

4. *Гудремон, Э.* Специальные стали: в 2 т. Т. 2 / Э. Гудремон. М.: Metallurgia, 1966. 534 с.

5. Теоретические основы расчета температур, термовязкоупругих напряжений и деформаций в корке непрерывнолитой заготовки / Ю.А. Самойлович [и др.] // Изв. вузов и энергет. объединений СНГ. Энергетика. 2002. № 3. С. 48 – 56.

6. Расчет температур, напряжений и деформаций при производстве непрерывнолитых заготовок. Сообщение 1. Решение связанных задач нестационарной термовязкоупругости для затвердевающих заготовок в ходе непрерывного литья / Ю.А. Самойлович [и др.] // Литье и металлургия. 2002. № 3. С. 53 – 59.

7. *Фребер, И.* Свойства оболочки формирующейся непрерывнолитой заготовки / И. Фребер // Черные металлы: пер. с нем. 1978. № 21. С. 28 – 34.

8. *Постнов, Л.М.* Исследование механических свойств стали в период затвердевания и анализ процесса образования горячих трещин при непрерывной разливке / Л.М. Постнов, Б.Б. Гуляев // Непрерывная разливка стали. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 212 – 221.

9. *Складнов, Ю.А.* Прочность и пластичность стали 40X при температурах кристаллизации / В.И. Явойский [и др.] // Изв. вузов. Черная металлургия. 1972. № 2. С. 40 – 41.

10. *Дергунов, И.Д.* Определение периода релаксации углеродистых сталей и цветных металлов // Журн. техн. физики. 1951. Т. 21. Вып. 12. С. 1526 – 1534.

11. *Гуляев, Б.Б.* Литейные процессы / Б.Б. Гуляев. М.; Л.: Машгиз, 1960. 416 с.

УДК 669.046:536.12:518.61

В.И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, д-р техн. наук (НАН Беларуси)
М.Л. ГЕРМАН, канд. физ.-мат. наук (ИТМО НАН Беларуси),
И.А. ТРУСОВА, д-р техн. наук, **С.М. КАБИШОВ**, канд. техн. наук,
П.Н. САВАНЬ (БНТУ)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛОБМЕНА В ГАЗОПЛАМЕННЫХ ПЕЧАХ ПРОКАТНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Математическая формулировка задачи сопряженного (внешнего и внутреннего) теплообмена в проходных печах является сложной и включает теплообмен между дымовыми газами, футеровкой печи и нагреваемым металлом, а также внутренний теплообмен в нагреваемых заготовках [1 – 4]. Рассмотрим процесс сопряженного теплообмена в проходных печах современной конструкции на примере нагревательной печи стана 320 РУП «БМЗ», технические характеристики которой приведена в работах [1, 2].

При математическом моделировании теплообмена выделим три основные части: тепловой режим печной среды, тепловой режим футеровки и тепловой режим металла.

Тепловой режим печной среды и футеровки. Теплообмен между дымовыми газами и тепловоспринимающими поверхностями (фу-

теровка и металл) описывается уравнением переноса энергии, которое в нестационарном случае имеет вид [5]

$$c_p^g \rho_g \frac{\partial T_g(\bar{r})}{\partial \tau} + \operatorname{div} \left(c_p^g \rho_g \bar{\theta} T_g(\bar{r}) - \lambda_g \operatorname{grad} T_g(\bar{r}) \right) = q_c(\bar{r}) - \operatorname{div} \bar{q}_r(\bar{r}),$$

где c_p^g , ρ_g , λ_g – соответственно теплоемкость (Дж/(кг·К)), плотность (кг/м³) и эффективный (с учетом турбулентных пульсаций) коэффициент теплопроводности (Вт/(м·К)) печной среды – дымовых газов; τ – время, ч.

Турбулентное поле движения смеси молекулярных газов (распределение скоростей газов) можно рассчитать на основе осредненных во времени уравнений Навье – Стокса [6] с использованием двухпараметрической k – ε -модели турбулентности [7]. Формально систему этих уравнений можно представить в виде обобщенного уравнения

$$\operatorname{div} \left[\rho_g \bar{\theta} F(\bar{r}) - \Gamma_F \operatorname{grad} F(\bar{r}) \right] = S_F(\bar{r}),$$

где $F(\bar{r}) = (\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z, k, \varepsilon, l)$ – обобщенная переменная; Γ_F – коэффициент диффузии величины F ; S_F – источник.

Объемная плотность радиационных источников теплоты $\operatorname{div} \bar{q}_r$ определяется из решения уравнения переноса излучения, которое при условии локального термодинамического равновесия имеет вид [8]

$$\bar{l} \nabla I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) + (\chi_\lambda + \sigma_\lambda) I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) = \chi_\lambda B_\lambda(T_g) + \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \int_{4\pi} p_\lambda(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}') I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}') d\Omega',$$

где $I_\lambda(\bar{r}, \bar{l})$ – спектральная интенсивность излучения в точке \bar{r} в направлении распространения \bar{l} , Вт/(м²·мкм·ср); λ – длина волны излучения, мкм; χ_λ и σ_λ – спектральные коэффициенты соответственно поглощения и рассеяния дымовых газов, м⁻¹;

$B_\lambda(T_g) = \frac{1,19106218 \cdot 10^8}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{14387,86}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$ – спектральная интенсивность излу-

чения черного тела, Вт/(м²·мкм·ср); $p_\lambda(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}')$ – спектральная индикатриса рассеяния излучения при его взаимодействии с элементарным объемом среды.

Тогда для определения дивергенции лучистых потоков в каждой точке топочной среды имеем следующее соотношение [6]:

$$\operatorname{div} \bar{q}_r = \int_0^\infty \chi_\lambda(\bar{r}) \left\{ 4\pi B_\lambda[T_g(\bar{r})] - \int_{4\pi} I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega \right\} d\lambda. \quad (1)$$

В высокотемпературных промышленных печах доля конвективного теплообмена составляет от 10 до 20% и основной вклад в формирование температурного поля вносит излучение. В связи с этим полное решение газодинамической задачи не является необходимым и конвективный теплообмен газового потока с тепловоспринимающими поверхностями может быть учтен в виде закона Ньютона:

$$q_k(\bar{r}) = \alpha_g [T_g(\bar{r}) - T_w(\bar{r})],$$

где α_g – коэффициент конвективного теплообмена между газом и тепловоспринимающими поверхностями печи, который можно определять согласно нормативному методу [9]:

$$\alpha_g = \begin{cases} 0,15\zeta \frac{\lambda_g}{D} \text{Pr}^{0,33} \text{Re}^{0,43}, & \text{Re} < 2000; \\ 0,023\zeta \frac{\lambda_g}{D} \text{Pr}^{0,4} \text{Re}^{0,8}, & \text{Re} > 2000; \end{cases} \quad \text{Re} = \frac{\vartheta_g D_e}{\eta}, \quad (2)$$

где ζ – поправочный коэффициент, зависящий от соотношения длины печи и ее эффективного диаметра D_e , который в рамках данной модели может быть вычислен следующим образом:

$$D_e = \sqrt{BH - \frac{al}{1 + s/a}},$$

где B , H – соответственно ширина и высота внутривспечного пространства; s – расстояние между заготовками; a , l – соответственно ширина горизонтальной грани и длина металлической заготовки; η – кинематическая вязкость дымовых газов.

Для определения температуры дымовых газов в i -й зоне печи предлагается несколько модифицированный подход, позволяющий учитывать температурную неоднородность в рассматриваемой зоне. Рассмотрим идеализированную печь, в которой осуществляется равномерная подача в объем горючей смеси и дымовых газов из других зон, а их удаление происходит одновременно в каждой точке объема. Тогда локальная температура в любой произвольно выбранной точке объема $T(\bar{r})$ является локальной температурой уходящих дымовых газов в этой точке. А при условии дальнейшего полного перемешивания, что в действительности происходит в выходном сечении, общая температура уходящих дымовых газов есть не что иное, как среднее значение локальных температур уходящих газов в объеме рассматриваемой зоны:

$$\bar{T}_R^i = \frac{1}{V} \iiint_V T_R^i(\bar{r}) dV.$$

Принимая, как и в зональном методе, хорошее перемешивание дымовых газов, введем в рассмотрение следующие величины:

$$q_k = Q_k / V = \frac{1}{V} \iint_S \alpha_g [T_g(\bar{r}) - T_w(\bar{r})] dS - \text{среднеобъемная плотность конвективных стоков теплоты на тепловоспринимающие поверхности, Вт/м}^3;$$

$R = G / V$ и $\delta R = \delta G / V$ – объемная плотность расхода соответственно дымовых газов и горючей смеси через рассматриваемую зону, кг/(м³·с);

$$R_{\text{ок}} = G_{\text{ок}} / V - \text{объемная плотность окалинообразования, кг/(м}^3 \cdot \text{с)}.$$

Для явного учета влияния излучения на поле температур перепишем выражение (1) для определения дивергенции лучистых потоков в виде

$$\operatorname{div} \bar{q}_r(\bar{r}) = 4\tilde{\chi} \sigma_0 T^4(\bar{r}) - \int_0^{\infty} \chi_{\lambda}(\bar{r}) \int_{4\pi} I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega d\lambda,$$

где $\tilde{\chi} = \pi \int_0^{\infty} \chi_{\lambda} B_{\lambda}(T) d\lambda / \sigma_0 T^4$ – среднеинтегральный коэффициент поглощения печной среды.

Для упрощения записи введем еще один параметр:

$$U = \int_0^{\infty} \chi_{\lambda}(\bar{r}) \int_{4\pi} I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega d\lambda.$$

С учетом вновь введенных величин уравнение сохранения для рассматриваемой зоны печи в некоторый момент времени можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left[c_p^g (R + \delta R) T_g - c_p^g R T_g^0 + q_k \right] dV = \\ & = \iiint_V \left[\delta R (c_p^g T_a - c_p^g T_r) + R_{\text{ок}} Q_{\text{экс}} + U - 4\tilde{\chi} \sigma_0 T_g^4(\bar{r}) \right] dV. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнения (3) получаем уравнение для определения локальных температур внутри рассматриваемой области печи в явном виде:

$$4\tilde{\chi} \sigma_0 T_g^4(\bar{r}) + c_p^g (R + \delta R) T_g(\bar{r}) = c_p^g R T_g^0 + \delta R (c_p^g T_a - c_p^g T_r) + R_{\text{ок}} Q_{\text{экс}} + U - q_k.$$

Это уравнение является существенно нелинейным для каждого момента времени нагрева заготовки (координаты печи $x = \vartheta_{\text{мет}} \tau$), поскольку $\tilde{\chi}$, q_k и U существенно зависят от температуры среды и тепловоспринимающей поверхности. При этом следует помнить, что ограждающие конструкции печи в каждый момент находятся

в стационарных условиях и для определения их внутренних и наружных температур можно воспользоваться условием равенства тепловых потоков: полный поток q_w , падающий на стенку в определенной точке со стороны печи, равен полному потоку q_w^H , отводимому с противоположной стороны печи в окружающее пространство. Тогда для определения температуры в каждой точке стенки $T_w(P)$ и $T_w'(P')$ можно использовать следующую систему уравнений:

$$q_w = \frac{T_w - T_w^H}{R} = \alpha_n(T_w^H - T_o) + \epsilon_n \sigma_0 \left((T_w^H)^4 - T_o^4 \right),$$

где для расчета коэффициента теплоотдачи можно воспользоваться следующим соотношением:

$$\alpha_n \approx 1,83(T_w^H - T_o).$$

Здесь T_o – температура окружающего пространства; ϵ_n – степень черноты наружной поверхности стенок печи.

Тепловой режим стальной заготовки. Математическая модель для определения нестационарных температурных полей в некотором теле базируется на решении нестационарного уравнения теплопроводности, которое при отсутствии внутренних источников теплоты имеет вид [3]

$$c_p^m(T_m) \rho_m(T_m) \frac{\partial T_m(\bar{r}, \tau)}{\partial \tau} = \nabla[\lambda_m(T_m) \nabla T_m(\bar{r}, \tau)], \quad (4)$$

где $\bar{r} = (x, y, z)$ – текущая координата.

Для однозначного решения уравнения (4), т.е. определения температурного поля в теле, необходимо задать начальные и граничные условия.

Начальное условие

$$T_{\text{мст}}(\bar{r}, 0) = T_{\text{мст}0} = \text{const}. \quad (5)$$

Граничные условия к уравнению (4) должны учитывать особенности теплоотдачи и величину теплового потока на поверхности рассматриваемого тела:

$$q_s(\bar{r}, \tau) = -\lambda_m(T) \frac{\partial T_m(\bar{r}, \tau)}{\partial \bar{n}} \Big|_{\bar{r} \in B} = \alpha_g (T_g - T_m(\bar{r}, \tau)) + q_{\text{res}}(\bar{r}), \quad (6)$$

где \bar{n} – внешняя нормаль к границе тела B ; α_g – коэффициент теплообмена тела с печной средой (2); T_g – температура печной среды, контактирующей с рассматриваемым телом; $q_{\text{res}}(\bar{r})$ – плотность

результатирующего радиационного потока на поверхность тела (знак « - » указывает на то, что внешние нормали к поверхности излучающей среды и материала противоположны).

Таким образом, зная теплофизические свойства материала тела, его геометрические размеры и распределение температур в начальный момент времени (5), а также граничные условия (6), можно для каждого момента времени процесса нагрева рассчитать распределение температур $T_m(\vec{r}, \tau)$ во всех точках интересующего тела согласно уравнению теплопроводности (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Стальной слиток: в 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский [и др.]; под общ. ред В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Мн.: Бел. наука, 2001. 879 с.

2. Тимошпольский, В.И. Теплотехнологические основы металлургических процессов и агрегатов высшего технического уровня / В.И. Тимошпольский. Мн.: Навука і тэхніка, 1995. 256 с.

3. Разработка физико-математической модели радиационного теплопереноса в печах с учетом геометрии стальных заготовок. Сообщение 1. Теоретические основы и методы решения физико-математической модели / В.И. Тимошпольский [и др.] // Литье и металлургия. 2004. № 4. С. 23 – 30.

4. Разработка физико-математической модели радиационного теплопереноса в печах с учетом геометрии стальных заготовок. Сообщение 2. Расчет спектрального коэффициента поглощения печной среды / В.И. Тимошпольский [и др.] // Литье и металлургия. 2004. № 4. С. 31 – 34.

5. Kissel, R. // Heurtey bul. inform. 1978. № 69. P. 15 – 20.

6. Ключников, А.Д. Теплотехническая оптимизация топливных печей / А.Д. Ключников. М.: Энергия, 1974. 344 с.

7. Тринг, М. Наука о пламенах и печах / М. Тринг; пер. с англ. В.В. Мурзакова. М.: Металлургиздат, 1958. 482 с.

8. Винтовкин, А.А. Горелочные устройства промышленных печей и топок (конструкции и технические характеристики): справочник / А.А. Винтовкин, М.Г. Ладыгичев, Т.В. Калинова. М.: Интермет Инжиниринг, 1999. 560 с.

9. Андрианов, В.Н. Основы радиационного и сложного теплообмена / В.Н. Андрианов. М.: Энергия, 1972. 231 с.

УДК 669.187

В.А. МАТОЧКИН, канд. техн. наук, Д. Н. АНДРИАНОВ, канд. техн. наук,
В.Н. ПРОХОРЕНКО, А.А. КОЗЛОВ, С.А. ЛАШКЕВИЧ (РУП «БМЗ»)

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ГРАФИТИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

В связи с ростом выплавки стали в дуговых сталеплавильных печах (ДСП) проблема качества графитированных электродов приобретает важное значение, особенно вследствие распространения дуговых печей постоянного тока. Значительное снижение