

Компьютерное проектирование процесса ТГХО для формирования твердосмазочных покрытий на инструментальной стали У8 / А. А. Шматов, О. В. Жилинский, С. И. Марочкина, Г. К. Жавнерко, А. Е. Соломянский // Вест. Полоц. гос. ун-та. Сер. В. Промышленность. – 2010. – №2. – С. 139–146. 5. Гаркунов Д. Н. Виды трения и износа. Эксплуатационные повреждения деталей машин / Д. Н. Гаркунов, П.И. Корник. – М.: Изд-во МСХА, 2003. – 344 с. 6. Мышкин Н. К. Трение, смазка, износ/Н. К. Мышкин М. И. Петроковец.–М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 368 с. 7. Польшер Г. Основы трения и изнашивания / Г. Польшер, Ф. Майсснер. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с. 8. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов / Я. Б. Фридман. – М.: Машиностроение, 1974. – Т.2 – 135 с. 9. Витязь П. А. Твердосмазочные покрытия в машиностроении / П. А. Витязь [и др.]. – Мн.: Бел. наука, 2007. – 170 с. 10. Материаловедение. Технология конструкционных материалов / под ред. В. С. Чередниченко. – М.: Омега-Л, 2008 – 752 с. 11. Бельский С. Е. Структурные факторы эксплуатационной стойкости режущего инструмента / С. Е. Бельский, Р. Л. Тофпенец. – Минск: Наука и техника, 1984. – 128 с. 12. Суздальев И. П. Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов / И. П. Суздальев. – М.: КомКнига, 2006. – 592 с. 13. Горелик, С.С. Рентгенографический и электроннооптический анализ / С.С. Горелик, Л. Н. Расторгуев, Ю.А. Скаков. – М: Металлургия, 1970. – 107 с. 14. Научные основы повышения малоциклового прочност / Н. А. Махутов [и др.]; под. ред. Н. А. Махутова. – М.: Наука, 2006. – 623 с. 15. Бойцов В. Б. Технологические методы повышения прочност и долговечности: учеб. пособие / В. Б. Бойцов, А. О. Чернявский. – М.: Машиностроение, 2005. – 128 с. 16. Материаловедение: учебник для втузов / Б. Н. Арзамасов [и др.]; под общ. ред. Б. Н. Арзамасова. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2005. – 648 с. 17. Наноструктурные материалы – 2008. (НАНО-2008): материалы Первой междунар. науч. конф. – Минск: Белорус. наука, 2008. – 765 с.

УДК 621.941.2

Куптель В.Г.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВИБРАЦИОННОГО ТОЧЕНИЯ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Разработана математическая модель механизма возникновения и поддержания в зоне резания направленных колебаний, учитывающая кинематическую схему обработки и конструктивные параметры инструмента и позволяющая в зависимости от заданных режимов резания прогнозировать и описывать траекторию движения режущей кромки инструмента. В результате выполненного компьютерного моделирования доказана возможность реализации траекторий движения режущей кромки инструмента, обеспечивающих переменное сечение срезаемого слоя при продольном наружном точении. Установлено, что для поддержания необходимой интенсивности вибраций при изменении осевой составляющей силы резания P_x от 350 Н до 650 Н жесткость упругих элементов j_x должна соответствовать диапазону 200–350 Н/мм.

Для определения траекторий движения режущей кромки инструмента и выбора рациональных конструктивных и технологических параметров инструментов в зависимости от различных технологических условий обработки при черновом и полувальцовом продольном наружном точении целесообразно разработать математическую модель возникновения и поддержания в зоне резания направленных колебаний. С этой целью предложена схема точения с вибрациями в осевом направлении (рис. 1.), основанная на принципе возбуждения колебаний режущей кромки инструмента, посредством установки между резцом и корпусом державки упругого элемента, создающего в направлении движения подачи наименьшую регулируемую жесткость.

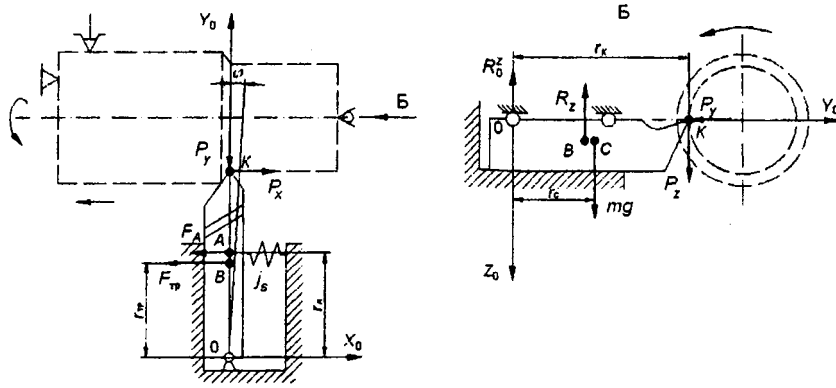


Рис. 1. – Схема точения с вибрациями в осевом направлении

На рис. 1. приняты следующие обозначения:

φ – угол поворота резца вокруг оси z (обобщенная координата); P_x, P_y, P_z – составляющие (проекции) силы резания, Н; F_A – сила упругости, Н; $F_{тр}$ – сила трения, Н; R_0^z – реакция в шарнирной опоре по оси z , Н; R_z – нормальная реакция, Н; j_s – жесткость упругого элемента, Н/мм; r_A – расстояние до точки приложения силы упругости пружины, мм; $r_{тр}$ – расстояние до точки приложения силы трения, мм; r_C – расстояние до центра тяжести системы (масс), мм; r_K – расстояние до вершины режущего инструмента, мм; m – масса колеблющейся системы, кг; g – ускорение свободного падения, m/c^2 .

Из рис. 1. в соответствии с принципом Даламбера можно записать

$$\begin{cases} \overline{P_p} + \overline{F_A} + \overline{F_{тр}} + \overline{R_0} + \overline{R_z} + m\overline{g} + \overline{\Phi} = 0; \\ (\overline{r_K} \times \overline{P_p}) + (\overline{r_A} \times \overline{F_A}) + (\overline{r_{тр}} \times \overline{F_{тр}}) + M_{тр}^0 + M^\Phi = 0, \end{cases}$$

где $\overline{P_p}$ – сила резания;

$\overline{F_A}$ – сила упругости;

$\overline{F_{тр}}$ – сила трения;

$\overline{R_0}$ – реакция опоры в точке 0;

$\overline{R_z}$ – нормальная реакция;

$\overline{\Phi}$ – сила инерции;

$r_K, r_A, r_{тр}$ – радиусы-векторы точек приложения сил;

$M_{тр}^0$ – момент трения относительно точки 0 (начала системы координат);

M^Φ – момент сил инерции относительно точки 0.

Сила упругости

$$F_A = j_s \varphi \cdot r_A$$

Суммарное линейное и угловое перемещение (рис. 2.)

$$\begin{cases} P_x - j_s \varphi r_A \cos \varphi - F_{тр} \cos \varphi - R_0^x \cos \varphi + R_0^y \sin \varphi - m \frac{dV_C}{dt} \cos \varphi + m \frac{V_C^2}{r_C} \sin \varphi = 0; \\ -P_y + j_s \varphi r_A \sin \varphi + F_{тр} \sin \varphi + R_0^x \sin \varphi + R_0^y \cos \varphi + m \frac{dV_C}{dt} \sin \varphi + m \frac{V_C^2}{r_C} \sin \varphi = 0; \\ P_z + mg - R_z - R_0^z = 0, \end{cases}$$

где R_0^x и R_0^y – реакции в шарнирной опоре по соответствующим осям;

$$\Phi^r = m \frac{dV_C}{dt} - \text{нормальная составляющая силы инерции};$$

$$\Phi^n = m \frac{V_C^2}{r_C} - \text{касательная составляющая силы инерции};$$

$$V_C = \frac{d\varphi}{dt} r_C - \text{скорость центра масс.}$$

Векторное произведение двух векторов выражается определителем, в первой строке которого расположены единичные векторы $\bar{i}_0, \bar{j}_0, \bar{k}_0$, направленные вдоль осей координат, а в двух других строках – проекции на оси координат векторов сомножителей [1, с. 371]:

$$\begin{vmatrix} \bar{i}_0 & \bar{j}_0 & \bar{k}_0 \\ r_K \sin\varphi & r_K \cos\varphi & 0 \\ P_x & -P_y & -P_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \bar{i}_0 & \bar{j}_0 & \bar{k}_0 \\ r_A \sin\varphi & r_A \cos\varphi & 0 \\ -F_A \cos\varphi & F_A \sin\varphi & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \bar{i}_0 & \bar{j}_0 & \bar{k}_0 \\ r_{\text{тр}} \sin\varphi & r_{\text{тр}} \cos\varphi & 0 \\ -F_{\text{тр}} \cos\varphi & F_{\text{тр}} \sin\varphi & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (M_{\text{тр}}^0)_x \\ (M_{\text{тр}}^0)_y \\ (M_{\text{тр}}^0)_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ J_0^z \varepsilon \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

где J_0^z – момент инерции реза относительно оси Oz , проходящей через центр вращения (точку O); ε – угловое ускорение.

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}.$$

Разложим определитель (1) по элементам первой строки

$$\begin{aligned} & \bar{i}_0(-P_z r_K \cos\varphi) - \bar{j}_0(-P_z r_K \sin\varphi) + \bar{k}_0(-P_y r_K \sin\varphi - P_x r_K \cos\varphi) + \\ & + \bar{i}_0 \cdot 0 - \bar{j}_0 \cdot 0 + \bar{k}_0(F_A \sin\varphi r_A \sin\varphi - (-F_A \cos\varphi) r_A \cos\varphi) + \\ & + \bar{i}_0 \cdot 0 - \bar{j}_0 \cdot 0 + \bar{k}_0(F_{\text{тр}} \sin\varphi r_{\text{тр}} \sin\varphi - (-F_{\text{тр}} \cos\varphi) r_{\text{тр}} \cos\varphi) + \bar{i}_0 \cdot (M_{\text{тр}}^0)_x + \\ & + \bar{j}_0 (M_{\text{тр}}^0)_y + \bar{k}_0 (M_{\text{тр}}^0)_z - \bar{k}_0 J_0^z \varepsilon = 0; \\ & \bar{i}_0(-P_z r_K \cos\varphi + (M_{\text{тр}}^0)_x) + \bar{j}_0(-P_z r_K \sin\varphi + (M_{\text{тр}}^0)_y) + \\ & + \bar{k}_0(-P_y r_K \sin\varphi - P_x r_K \cos\varphi + F_A r_A + F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + (M_{\text{тр}}^0)_z + J_0^z \varepsilon) = 0, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{cases} P_z r_K \cos\varphi = (M_{\text{тр}}^0)_x; \\ P_z r_K \sin\varphi = (M_{\text{тр}}^0)_y; \\ -P_y r_K \sin\varphi - P_x r_K \cos\varphi + F_A r_A + F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + (M_{\text{тр}}^0)_z + J_0^z \varepsilon = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Из системы (2) определим составляющие сил резания

$$\begin{aligned} P_x &= F_A \cos\varphi + F_{\text{тр}} \cos\varphi + R_0^x \cos\varphi - R_0^y \sin\varphi + m \frac{dV_C}{dt} \cos\varphi - m \frac{V_C^2}{r_C} \sin\varphi = \\ &= F_A \cos\varphi + F_{\text{тр}} \cos\varphi + R_0^x \cos\varphi - R_0^y \sin\varphi + m r_C \dot{\varphi} \cos\varphi - m r_C \varphi^2 \sin\varphi; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P_y &= F_A \sin\varphi + F_{\text{тр}} \sin\varphi + R_0^x \sin\varphi + R_0^y \cos\varphi + m \frac{dV_C}{dt} \sin\varphi + m \frac{V_C^2}{r_C} \cos\varphi = \\ &= F_A \sin\varphi + F_{\text{тр}} \sin\varphi + R_0^x \sin\varphi + R_0^y \cos\varphi + m r_C \dot{\varphi} \sin\varphi + m r_C \varphi^2 \cos\varphi; \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_z = -mg + R_z + R_z^0. \quad (5)$$

Выразим силу трения из уравнения (5)

$$R_z = P_z + mg - R_z^0 \Rightarrow F_{\text{тр}} = (P_z + mg - R_z^0)\mu_{\text{тр}};$$

$$F_{\text{тр}} = R_z\mu_{\text{тр}},$$

где $\mu_{\text{тр}}$ – коэффициент трения.

Момент трения относительно опоры 0

$$M_{\text{тр}}^0 = F_{\text{тр}}h,$$

где h – плечо пары сил, мм.

Тогда из системы уравнений (2) можно записать, что

$$\cos\varphi = \frac{(M_{\text{тр}}^0)_x}{P_z r_K}; \quad \sin\varphi = \frac{(M_{\text{тр}}^0)_y}{P_z r_K}.$$

Подставляя уравнения (3) и (4) в третье уравнение системы (2), получаем дифференциальное уравнение движения режущей кромки инструмента

$$\begin{aligned} J_0^z \varepsilon &= -P_y r_K \sin\varphi - P_x r_K \cos\varphi + F_A r_A + F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + (M_{\text{тр}}^0)_z = \\ &= -(F_A \sin\varphi + F_{\text{тр}} \sin\varphi + R_0^x \sin\varphi + R_0^y \cos\varphi + m r_C \ddot{\varphi} \sin\varphi + m r_C \dot{\varphi}^2 \cos\varphi) r_K \sin\varphi - \\ &- (F_A \cos\varphi + F_{\text{тр}} \cos\varphi + R_0^x \cos\varphi - R_0^y \sin\varphi + m r_C \ddot{\varphi} \cos\varphi - m r_C \dot{\varphi}^2 \sin\varphi) r_K \cos\varphi + \\ &+ F_A r_A + F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + (M_{\text{тр}}^0)_z = -F_A r_K \sin^2\varphi - F_{\text{тр}} r_K \sin^2\varphi - R_0^x r_K \sin^2\varphi - \\ &- R_0^y r_K \cos\varphi \sin\varphi - m r_C r_K \ddot{\varphi} \sin^2\varphi - m r_C r_K \dot{\varphi}^2 \cos\varphi \sin\varphi - F_A r_K \cos^2\varphi - \\ &- F_{\text{тр}} r_K \cos^2\varphi - R_0^x r_K \cos^2\varphi + R_0^y r_K \sin\varphi \cos\varphi - m r_C r_K \ddot{\varphi} \cos^2\varphi + \\ &+ m r_C r_K \dot{\varphi}^2 \sin\varphi \cos\varphi + F_A r_A + F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + (M_{\text{тр}}^0)_z = F_A (r_A - r_K) + F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - \\ &- R_0^x r_K - m r_C r_K \ddot{\varphi} + (M_{\text{тр}}^0)_z. \end{aligned}$$

В результате преобразований получаем уравнение движения вершины режущей кромки инструмента (точка К):

$$\begin{aligned} J_0^z \ddot{\varphi} &= J_0^z \varepsilon = F_A (r_A - r_K) + F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K - m r_C r_K \ddot{\varphi} + (M_{\text{тр}}^0)_z \\ (J_0^z + m r_C r_K) \ddot{\varphi} &= F_A (r_A - r_K) + F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z; \\ (J_0^z + m r_C r_K) \ddot{\varphi} - j_s \varphi \cdot r_A (r_A - r_K) &= F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение (6) – неоднородное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. Его решение можно представить в виде суммы общего решения соответствующего однородного уравнения φ_1 и частного решения неоднородного уравнения $\bar{\varphi}$:

$$\varphi = \varphi_1 + \bar{\varphi}.$$

Соответствующее однородное уравнение имеет вид

$$(J_0^z + m r_C r_K) \ddot{\varphi} - j_s \varphi \cdot r_A (r_A - r_K) = 0$$

Или

$$\ddot{\varphi}_1 - \varphi_1 \cdot \frac{j_s r_A (r_A - r_K)}{J_0^z + m r_C r_K} = 0.$$

Характеристическое уравнение будет иметь вид

$$\lambda^2 - \frac{j_s r_A (r_A - r_K)}{J_0^z + m r_C r_K} = 0,$$

откуда определяем

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{j_s r_A (r_A - r_K)}{J_0^z + m r_C r_K}}.$$

Поскольку $r_A - r_K < 0$, получаем

$$\lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}}.$$

Тогда общее решение будем искать в виде

$$\varphi_1 = C_1 \cos \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + C_2 \sin \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right),$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные.

Определим частное решение $\bar{\varphi}$ неоднородного уравнения (6)

$$(J_0^z + m r_C r_K) \bar{\varphi} - j_s \bar{\varphi} \cdot r_A (r_A - r_K) = F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z. \quad (7)$$

Правая часть уравнения (7) не зависит от переменной $\bar{\varphi}$, поэтому решение будем искать в виде $\bar{\varphi} = A_1 t + B_1$.

Найдем первую и вторую производные от $\bar{\varphi}$ и подставим в уравнение (7)

$$\dot{\bar{\varphi}} = A_1, \quad \ddot{\bar{\varphi}} = 0$$

$$(J_0^z + m r_C r_K) \cdot 0 - j_s (A_1 t + B_1) \cdot r_A (r_A - r_K) = F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z$$

Или

$$- j_s (A_1 t + B_1) \cdot r_A (r_A - r_K) = F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z.$$

Сгруппируем коэффициенты при соответствующих степенях t и составим уравнения

$$t^0: - j_s \cdot B_1 \cdot r_A (r_A - r_K) = F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) - R_0^x r_K + (M_{\text{тр}}^0)_z;$$

$$t^1: - j_s \cdot A_1 \cdot r_A (r_A - r_K) = 0.$$

Из этой системы находим

$$B_1 = \frac{- F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)};$$

$$A_1 = 0.$$

Тогда

$$\bar{\varphi} = A_1 t + B_1 = \frac{- F_{\text{тр}} (r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)}.$$

Решение исходного уравнения (6)

$$\varphi = \varphi_1 + \bar{\varphi} = C_1 \cos \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + C_2 \sin \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + \frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)}.$$

Найдем производную

$$\dot{\varphi} = -\sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} C_1 \sin \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} C_2 \cos \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right).$$

Определим неизвестные C_1 и C_2 , пользуясь начальными условиями:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \varphi_0; \\ \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \cos(0) + C_2 \sin(0) + \frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)} = \varphi_0; \\ -\sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} C_1 \sin(0) + \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} C_2 \cos(0) = \dot{\varphi}_0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 + \frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)} = \varphi_0; \\ \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} C_2 = \dot{\varphi}_0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)} + \varphi_0; \\ C_2 = \dot{\varphi}_0 \sqrt{\frac{J_0^z + m r_C r_K}{j_s r_A (r_K - r_A)}}. \end{cases}$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \left(-\frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)} + \varphi_0 \right) \cos \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + \\ & + \dot{\varphi}_0 \sqrt{\frac{J_0^z + m r_C r_K}{j_s r_A (r_K - r_A)}} \sin \left(t \sqrt{\frac{j_s r_A (r_K - r_A)}{J_0^z + m r_C r_K}} \right) + \frac{-F_{\text{тр}}(r_{\text{тр}} - r_K) + R_0^x r_K - (M_{\text{тр}}^0)_z}{j_s \cdot r_A (r_A - r_K)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение, аналогичное (6), может быть получено из уравнения Лагранжа второго рода (которое учитывает только активные силы)

$$J_0^z \ddot{\varphi} - (P_y r_K - j_s \cdot r_A^2) \varphi = -F_{\text{тр}} r_{\text{тр}} + P_x r_K. \quad (9)$$

Посредством пакета Mathematica проведено компьютерное моделирование динамического поведения режущей кромки инструмента при вибрационном точении с осевой подачей. Моделирование уравнений (5) и (9) показало, что наибольшее влияние на условия дробления стружки

оказывают: составляющая силы резания P_x , жесткость упругого элемента j_s и габаритные размеры инструмента. Поэтому для практических целей целесообразно использовать упрощенную схему колебательной системы. Такая схема представлена на рис. 3.

Как известно [2, с. 281], вынужденные колебания при наличии сопротивления описываются дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = H(t), \quad (10)$$

где x – координата;

m – масса материальной точки;

b – коэффициент сопротивления среды;

c – коэффициент жесткости;

$H(t)$ – возмущающая сила.

В рассматриваемом случае, колебания происходят вокруг точки вращения O , поэтому уравнение колебаний (10) имеет вид

$$I\ddot{\phi} + M_b\dot{\phi} + M_c\phi = M_{(H_t)},$$

где I – момент инерции резца при его вращении вокруг точки O ;

M_b – момент сил сопротивления;

M_c – момент силы упругости пружины;

$M_{(H_t)}$ – момент возмущающей силы.

Силами сопротивления являются силы трения, вызывающие затухание собственных колебаний.

На практике используются следующие модели трения [3]:

- сила трения пропорциональна скорости (при колебаниях в воздушной среде);
- сила трения пропорциональна квадрату скорости (при колебаниях в жидкой среде);
- кулоновское трение – сила трения постоянна по величине, не зависит от скорости и действует в направлении, противоположном скорости (при трении сухих скользящих поверхностей).

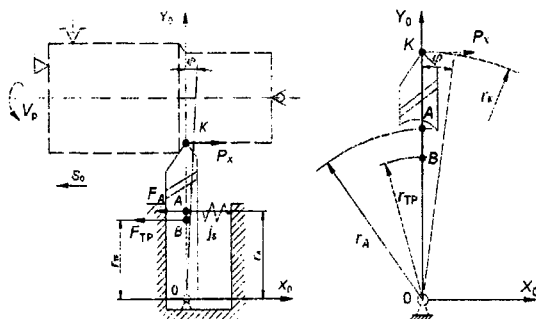


Рис. 3. – Расчетная схема колебательной системы при вибрационном точении с осевой подачей

Принимаем, что колебания инструмента происходят в воздушной среде (поскольку масляная пленка существенно снижает коэффициент трения резца со станком), и считаем, что сила трения пропорциональна скорости колебания резца $b = \lambda\dot{\phi}$, где λ – коэффициент пропорциональности.

Принимаем также, что возмущающая сила действует по закону

$$H(t) = P_x \cos(pt),$$

где p – частота возмущающей силы.

Тогда дифференциальное уравнение траектории движения вершины режущей кромки инструмента (точка K)

$$I\ddot{\phi} + \lambda\dot{\phi} \cdot r_{\text{Тр}} + j_s \phi \cdot r_A = P_x \cdot r_K \cdot \cos(pt). \quad (11)$$

С помощью пакета Mathematica проведено компьютерное моделирование динамического поведения режущей кромки инструмента при вибрационном точении в соответствии с уравнением (11). В ходе моделирования установлена возможность реализации траекторий движения режущей кромки инструмента, обеспечивающих переменное сечение срезаемого слоя, а следовательно, и

дробление стружки при продольном наружном точении. При этом установлено, что для поддержания необходимой интенсивности вибраций при изменении осевой составляющей силы резания P_x от 350 Н до 650 Н жесткость упругих элементов j_s должна соответствовать диапазону 200–350 Н/мм.

Полученные при моделировании расчетные траектории движения вершины режущей кромки соответствуют траекториям, записанным на виброграммах при проведении экспериментальных исследований (рис. 4.) с помощью измерительного комплекса.

Адекватность совпадения траекторий была проверена и подтверждена посредством методов математической статистики [4, 5].

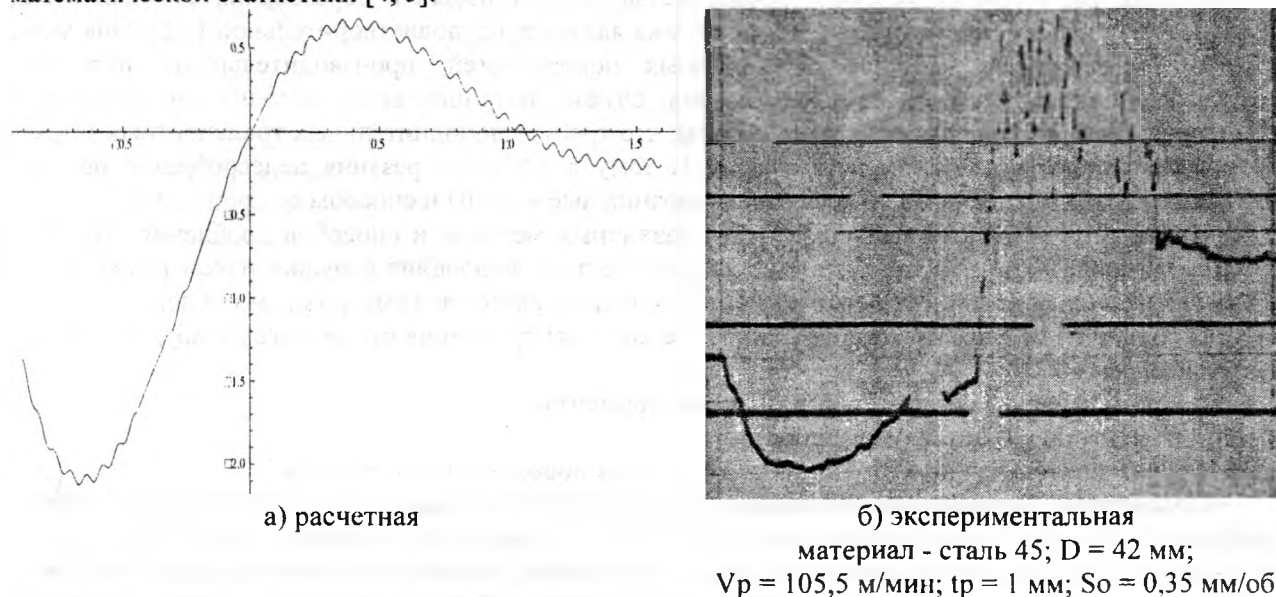


Рис. 4. – Траектории движения вершины режущей кромки инструмента при продольном наружном точении

ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов. / Н.Н. Никитин. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.
2. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: учеб. для вузов / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.
3. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М. Крылов, Н.Н. Боголюбов. – Киев: АН УССР, 1937. – 366 с.
4. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных / Н. Джонсон, Ф. Лион; пер. с англ. Е.Г. Коваленко [и др.]; под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
5. Кринецкий И.И. Основы научных исследований / И.И. Кринецкий. – Киев: Вища шк., 1981. – 210 с.

УДК 621.941.1

Шелег В.К., Данильчик С.С.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ И СПОСОБОВ СТРУЖКОДРОБЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Рассмотрены классификации методов и способов дробления стружки в процессе токарной обработки, предложенные разными авторами, проведен сравнительный анализ методов и способов стружкодробления с постоянными и переменными параметрами процесса резания, в том числе способов вибрационного резания. Предложен метод точения с наложением на традиционную схему резания направленных асимметричных колебаний режущего инструмента. Установлено влияние коэффициента асимметрии цикла колебаний инструмента на толщину срезаемого слоя.