параболы в точках M_1, M_2, M_3 , где структурные элементы начинают двигаться вместе с конусом. Прямая линия проходит через начало координат. Касательные (например, $M_2 n$) к параболам характеризуют движение структурных элементов совместно с конусом. Величина переносной скорости v_p не влияет на движение скользящих вниз структурных элементов, когда $\delta < 1$, но влияет на движение их вверх, когда $\delta > 1$.

С повышением переносной скорости время t_1 , в течение которого имеет место скольжение структурных элементов, удлиняется, соответственно, удаляется вверх по конусу точка с координатой x_1 , где они начинают двигаться вместе с конусом (рис. 5).

В зависимости от величины $\delta = f / \text{tg} \alpha = \text{tg} \phi / \text{tg} \alpha$ параболы имеют различные формы, а в случае 2), когда $\delta = 1$, парабола превращается в линию, совпадающую с осью времени

t , – прямая линия.

Для нашего условия, когда мы можем увеличивать угловую скорость вращения, увеличивая этим дополнительную силу инерции, приемлем случай 1), когда $\delta > 1$ или $\text{tg} \phi > \text{tg} \alpha$, что соответствует условию

$\alpha < \varphi$ все параболы расположены слева от оси времени t согласно рисунку 3 и формуле (2). Здесь следует отметить, что перемещение структурных элементов происходит независимо от переносной скорости. Их движение подчиняется закону (5) в пределах отрезка времени t_1 , определяемому по формуле (4), так как по истечении времени t_1 относительное движение прекратится, то есть начнётся движение по окружности вместе с конусом $x_1 = [g \sin \alpha (\delta - 1) t_1^2] / 2 = v_p^2 / 2g \sin \alpha (\delta - 1)$. Для последующих временных факторов $t = t_1 + \Delta t$ перемещение будет соответствовать иному закону, определяемому переносной скоростью v_p , $x = x_1 + v_p \Delta t = [g \sin \alpha (\delta - 1)] t_1^2 / 2 + v_p (t - t_1)$, подставив значение времени t_1 из формулы (4), получим $x = v_p^2 / 2g \sin \alpha (\delta - 1) - v_p^2 / g \sin \alpha (\delta - 1) + v_p t$ или

$$x = v_p t - v_p^2 / 2g \sin \alpha (\delta - 1). \quad (6)$$

Анализ результатов моделирования движения структурных элементов показывает, что, когда $\delta > 1$, они будут двигаться медленно по наклону α , посте – пенно ускоряя своё движение, пока не приобретут скорость v_p и сохранят её во всём процессе движения. В первой фазе $t \leq t_1$ перемещение структурных элементов следует закономерности (5), а в следующей фазе $t > t_1$ – закономерности (6). Прямая линия Mn , согласно формуле (6), является касательной параболы с точкой касания, определяемой координатами:

$$t_1 = v_p / g \sin \alpha (\delta - 1); x_1 = v_p^2 / 2g \sin \alpha (\delta - 1).$$

Исключив параметр δ , получим

$$x_1 = v_p t_1 / 2.$$

Это прямая линия, проходящая через начало координат, точку касания и расположенную под углом θ к оси времени t , равным $\text{tg} \theta = v_p / 2$.

Итак, структурные элементы структурного тела движутся по винтовой траектории наклонной поверхности вращающегося конуса с относительной скоростью v и ускорением dv/dt , подобно движению частицы по наклонной плоскости с углом наклона α . Поэтому воспользуемся ранее выведенной формулой (2) для ускорения:

$$dv/dt = g(\sin \alpha - f \cos \alpha) = g \sin \alpha (1 - f / \text{tg} \alpha) = g \sin(\alpha - \varphi) / \cos \varphi.$$

Из рисунка 6 видно, что нормальная составляющая центробежной силы инерции и равняется $F_{in} \sin \beta$, которая определяет дополнительную силу трения $f F_{in} \sin \beta = f m v^2 \sin \beta / \rho_i$. Аналогично выражению (2) с дополнительной силой трения получим

$$dv/dt = g \sin \alpha (1 - f / \text{tg} \alpha) - f v^2 \sin \beta / \rho_i \quad (7)$$

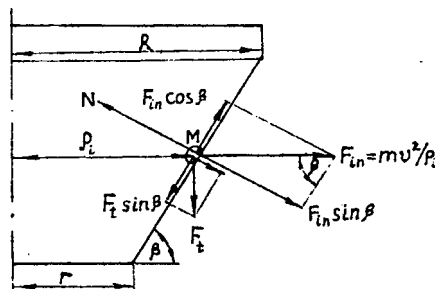


Рис. 6 – К расчету геометрических параметров конуса

Анализ выражения (7) показывает, что с увеличением скорости v ускорение уменьшается и, при достижении некоторой величины, становится равным нулю, после чего движение становится равномерным. Установившаяся скорость v определяется из уравнения, если принять, что $dv / dt = 0$. Приравняв уравнение (7) нулю, получим $g \sin \alpha (1 - f / \text{tg} \alpha) = g \sin(\alpha - \varphi) / \cos \varphi = v^2 \text{tg} \varphi \sin \beta / \rho_i$, откуда находим

$$v = \sqrt{g \rho_i \sin(\alpha - \varphi) / \sin \varphi \sin \beta}. \quad (8)$$

С учётом формулы (1) $\text{tg} \beta = v^2 / g \rho_i$, получим

$$\sin(\alpha - \varphi) = \sin\varphi \sin^2\beta / \cos\beta = \sin\varphi \operatorname{tg}^2\beta / \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2\beta}. \quad (9)$$

Если начальная скорость $v = v_n = 0$, то по уравнению (7) определим максимальное ускорение $(dv/dt)_{\max} = g \sin\alpha(1 - f / \operatorname{tg}\alpha) = g \sin(\alpha - \varphi) / \cos\varphi$.

Через некоторое время ускорение уменьшится до нуля, что определит его наименьшую величину $(dv/dt)_{\min} = 0$.

Для определения высоты правильного усечённого конуса H примем приближённо, что структурные элементы имеют наибольший коэффициент трения и движутся со скольжением по наклону с углом α со средним постоянным ускорением $asr = (dv/dt)sr = g \sin(\alpha - \varphi) / 2\cos\varphi$.

Длина пути S по наклонной плоскости, содержащей образующую конуса, определяется по известной формуле $S = v^2 / 2asr = g \sin(\alpha - \varphi) / 2\cos\varphi$, а высота конуса будет $H = S \sin\alpha$. Подставив значение величин вместо S и v^2 из формулы (8), получим $H = \rho_i \sin\alpha / f \sin\beta$. Высота конуса, определённая по этой формуле, является наименьшей. Это говорит о том, что структурные элементы, перемещаясь по поверхности конуса с увеличивающейся относительной скоростью v , всё время удаляясь от оси конуса, покинут её [1].

Если принять для структурных элементов структурного тела коэффициент трения $f = 0,3$, угол трения $\varphi = 17^\circ$, то при движении с относительной скоростью $v = 1 \text{ м/с}$ при $\rho_i = R = 0,2 \text{ м}$ от оси конуса, надо производящую конуса расположить под углом β , который определяется по формуле (1) $\operatorname{tg}\beta = v^2 / gR = 1 / 9,81 \cdot 0,2 = 0,509$, что соответствует углу наклона $\beta = 27^\circ$.

Угол α подъёма спирали определяется по формуле (9), подставив значения углов, получим $\sin(\alpha - \varphi) = 0,067$, что соответствует $(\alpha - \varphi) = 3^\circ 50'$. Отсюда $\alpha = 17^\circ + 3^\circ 50' = 21^\circ$.

Следовательно наименьшая высота конуса при этих значениях углов будет

$$H = R \sin\alpha / f \sin\beta = 0,2 \cdot \sin 21^\circ / 0,3 \cdot \sin 27^\circ = 0,53 \text{ м}$$

Из этого следует, что все структурные элементы структурного тела отвечают условию, когда они плотно прилегают друг к другу, и в следующий момент времени t_2 будут вытолкнуты за пределы конуса. Чтобы это явление ограничить, необходимо к конусу со стороны большего диаметра присоединить кольцо цилиндрической формы. Высота H конуса может быть уменьшена за счёт определения точки на конусе, в которую должны поступать структурные элементы по приведенным расчётным формулам. Для этого со стороны меньшей окружности конуса устанавливается дополнительное приспособление [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая энциклопедия. Под ред. Виноградова И.М. // М.: Советская энциклопедия. – Т.2. – 1979. – С.575 - 589, -- Т.5. – 1985. – С.435-446.
2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. // Градштейн И.С., Рыжик И.М. – М.: Наука. – 1971. – 1108 с.
3. Протасеня М.Л., Ларченков Л.В. Способ и устройство для рассева сыпучих материалов по поверхности поля. Патент 6659 РБ. // М.Л. Протасеня, Л.В. Ларченков. – Минск. – 2004. – 5 с.

УДК 539.3

Чигарев А.В., Шукевич Т.В., Ручан М.В.

ОЦЕНКА ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СМЫКАНИЯ БЕРЕГОВ ТРЕЩИНЫ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ТРУБЫ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Метод заключается в создании пластического слоя в трубе, за счет концентраторов напряжений (микротрещин). В результате дислокации начнут свое движение. Вследствие чего материал этого слоя уплотнится и берега трещины сомкнутся.

Постановка задачи