



Министерство образования
Республики Беларусь

**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра «Конструирование и производство приборов»

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Лабораторный практикум

Минск
БНТУ
2013

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Конструирование и производство приборов»

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Лабораторный практикум
для студентов специальности
1-52 02 01 «Технология и оборудование
ювелирного производства»

Минск
БНТУ
2013

УДК 548/549(076.5)(075.8)
ББК 22.37я7
К82

С о с т а в и т е л и:

М. Г. Киселев, А. В. Дроздов

Р е ц е н з е н т ы:

Г. Д. Стрельцова, ведущий научный сотрудник отдела геологии и минерагении платформенного чехла Республиканского унитарного предприятия «Белорусский научно-исследовательский геолого-разведочный институт», кандидат геолого-минералогических наук;
Г. Ф. Ловшенко, проректор по учебной, воспитательной, аналитической и информационной работе Белорусского национального технического университета, доктор технических наук, профессор

К82 **Кристаллография** и минералогия : лабораторный практикум для студентов специальности 1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства» / сост. : М. Г. Киселев, А. В. Дроздов. – Минск : БНТУ, 2013. – 129 с. ISBN 978-985-525-756-2.

Лабораторный практикум предназначен для изучения дисциплины «Кристаллография и минералогия» студентами специальности 1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства».

В практикуме содержится семь лабораторных работ, включающих в себя цель работы, инструменты и принадлежности, используемые при ее выполнении, краткое изложение теории, порядок выполнения работы, вопросы для самопроверки и список литературы.

Логически продуманная последовательность изложения материала, доступность теоретического описания изучаемых положений, изложение порядка выполнения практической части в каждой лабораторной работе повышает вероятность правильного выполнения студентом всех работ. Поэтому данный лабораторный практикум может быть полезен также студентам других специальностей машино- и приборостроительного направления при изучении ими кристаллографии и минералогии.

УДК 548/549(076.5)(075.8)
ББК 22.37я7

ISBN 978-985-525-756-2

© Белорусский национальный
технический университет, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.	4
Лабораторная работа № 1 ГОНИОМЕТРИЯ И ПРОЕКЦИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ. ЗАКОН ПОСТОЯНСТВА ГРАННЫХ УГЛОВ.	5
Лабораторная работа № 2 РЕШЕНИЕ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА СЕТКЕ ВУЛЬФА.	16
Лабораторная работа № 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИММЕТРИИ НА МОДЕЛЯХ КРИСТАЛЛОВ.	25
Лабораторная работа № 4 КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ СИМВОЛЫ ПЛОСКОСТЕЙ.	40
Лабораторная работа № 5 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ГРУППЫ.	52
Лабораторная работа № 6 ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТРУКТУРНЫХ ТИПОВ.	77
Лабораторная работа № 7 ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МИНЕРАЛОВ.	96

Введение

Развитие отечественного приборостроения, базирующееся на внедрении новых технологий, совершенствовании производства приборов и повышении эффективности их применения, предполагает подготовку высококвалифицированных инженерных и научных кадров, которые должны владеть необходимым комплексом знаний для решения технологических проблем, возникающих на всех этапах создания приборов, средств автоматизации и систем управления.

Учебная дисциплина «Кристаллография и минералогия» играет важную роль и является неотъемлемой частью инженерной подготовки специалиста в области технологии и оборудования ювелирного производства. Она объединяет фундаментальные геологические дисциплины, изучающие трехуровневую организацию вещества (кристалл – природное химическое соединение – минеральная парагенетическая ассоциация), слагающего земную кору. Вместе с тем кристаллография и минералогия имеют важное прикладное значение, причем не только как разделы геологии, главной целью которой в конечном итоге является обнаружение месторождений полезных ископаемых, но и как самостоятельные науки, объекты изучения которых – кристаллы и минералы – широко применяются в разных областях промышленного производства.

Цель преподавания дисциплины «Кристаллография и минералогия» состоит в том, чтобы ознакомить студентов с закономерностями строения кристаллического вещества, структурой, формой и симметрией кристаллов, типами кристаллических решеток, методами определения структуры и описания кристаллических многогранников, физико-механическими свойствами и их зависимостью от особенностей строения кристаллов, ростом кристаллов, их классификацией и направлениями возможного промышленного использования.

Несмотря на наличие учебной литературы, теоретически освещающей вопросы образования и строения кристаллических веществ, при изучении дисциплины «Кристаллография и минералогия» специальности 1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства» возникает необходимость закрепить полученные знания путем проведения лабораторных занятий. Поэтому целью лабораторного практикума является улучшение условий подготовки студентов к проведению лабораторных занятий, а также повышение вероятности успешного усвоения ими полученных в теоретическом курсе знаний.

Лабораторная работа № 1

ГОНИОМЕТРИЯ И ПРОЕКЦИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ. ЗАКОН ПОСТОЯНСТВА ГРАННЫХ УГЛОВ

Цель работы. Изучить особенности роста кристаллических многогранников. Ознакомиться с основными методами измерения углов между гранями и ребрами кристаллов. Изучить основные методы изображения кристаллов на плоскости с точным соблюдением закономерностей, вытекающих из внутреннего строения данного вещества. На основе измерений угловых параметров модели кристаллического многогранника составить таблицу граничных углов.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Модель кристаллического многогранника.
2. Угломер ЗУРИ с точностью измерения 1° .

При росте кристалла из расплава или раствора структурные единицы укладываются в параллельные слои, и грани растут параллельно самим себе. Т. к. скорость перемещения граней в сторону маточной среды различна (зависит от их ретикулярной плотности), в процессе роста изменяются их относительный размер, очертания и число, т. е. изменяется **габитус** – внешний вид кристалла. Однако параллельное перемещение граней приводит к тому, что независимо от габитуса пространственные двугранные углы между любыми двумя гранями остаются неизменными. Первый из основных законов кристаллографии гласит: **во всех кристаллах вещества данного состава и строения углы между соответствующими гранями при данных условиях постоянны.**

Закон постоянства граничных углов позволяет опознавать кристаллы вещества независимо от их внешнего вида, определяемого условиями образования. Поэтому и в настоящее время важнейшее практическое значение сохраняют гониометрия (измерение углов между гранями и ребрами кристаллов) и проекция (методы изображения кристаллов на плоскости с точным соблюдением закономерностей, вытекающих из внутреннего строения данного вещества).

Понятие о гониометрии кристаллов

Первые измерения граничных углов кристаллов принадлежали М.В. Ломоносову (1749 г.). Первый широко известный кристаллографический гониометр предложил Каранжо (XVIII в.). Этот прибор был прикладным (рис. 1.1), т. е. представлял собой сочетание транспортира и подвижной линейки, прикладываемых к измеряемому кристаллу. Недостатком этого прибора была не только малая точность, но и необходимость иметь для измерений достаточно крупные кристаллы с хорошо оформленными гранями и ребрами. Для многих веществ, особенно тугоплавких, это трудновыполнимо.

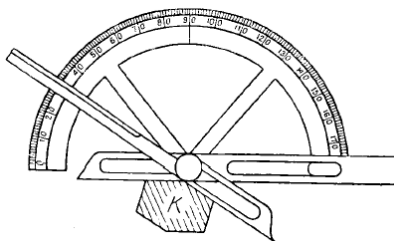


Рис. 1.1. Схема измерения кристалла прикладным гониометром Каранжо

В настоящее время в гониометрии кристаллов используются отражательные гониометры, где роль линейки исполняет световой луч, отражаемый плоскими гранями кристалла. В отражательном однокружном гониометре Г.В. Волластона, предложенном в 1805 г. (рис. 1.2), измеряемый кристалл K устанавливается в середине лимба так, чтобы одно из ребер совпало с осью O вращения лимба. Отсчет по нониусу N берется в тот момент, когда луч света от источника S , отразившись от грани кристалла 1 , попадает в центр поля зрения зрительной трубки AB . Затем та же операция проделывается для грани 2 . Разность отсчета по лимбу для двух граней, образующих угол $1-0-2$, равна углу между нормальными к этим граням.

Однокружный гониометр без изменения установки кристалла позволяет производить измерения лишь для одного его пояса, т. е. для совокупности граней, пересекающихся по параллельным ребрам (ось пояса вертикальна и при установке кристалла на гониометр совпадает с осью O).

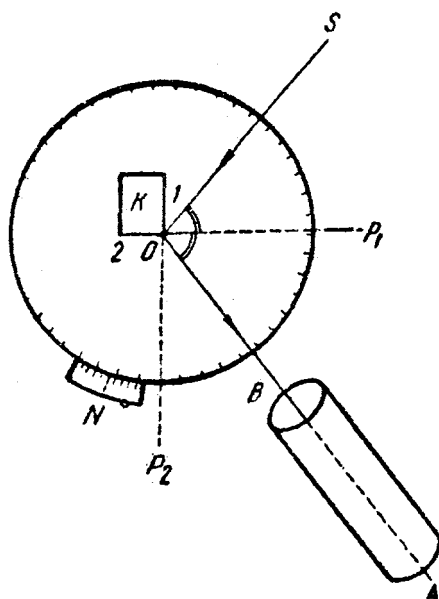


Рис 1.2. Схема измерения гранного угла кристалла однокружным отражательным гониометром

Двукружный отражательный гониометр построен по принципу теодолита, т. е. снабжен двумя лимбами, имеющими взаимно перпендикулярные оси вращения – вертикальную и горизонтальную, и впервые был применен Е.С. Федоровым. Такой прибор лишен недостатков однокружного и позволяет без переклеивания кристалла измерить все гранные углы одной его половины. Этого в большинстве случаев оказывается достаточно, т. к. кристаллы, не имеющие хотя бы одной плоскости симметрии, встречаются редко.

Гониометр Федорова (рис. 1.3) кроме двух лимбов и соответствующего комплекта угломерных устройств (нониусов с отсчетными трубками) имеет еще одно важное усовершенствование – предметный столик с установочными винтами, позволяющий наклонять кристалл в двух плоскостях при довольно широком диапазоне углов наклона, что избавляет кристаллографа от необходимости устанавливать кристалл вручную.

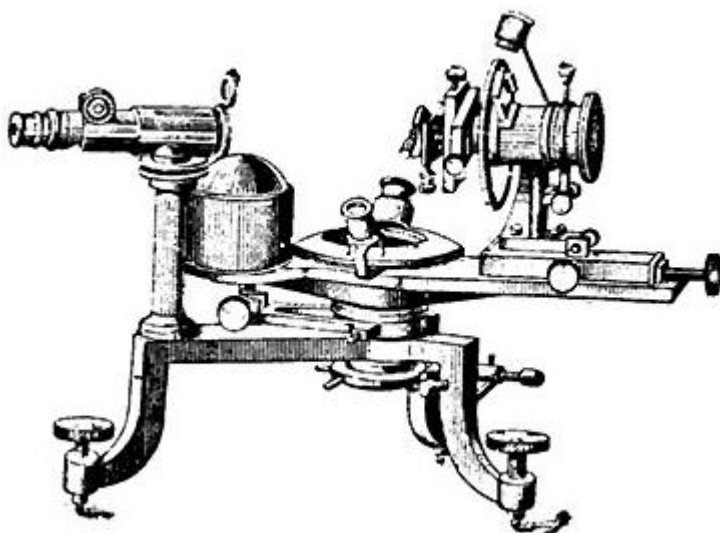


Рис. 1.3. Двукружный (теодолитный) отражательный гониометр

Понятие о проекции

Результатом работы над кристаллом с помощью теодолитного гониометра является таблица граничных углов, измеренных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях – долгот φ (по вертикальному лимбу) и широт ρ , или полярных расстояний (по лимбу горизонтальному). Обработку этих данных, т. е. изображение на плоскости кристалла не в его натуральном виде, а в той форме, какую он должен был бы иметь при идеальных условиях выращивания, можно производить двумя путями:

а) **графически**, т. е. с помощью тригонометрии обработать результаты измерения и затем выполнить на плоскости точное изображение «идеального» вида кристалла в аксонометрии, планиметрии или перспективе. Этот путь весьма точен и нагляден, но длителен, требует большого труда и очень высокой квалификации.

б) **проективно**, т. е. заменить вычисления и построения механическими операциями и непосредственными отсчетами. При этом изображается не сам кристалл, а его наиболее существенный аспект – углы между его гранями и ребрами.

Кристаллографическая проекция должна удовлетворять следующим основным требованиям:

- быть достаточно точной (на практике – до 30 угловых минут);
- быть связанной с изображаемым кристаллом строго определенной зависимостью, позволяющей также обратный переход (от чертежа к наглядному изображению графическим методом);
- наглядно выявлять элементы, существенные для кристаллографической характеристики данного вещества (например, симметрию);
- суммировать результаты наблюдений над целым рядом кристаллов данного вещества (т. е. удовлетворять закону постоянства углов).

Всем этим требованиям удовлетворяет наиболее широко применяемая в кристаллографии и рентгенографии **стереографическая проекция**.

Этапы построения стереографической проекции

Операции, необходимые для построения стереографической проекции, производятся частично при работе с гониометром, частично при обработке полученных на нем данных:

1 В основе стереографического метода лежит тот факт, что размеры и взаимное отстояние граней и ребер кристалла или их расстояния от какой-либо одной точки, взятой внутри многогранника, не есть существенные его признаки. Существенным является взаимный наклон линейных и плоских элементов, составляющих кристалл. Поэтому для удобства изучения все эти элементы мысленно переносят в одну и ту же точку пространства параллельно самим себе, и эту совокупность граней и ребер называют **кристаллическим пучком**, а точку переноса O – **центром пучка** (рис. 1.4). Перенос осуществляется мысленным восстановлением к каждой грани нормалей, пересекающихся в одной точке O внутри кристалла; на практике эта операция проводится в ходе измерений на гониометре (на рис. 1.2, например, такой нормалью для грани 1 является линия OP_1 – биссектриса угла между падающим лучом источника S и лучом зрения трубки AB).

2. Взяв точку O за центр, проводим вокруг нее сферу проекций произвольного радиуса (обычно 20 см). Пересечение нормалей к граням со сферой проекций дает точки, называемые **полюсами** соответствующих граней (на рис. 1.4 обозначены малыми латинскими буквами с индексом 1).

3. Полюсы граней с учетом взаимных угловых расстояний представляют собой сферическую проекцию кристалла, т. е. его не прямое проективное изображение на поверхностях сферы. Для перевода этого изображения на плоскость берем одну из точек сферы S (обычно это один из полюсов граней) за точку зрения и проводим через точку O плоскость проекции Q (она перпендикулярна плоскости рис. 1.4, a и имеет здесь вид прямой). Соединив мысленно точку зрения с полюсами граней посредством лучей зрения (линии Sb_1, Sc_1, Sa_1 и т. д.), получаем на плоскости Q точки a, b, c, d пересечения лучей с упомянутой плоскостью, совокупность которых для всех граней кристалла и является его стереографической проекцией (рис. 1.4, b).

Примечание. Стереографическая проекция представляет собой совокупность точек, заключенных внутри круга проекции, образованного пересечением плоскости проекций со сферой проекции. Если проектируемая грань оказывается на видимой половине кристалла (обращенной в сторону точки зрения S), ее проекция оказывается вне круга проекции (грань B и ее проекция b' на рис. 1.4, a). Во избежание этого для граней, расположенных подобно B , точкой зрения считается противоположащий точке S конец диаметра сферы – точка N ; проекция видимой грани B обозначается не точкой, а крестиком (рис. 1.4, b).

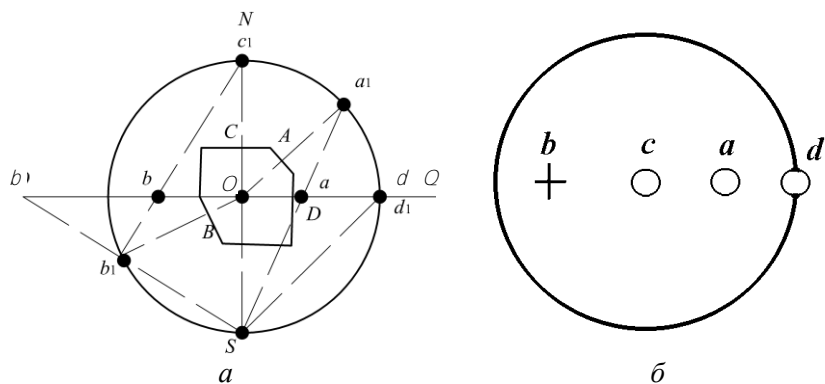


Рис. 1.4. Этапы построения стереографической проекции кристалла: a – построение; b – проекция

Пример. На рис. 1.5 изображено построение стереографической проекции сложного кристаллического многогранника с 26 гранями.

Точкой зрения является точка $\bar{h}(001)$. При разборе проекции следует учесть, что проекции граней кристалла, расположенных на одной линии, параллельной основному лучу зрения, сливаются в одну точку, поэтому, например, восемь малых граней, срезающих вершины куба, проектируются лишь в четыре точки, обозначенные $\{111\}$.

Одним из основных свойств стереографической проекции является то, что окружность, проведенная на сфере проекций, проектируется на плоскость также кругом. Такими кругами на рис. 1.5 являются дуги окружностей, соединяющие проекции граней одного пояса. Их существование обусловлено тем, что нормали ко всем граням одного пояса лежат в одной плоскости, проходящей через центр сферы проекций. Эти плоскости изображены в виде окружностей на проекции кристалла.

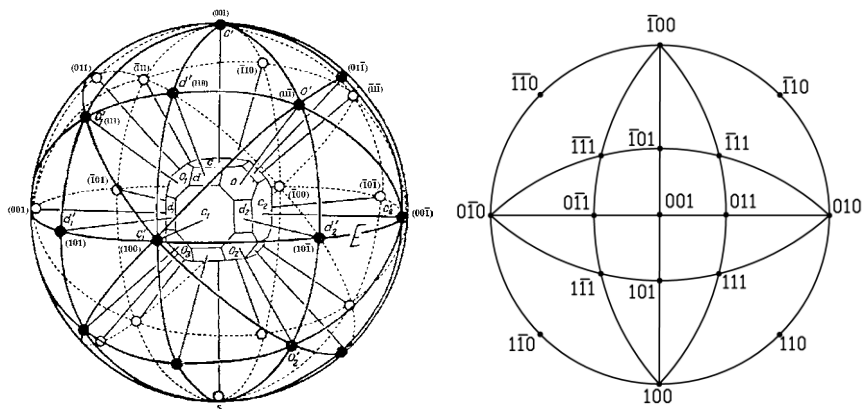


Рис. 1.5. Построение стереографической проекции сложного кристаллического многогранника

Стереографические сетки

На рис. 1.4 и 1.5 показан общий принцип построения стереографической проекции кристаллического многогранника. Для точного построения необходимо иметь угломерный инструмент, позволяющий производить необходимые отсчеты углов и обходиться без помощи циркуля и линейки. Таким инструментом являются стереографические сетки.

Сетка представляет собой стереографическую проекцию на плоскость небесного глобуса, который отличается от географического тем, что, кроме вращения вокруг полярного диаметра, проходящего через полюсы, имеет еще и вращение вокруг диаметра, проходящего через экватор и центр шара. Эти два направления вращения соответствуют двум направлениям возможного поворота кристалла, закрепленного в теодолитном гониометре.

Положение полюса грани кристалла задается на стереографической сетке координатами (рис. 1.6):

- **долготой φ** , отсчитываемой от произвольно выбранного нулевого меридиана и по смыслу соответствующей географической долготы;
- **полярным расстоянием ρ** , которое отличается от географической широты тем, что отсчитывается не от экватора, а от северного полюса глобуса и непрерывно до полюса южного, т. е. от 0 до 180° .

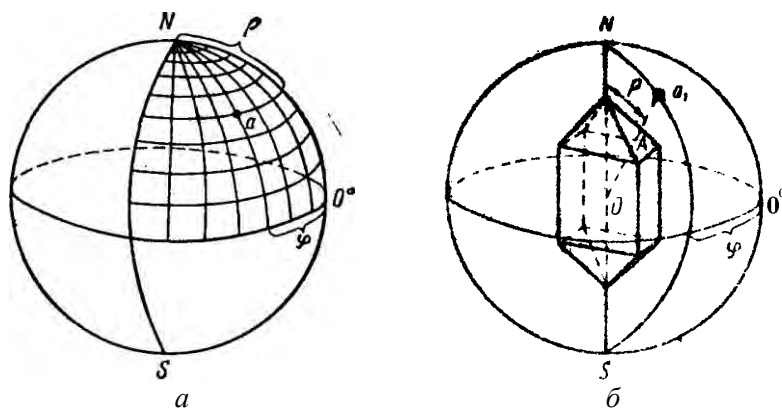


Рис. 1.6. Принцип отсчета угловых координат точек и проекций граней на поверхности небесного глобуса

Нанесение на сетку точек, сферические координаты которых известны, наиболее просто произошло бы с помощью **полярной сетки** (рис. 1.7), при построении которой за точку зрения берется южный полюс небесного глобуса. Однако на этой сетке невозможно производить никакие другие операции, кроме названной выше (например, нельзя измерять углы между гранями). Поэтому в качестве стандартной сетки при стереографических построениях приме-

ня-ется экваториальная стереографическая сетка **Вульфа**, представляющая собой проекцию небесного глобуса диаметром 20 см при выборе в качестве точки зрения одной из точек экватора и при угловом расстоянии между меридианами и параллелями, равном двум градусам (рис. 1.8).

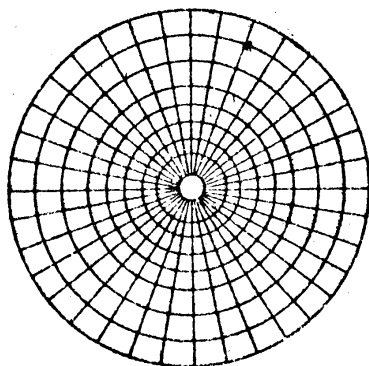


Рис. 1.7. Полярная стереографическая сетка

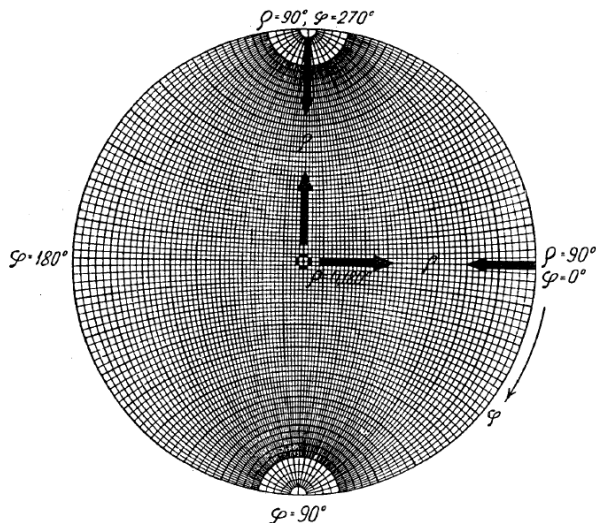


Рис. 1.8. Сетка Вульфа

Вращение небесного глобуса вокруг диаметра, проходящего через полюсы, не нуждается в изображении на сетке Вульфа, т. к. при

таким вращением изображение глобуса не изменяется. Вращение же вокруг горизонтального диаметра заменяется поворотом кальки, наложенной на сетку, вокруг ее геометрического центра.

Сетка Г.В. Вульфа, предложенная им в 1897 г., обеспечивает решение всех основных задач, связанных со стереографическим проектированием кристаллов.

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Получить у инженера или преподавателя модель кристаллического многогранника и ознакомиться с его формой.
2. Простым карандашом аккуратно обозначить цифрами все его грани.
3. Выполнить аксонометрическую и ортогональную проекции модели кристаллического многогранника. Примерный вид представлен на рис. 1.9.

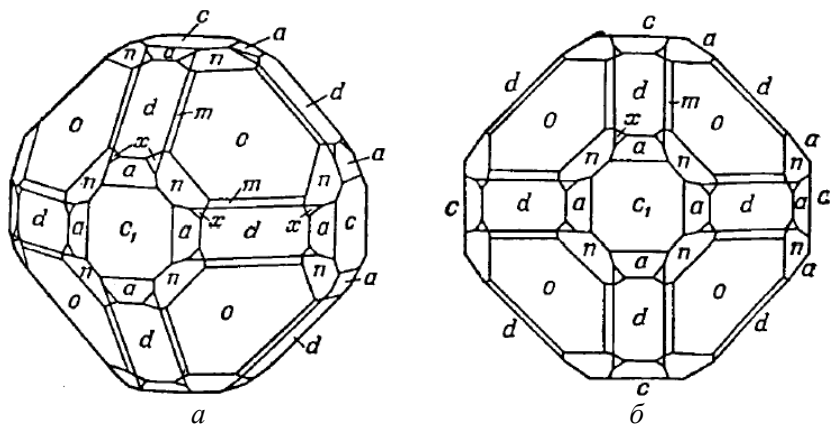


Рис. 1.9. Проекция кристалла флюорита – CaF_2 :
a – аксонометрическая проекция; *b* – ортогональная проекция

4. Произвести измерение наклона каждой грани модели кристаллического многогранника относительно каждой прилегающей к ней грани. После этого выполнить ориентировку модели в пространстве, выбрав направление, которое будет служить точкой зрения для последующего проектирования многогранника на сферу проекций.

5. Составить таблицу граничных углов для смежных граней модели кристалла. Таблица должна иметь следующий вид:

Номер грани 1	Номер грани 2	Угол между гранями, °

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- краткие сведения о методах измерения углов между гранями и ребрами кристаллов;
- краткие сведения об основных методах изображения кристаллов на плоскости;
- рисунки аксонометрической и ортогональной проекций выданной модели кристаллического многогранника;
- таблицу граничных углов.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Что такое габитус кристалла?
2. Сформулируйте закон постоянства граничных углов.
3. Какой принцип работы отражательного гониометра? Какие углы он измеряет?
4. В чем преимущество использования гониометра Федорова?
5. Как производится построение стереографической проекции?
6. Какими координатами задается на стереографической сетке положение полюса грани кристалла?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.
2. Буланов, В. А. Решение кристаллографических задач с помощью стереографических проекций : учебное пособие / В. А. Буланов, М. А. Юденко. – Иркутск : Иркутский гос. ун-т, 2006. – 175 с.

Лабораторная работа № 2

РЕШЕНИЕ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА СЕТКЕ ВУЛЬФА

Цель работы. Ознакомиться с методикой работы на сетке Вульфа. Овладеть навыками построения стереографических направлений, заданных сферическим координатами. Изучить методику определения углов между направлениями, заданными на сетке Вульфа. На основе проведенных в лабораторной работе № 1 измерений углов между гранями модели кристаллического многогранника выполнить его стереографическую и гномостереографическую проекции.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Модель кристаллического многогранника.
2. Таблица граничных углов.
3. Сетка Вульфа.
4. Калька.
5. Набор заданий для отработки навыков использования сетки Вульфа.

Подготовка сетки к работе

При решении задач сетка Вульфа сохраняет постоянное положение – экватор ее располагается горизонтально. Построения производятся не на сетке, а на наложенной на нее кальке. Чтобы иметь возможность всегда приводить кальку в одно и то же исходное положение относительно сетки, на кальке отмечают центр сетки точкой с четырьмя черточками в виде креста, не достигающими до самой точки. Кроме того, у правого конца горизонтального диаметра (экватора) сетки ставится небольшая черточка, проведенная вне круга проекций (рис. 2.1).

Черточка справа служит нулевой точкой для долгот $\varphi = 0$, а центр сетки – нулевой точкой для полярных расстояний $\rho = 0$.

Первая сферическая координата – долгота φ – отсчитывается по кругу проекций от нулевого индекса по часовой стрелке (каждое деление соответствует двум градусам). Полярное расстояние отсчитывается от центра сетки наружу.

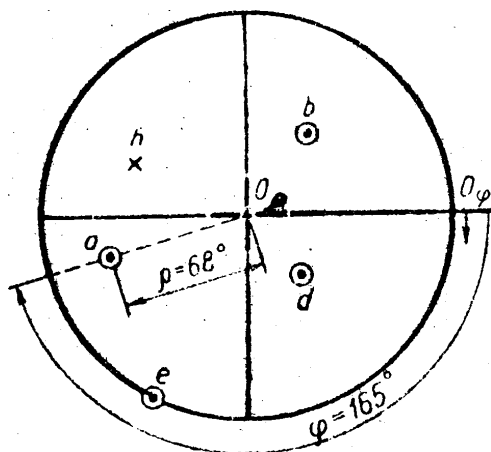


Рис. 2.1. Построение стереографических проекций направлений, заданных сферическими координатами φ и ρ (задача 1)

Примечание. Для точек нижней полусферы полярное расстояние ρ превышает 90° . Такие ρ отсчитываются от центра до круга проекций и далее назад от круга проекций к центру сетки. Получающиеся проекции отмечаются крестиками, тогда как проекции точек верхней полусферы – обведенными точками.

Производя построения с помощью сетки Вульфа, всегда необходимо помнить, что изображенные на ней меридианы и параллели служат лишь вспомогательными линиями. Истинный полюс сетки находится в ее центре, истинный экватор совпадает с кругом проекций, а из истинных меридианов изображены только два – вертикальный и горизонтальный диаметры. Таким образом, истинные координаты для сетки Вульфа – полярные.

Задача 1

Построить стереографические проекции направлений, заданных сферическими координатами φ и ρ : $b(309^\circ, 55^\circ)$, $d(51^\circ, 37^\circ)$, $e(122^\circ, 90^\circ)$, $h(205^\circ, 124^\circ)$.

Пример 1. Направление a задано координатами $\varphi = 165^\circ$ и $\rho = 68^\circ$. Требуется найти стереографическую проекцию этого направления.

Последовательность решения задачи:

1. От нулевого индекса для φ по кругу проекций (по часовой стрелке) отсчитываем 165° и отмечаем результат на внешнем круге вспомогательной точкой (см. рис. 2.1).

2. Вращая кальку так, чтобы ее центр совпал с центром сетки, совмещаем найденную вспомогательную точку с концом ближайшего (в данном случае – горизонтального) диаметра сетки.

3. По этому диаметру от центра сетки в сторону вспомогательной точки отсчитываем вторую координату – ρ (68°) – и отмечаем найденную точку a .

4. Возвращаем кальку в исходное положение, полученная точка является стереографической проекцией направления a .

Задача 2 (обратная задаче 1)

Определить сферические координаты произвольно выбранного направления K , заданного стереографической проекцией.

Решение производится в обратном порядке, т. е.:

1. Вращением кальки (без сдвига с центра) приводим заданную точку на ближайший диаметр сетки. По этому диаметру от центра сетки до заданной точки отсчитываем координату ρ и отмечаем вспомогательной точкой ρ_K на круге проекций тот конец упомянутого диаметра, в направлении которого лежит заданная точка.

2. Приводим кальку в исходное положение и по кругу проекций отсчитываем координату φ от нулевого индекса (по часовой стрелке) до вспомогательной точки.

Задача 3

Провести дуги больших кругов ($a-b$, $b-d$ и $a-d$) через заданные стереографические проекции двух направлений.

Направления $a-b$, $b-d$ и $a-d$ – из задачи 1.

Порядок выполнения задачи:

1. Вращением кальки, по возможности не смещая центральной ее точки с центра сетки, добиваемся того, чтобы обе заданные точки a и b оказались на одной из вспомогательных меридиональных дуг сетки Вульфа.

2. Найденную дугу обводим карандашом (при этом концы дуги должны пройти через полюсы сетки) и возвращаем кальку в исходное положение.

Если заданные точки изображают стереографические проекции ребер кристаллического многогранника, найденная дуга большого круга является стереографической проекцией грани, в плоскости которой лежат названные ребра.

Задача 4

Измерить углы между двумя направлениями a и b , b и d , a и d , заданными их стереографическими проекциями.

Пример определения угла между направлениями a и b :

1. Как и при решении задачи 3, вращением кальки выводим точки a и b на одну из меридиональных дуг сетки.

2. Отсчитываем по этой дуге количество градусов, заключенных между точками a и b (рис. 2.2). Получаем угол $ab = 113^\circ$.

Если заданные точки являются стереографическими проекциями ребер, измеренный угол есть угол при вершине между этими ребрами.

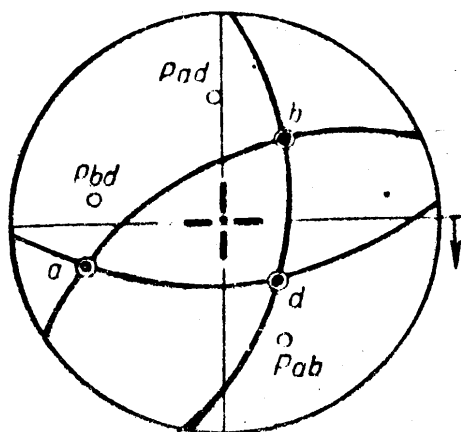


Рис. 2.2. Нахождение полюсов дуг больших кругов, заданных на стереографической проекции

Задача 5

Найти полюс для большого круга, заданного на стереографической проекции. Полюс дуги есть точка, равноотстоящая от всех точек дуги на 90° .

Пример нахождения полюса дуги $a-b$:

1. Вращением кальки совмещаем заданную дугу с соответствующей меридиональной дугой сетки Вульфа, а концы заданной дуги – с северным и южным полюсами сетки.

2. Отсчитываем по горизонтальному диаметру сетки от точки пересечений заданной дуги с этим диаметром по направлению к центру сетки (и перейдя за него) угол 90° и отмечаем кружком найденную точку.

3. Возвращаем кальку в исходное положение и подписываем точку P_{ab} (см. рис. 2.2).

Если заданная дуга представляет собой стереографическую проекцию грани, найденный полюс дуги является стереографической проекцией направления, перпендикулярного к этой грани.

Выполняя лабораторную работу предлагается самостоятельно определить сферические координаты точки P_{ab} .

Задача 6 (обратная задаче 5)

По заданному (произвольно выбранному) полюсу найти отвечающую ему дугу большого круга.

Порядок выполнения:

1. Вращением кальки приводим заданный полюс на горизонтальный диаметр (экватор) сетки;

2. Отсчитываем по горизонтальному диаметру в направлении центра сетки угол в 90° (переходя за центр) и обводим проходящую здесь меридиональную дугу. Она и будет искомой.

Задача 7

Измерить угол между двумя дугами больших кругов.

Порядок выполнения задачи:

1. Если требуется измерить угол между дугами $a-b$, $a-d$, $b-d$, вращением кальки совмещаем точку пересечения дуг a (вершину измеряемого угла) с горизонтальным диаметром сетки.

2. Приняв эту вершину за полюс, проводим отвечающую ему экваториальную дугу (согласно решению задачи 6).

3. Количество градусов, заключенное в этой дуге между точками пересечения с нею двух заданных дуг, и является величиной искомого угла.

Если заданные дуги больших кругов являются стереографическими проекциями граней, измеренный угол представляет собой угол между гранями.

Пример 2. Построить гномостереографическую проекцию кристалла (рис. 2.3) по углам между нормальными к граням (именно такие углы, как известно, измеряются на однокружном отражательном гониометре. Они же легко находятся и посредством прикладного гониометра).

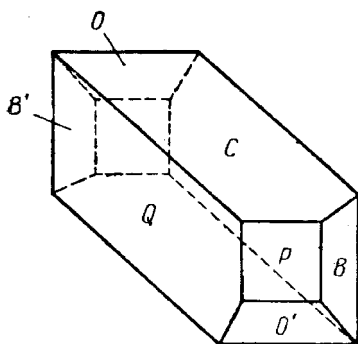


Рис. 2.3. Форма многоугольника к примеру 2

Решение.

Для проектирования данного кристалла придаем ему такую пространственную ориентировку, при которой грани B , P , Q и B' станут вертикальными и изобразятся на внешнем круге проекций. Проекцию одной из этих граней, например грани B , совместим с нулевым индексом для φ .

В соответствии с рисунком кристалла отсчитываем по часовой стрелке углы между нормальными к граням $B : P = 42^\circ$, $P : Q = 54^\circ$ и $B : B' = 180^\circ$. Найденные на внешнем круге точки и будут проекциями этих вертикальных граней.

Далее по углам $B : C = 83^\circ$ и $P : C = 72^\circ$ находим точку C . Для этого приводим сперва точку B в один из полюсов сетки Вульфа, отсчитываем по кругу проекций в любую сторону 83° и прочерчиваем соответствующую параллель сетки. Затем совмещаем с полюсом сетки точку P , отсчитываем 72° и снова прочерчиваем параллель сетки. На пересечении двух полученных параллелей и находится проекция грани C .

Для нахождения проекции грани O совмещаем точку B' с одним из изображенных полюсов сетки, отсчитываем 58° и рисуем параллель. Далее принимаем за стереографический центр точку C и строим малый круг радиусом в 54° . Этот круг пересекает параллель, вычерченную вокруг B' , в двух точках. Принимаем за проекцию грани O ту из них, которая отвечает расположению грани на рисунке.

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Получить у инженера или преподавателя сетку Вульфа, а также кальку для работы с ней.
2. Получить у инженера или преподавателя лист с заданиями для отработки навыков использования сетки Вульфа, на котором будут изображены стереографические проекции направлений.
3. Из листа с заданиями выполнить задачи 2–7 для каждой пары направлений. Результаты работы представить преподавателю для проверки.
4. При успешном выполнении п. 3, с разрешения преподавателя, пользуясь таблицей граничных углов, полученной при выполнении лабораторной работы № 1, а также сеткой Вульфа, нанести на кальку гномостереографические проекции каждой грани модели кристаллического многогранника. Построение граней кристалла по сферическим координатам φ и ρ рассмотрено в задаче 1.
5. В отчете о лабораторной работе представить внешний вид модели кристалла и его гномостереограмму. Примерная форма представления приведена на рис. 2.4.

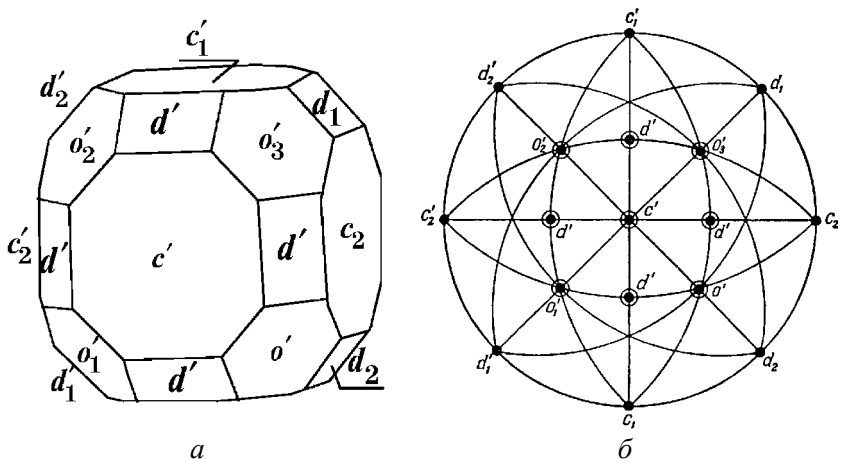


Рис. 2.4. Аксонометрическая проекция модели кристалла (а) и его гномостереографическая проекция (б)

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- краткие сведения о методике решения кристаллографических задач на сетке Вульфа;
- результаты проведенных по листу с заданиями измерений и построений;
- таблицу граничных углов;
- рисунки аксонометрической и гномостереографической проекций выданной модели кристаллического многогранника.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Как по данным координатам нанести точки на проекцию?
2. Как измерить угловое расстояние между точками?
3. Как через заданные точки провести дуги больших кругов?
4. Как построить точки, являющиеся полюсами для дуг больших кругов, и найти их координаты?

5. Как построить полюса больших кругов, заданных точками, и найти их координаты?
6. Как найти угол между двумя дугами больших кругов?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.
2. Буланов, В. А. Решение кристаллографических задач с помощью стереографических проекций : учебное пособие / В. А. Буланов, М. А. Юденко. – Иркутск : Иркутский гос. ун-т, 2006. – 175 с.

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИММЕТРИИ НА МОДЕЛЯХ КРИСТАЛЛОВ

Цель работы. Изучить элементы симметрии. Овладеть навыками определения элементов симметрии на модели кристаллического многогранника. Построить стереографическую проекцию найденных элементов симметрии.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Модель кристаллического многогранника.
2. Гномостереографическая проекция этой модели, выполненная студентом в ходе лабораторной работы № 2.
3. Сетка Вульфа.
4. Калька.

Кристаллы, имеющие идеальную огранку, представляют собой геометрически правильные многогранники. В их внешнем строении наблюдается закономерная повторяемость равных элементов ограничения (граней, ребер, вершин), называемая **симметрией**. Кристаллы являются фигурами симметричными, т. е. им присущи элементы симметрии конечных фигур: центр инверсии, оси симметрии, плоскости симметрии и инверсионные оси симметрии.

Центр инверсии

Центром инверсии (от лат. «инверсио» – переворачиваю) (кристаллографическое обозначение – C) называется некоторая точка, расположенная внутри кристалла и характеризующаяся тем, что на любой прямой, проведенной через эту точку, по обе стороны на равных расстояниях расположены равные и параллельные грани.

Кристаллы могут иметь или не иметь центра инверсии, но если он есть, то только один.

Для практического определения наличия центра инверсии необходимо установить, для каждой ли грани исследуемого кристалла

существует равная и параллельная грань. С этой целью кристалл поочередно каждой гранью кладется на стол, и если хоть для одной грани, лежащей на столе, не окажется равной и параллельной, то в исследуемом кристалле нет центра инверсии.

Пример 1. Даны модели двух кристаллов: октаэдр (рис. 3.1) и тетрагональный тетраэдр (рис. 3.2). При исследовании описанным выше методом устанавливается, что октаэдр имеет центр инверсии, в тетраэдре же его нет.

Октаэдр – фигура, ограниченная восемью гранями; поперечное сечение фигуры через середины ребер – правильный четырехугольник (квадрат или тетрагон).

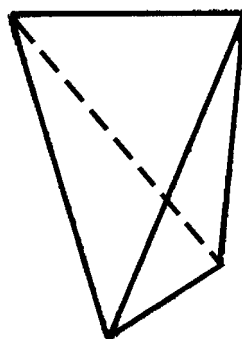
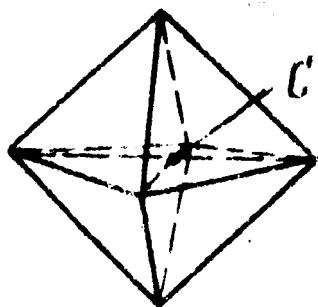


Рис. 3.1. Октаэдр с центром инверсии (C). Грани попарно равны и параллельны

Рис. 3.2. Тетраэдр без центра инверсии. Грани не имеют себе параллельных

Плоскость симметрии

Плоскостью симметрии (кристаллографическое обозначение – P или m) называется плоскость, которая делит фигуру на две зеркально-равные части.

Плоскость симметрии не является обязательным для всех многогранников элементом симметрии. В некоторых кристаллах ее нет. В кристаллических многогранниках может быть следующее количество плоскостей: одна, две, три, четыре, пять, шесть, семь и девять. Восьюми или более девяти плоскостей симметрии в конечных кристаллических многогранниках не бывает. Плоскости симметрии мо-

гут проходить через середины граней и ребер (обязательно перпендикулярно к ним) или вдоль ребер. При любом из указанных расположений плоскость должна проходить через центр кристалла.

Для практического обнаружения плоскостей симметрии кристалл мысленно разрезается предполагаемой плоскостью на две части. Линия разрыва наносится мелом на модель кристалла. Затем методом сравнения определяется, является ли одна половина кристалла зеркальным отображением другой. Если да, то предполагаемая плоскость – плоскость симметрии. После того как кристалл будет полностью исследован и на нем вычерчены все действительные плоскости симметрии, устанавливается взаимное расположение плоскостей. Это необходимо для вычерчивания стереографической проекции элементов симметрии, которая делается следующим образом. Все элементы симметрии, в том числе и плоскости, проектируются на круглую, произвольного радиуса плоскость, лежащую в плоскости чертежа (подобно проекции на сетке Вульфа). Условно плоскость симметрии изображается двумя параллельными линиями. Кристалл устанавливается обычно перпендикулярно к столу своей высотой (если она в кристалле обнаруживается) или осью, принятой за высоту. Затем все элементы симметрии проектируются на плоскость проекций.

Пример 2. В октаэдре имеется девять плоскостей симметрии ($9P$) (рис. 3.3).

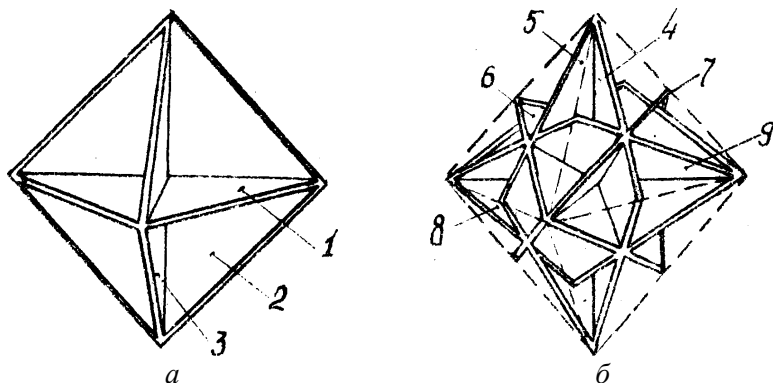


Рис. 3.3. Девять плоскостей симметрии ($9P$) в октаэдре:
 а – три плоскости (1, 2, 3) проходят через четыре ребра каждая;
 б – шесть плоскостей (4, 5, 6, 7, 8, 9) проходят через середины четырех ребер каждая

Стереографическая проекция плоскостей симметрии октаэдра показана на рис. 3.4.

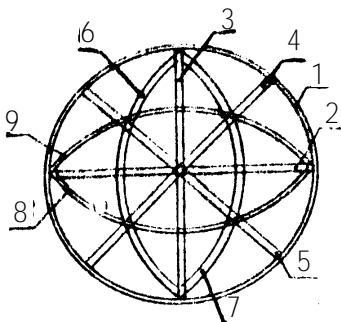


Рис. 3.4. Стереографическая проекция девяти плоскостей симметрии октаэдра

Плоскость симметрии 1 параллельна плоскости чертежа, поэтому она проектируется в окружность. Плоскости 2, 3, 4, 5 перпендикулярны первой и расположены под углом 45° друг к другу. Они проектируются в диаметральные прямые. Плоскости 6, 7, 8, 9 расположены к первой наклонно, под углом 45° , поэтому на стереографической проекции они представлены в виде дуг.

Оси симметрии





Осью симметрии называется воображаемая прямая, проходящая через центр кристалла, при повороте вокруг которой на некоторый угол кристалл самосовмещается, т. е. занимает положение, аналогичное положению до поворота.

Минимальный угол, на который необходимо повернуть многогранник до его самосовмещения, называется **элементарным углом поворота** $\alpha = 360^\circ / n$, где n — число самосовмещений фигуры при ее повороте на 360° . Величина n называется **порядком оси симметрии**. Часто ось симметрии называется **гирой** (от греч. «гирос» — вращение).

В кристаллах возможны оси симметрии второго порядка — Z_2, L_2 (двойная ось, дигира), оси симметрии третьего порядка — Z_3, L_3 (тройная ось, тригира), оси четвертого порядка — Z_4, L_4 (четверная ось, тетрагира) и ось шестого порядка — Z_6, L_6 (шестерная ось, гексагира). Осей симметрии пятого порядка и порядка выше шести в

кристаллических многогранниках не бывает.

Количество осей симметрии в кристаллах вполне определенное. Двойных осей может быть одна – $1Z_2$; три – $3Z_2$; четыре – $4Z_2$; шесть – $6Z_2$. Тройных осей: одна – $1Z_3$; четыре – $4Z_3$. Четверных осей: одна – $1Z_4$ или три – $3Z_4$. Шестерная ось может быть только одна – $1Z_6$. В кристаллах оси симметрии могут проходить через середины граней, через середины ребер и через вершины многогранных углов.

Условно на стереографической проекции элементов симметрии горизонтальные оси обозначаются прямой линией, проходящей через центр плоскости проекций. На концах этой линии ставятся знаки:  – Z_2 ,  – Z_3 ,  – Z_4 ,  – Z_6 (рис. 3.5). У наклонных и вертикальных осей проектируется только один конец, идущий вверх от плоскости чертежа, поэтому они обозначаются одним соответствующим значком. Одна из осей, обычно ось наивысшего порядка в данном кристалле, принимается за высоту и называется **главной осью симметрии**. Она обозначается значком в центре плоскости проекций. Относительно нее устанавливается расположение других осей симметрии.

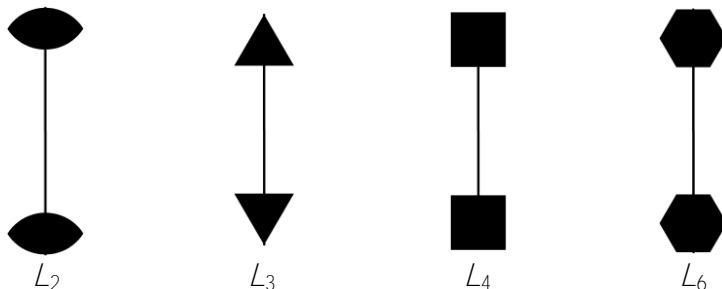


Рис. 3.5. Условное обозначение осей симметрии

Для практического определения осей симметрии многогранник берется пальцами за точки выхода предполагаемой оси. На одной из граней ставится значок отсчета (X). Затем многогранник поворачивается на 360° . Считается число самосовмещений кристалла n , оно определяет порядок оси симметрии – Z_n . Таким образом исследуется весь кристалл.

Для быстрого нахождения мест выхода осей и их порядка следует знать, что:

1. Через середины ребер проходят только оси симметрии второго

порядка – Z_2 .

2. Если ось проходит через центр грани, то форма грани пред- определяет порядок оси (рис. 3.6), а именно:

Z_2 – проходит через четырехугольные, шестиугольные и т. д. грани (число ребер грани кратно двум) с попарно равными и парал- лельными ребрами;

Z_3 – проходит через грани, которые имеют форму правильного треугольника, а также шестиугольника, девятиугольника и т. д. (кратно трем), в которых все ребра можно разбить на три одинако- вые комбинации;

Z_4 – через грани, которые имеют форму правильного четырех- угольника, а также восьмиугольника и т. д. (кратно четырем), в кото- рых все ребра можно разбить на четыре одинаковые комбинации;

Z_6 – через грани, имеющие форму правильного шестиугольника или двенадцатиугольника и т. д. (кратно шести), в которых ребра разбиваются на шесть одинаковых комбинаций.

3. Если ось проходит через вершину, то ее порядок определяется числом одинаковых комбинаций из сходящихся в вершине ребер. При этом учитывается длина ребер и их расположение.

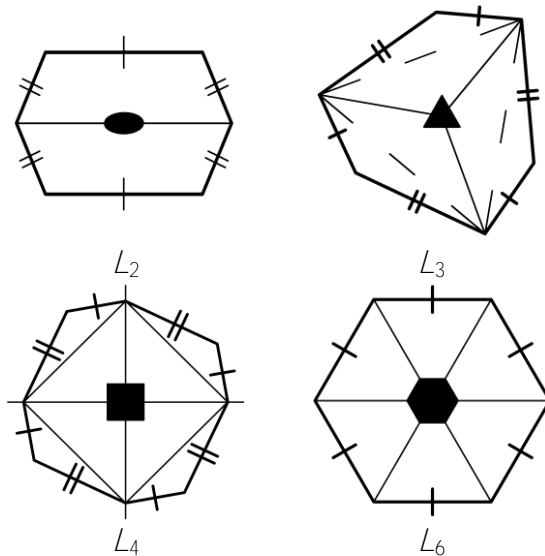


Рис. 3.6. Пример определения порядка оси симметрии

по форме грани, ей перпендикулярной

Пример 3. В октаэдре (см. рис. 3.1) имеются $3Z_4$, каждая из которых проходит через две вершины четырехгранных углов. В вершинах сходятся по четыре равных по длине ребра, углы между каждой парой ребер равны. Одна из осей принимается за высоту. Она устанавливается перпендикулярно плоскости проекций и проектируется в центре круга (рис. 3.7). Две другие $2Z_4$ лежат в горизонтальной плоскости симметрии под углом 90° друг к другу. Их проекции совпадают с проекциями плоскостей симметрии (2, 3) (см. рис. 3.4).

Через центры каждых двух противоположных граней проходят $4Z_3$ (восемь граней), т. к. грани имеют форму правильных треугольников. Эти оси расположены наклонно к плоскости проекций, каждая имеет выход на пересечении двух плоскостей симметрии (8-7), (9-7), (6-9), (8-6), которые проходят через середины граней.

Кроме $3Z_4$ и $4Z_3$, в октаэдре есть шесть осей второго порядка – $6Z_2$. Каждая проходит через середины двух ребер (всего ребер – 12). Две из этих осей лежат в горизонтальной плоскости симметрии – видны оба конца осей. Четыре других – под углом 45° на линии пересечения плоскостей симметрии (2-8), (2-9), (3-7), (3-6): виден один их конец.

Общая совокупность элементов симметрии октаэдра: $C_3 9C_2 6C_2 4Z_3 3Z_4$. Их стереографическая проекция представлена на рис. 3.7.

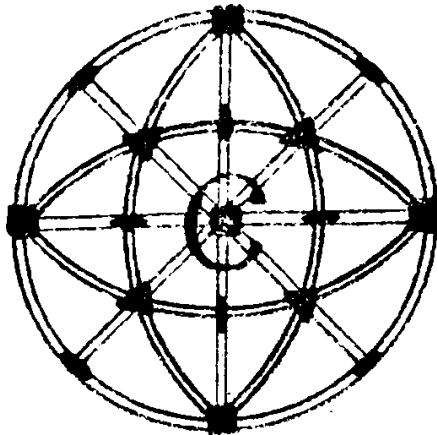


Рис. 3.7. Стереографическая проекция элементов симметрии октаэдра

Инверсионные оси симметрии

Инверсионной осью симметрии называется воображаемая прямая, проходящая через центр кристалла, при повороте вокруг которой одной половины кристалла на элементарный угол и последующем отражении повернутой части в некоторой точке как в центре инверсии повернутая часть совместится с неподвижной.

Инверсионные оси обозначаются Z_{in} , L_{in} , где n – порядок оси. Часто инверсионные оси называются **гирамидами** (т. е. «подобные гирам»).).

В кристаллических многогранниках определяются инверсионные оси четвертого – Z_{i4} и шестого – Z_{i6} порядков.



Внешним признаком присутствия Z_{i6} является наличие в кристалле Z_3 и перпендикулярной ей плоскости симметрии P .

Внешним признаком присутствия Z_{i4} является наличие в кристалле центра инверсии C и Z_2 . Если в кристалле есть Z_2 и Z_{i4} , то Z_{i4} всегда проходит через Z_2 .

Для практического нахождения Z_{i4} и Z_{i6} необходимо произвести следующие действия:

1. Исследуемый кристалл мысленно разрезается на две равные по высоте части. За высоту в данном случае принимается предполагаемая инверсионная ось.

2. Одна из частей, обычно верхняя, поворачивается вокруг оси на элементарный угол (90° или 60°).

3. Элементы огранения повернутой части отражаются в центральной точке кристалла как в центре инверсии, т. е. все вершины, середины граней и ребер повернутой части соединяются с центральной точкой воображаемыми прямыми. Если на продолжении этих прямых на соответственно равных расстояниях окажутся одинаковые элементы огранения, то предполагаемая ось – ось инверсионная. Условно Z_{i4} обозначается  ; Z_{i6} – .

Пример 4. В тетрагональном тетраэдре (см. рис 3.2) одна из осей второго порядка – Z_2 – является инверсионной осью симметрии четвертого порядка – Z_{i4} (рис. 3.8). Совокупность элементов симметрии тетрагонального тетраэдра $3Z_2 2P = 2Z_2 2P Z_{i4}$.

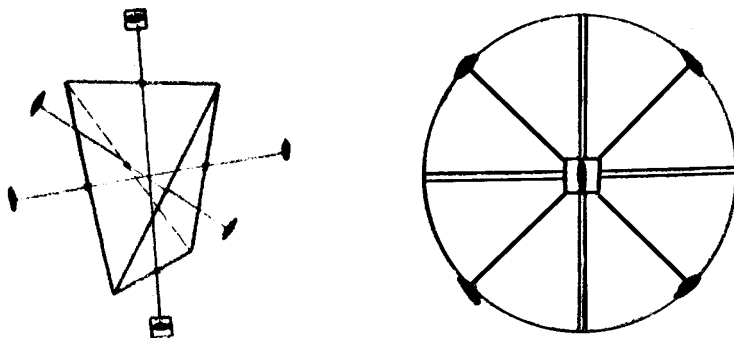


Рис. 3.8. Тетрагональный тетраэдр:
a – с осями симметрии; *b* – стереографическая проекция
 его элементов симметрии

Полное сочетание элементов симметрии кристаллического многогранника называется его **классом симметрии**, или **точечной группой симметрии**. В кристаллографии применяется несколько типов обозначений элементов симметрии конечных фигур.

Обозначение Бравэ

Очень простая и наглядная система обозначений Бравэ состоит из записанных подряд всех элементов симметрии данного объекта. На первом месте принято писать оси симметрии от высших к низшим, на втором – плоскости симметрии, затем центр. Так, формула симметрии куба $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$. Несмотря на громоздкость, формулы Бравэ все же не отражают всех операций данной группы, а кроме того, их нельзя использовать для описания симметрии кристаллических структур.

Обозначение Шенфлиса

Символы Шенфлиса (табл. 3.1) используются гораздо шире, однако они, как и символы Бравэ, не привязаны к координатной системе и, хотя их и употребляют при описании внутренней симметрии кристалла, в этом качестве недостаточно информативны.

Таблица 3.1

Обозначение 32 точечных групп (классов) симметрии
по номенклатуре Шенфлиса

Классы с единичным направлением	
C_n	Классы с единственной осью симметрии n -го порядка
C_{nv}	Классы с одной главной осью n -го порядка и проходящих через нее n вертикальными плоскостями v
C_{nh}	Классы с одной главной осью n -го порядка и плоскостью h , перпендикулярной данной оси
C_{ni} (S_{2n})	Классы с одной главной инверсионной осью, которую обычно обозначают через зеркальную ось: $C_i = S_2$, $C_{3i} = S_6$, $C_{4i} = S_4$
D_n	Классы с побочными осями 2-го порядка, перпендикулярными главной оси n
D_{nv}	Классы с главной осью n -го порядка, плоскостью h , ей перпендикулярной, и побочными осями 2-го порядка
D_{nd}	Классы с главной инверсионной осью, побочными осями 2-го порядка и n вертикальными плоскостями d , являющимися диагональными по отношению к координатным осям (плоскость d делит пополам угол между координатными осями x и y)
Классы без единичных направлений	
T	Классы с несколькими осями высшего порядка; осевой комплекс тетраэдра – $3L_2 4L_3$
O	Классы с несколькими осями высшего порядка; осевой комплекс октаэдра – $3L_4 4L_3 6L_2$
T_h	Классы с несколькими осями высшего порядка и координатными плоскостями – $3L_2 4L_3 3PC$
O_h	Классы с несколькими осями высшего порядка и координатными плоскостями – $3L_{4i} 4L_3 6L_2 9PC$
T_d	Классы с несколькими осями высшего порядка и диагональными плоскостями – $3L_{4i} 4L_3 6P$

Категории и сингонии кристаллов

Математически доказано, что для конечных кристаллических мно-

гогранников возможны всего 32 вида симметрии.

Все они подразделяются на три группы, или **категории**: низшую, среднюю и высшую.

Для видов симметрии низшей категории характерным является отсутствие осей выше второго порядка. В нее входят восемь видов симметрии.

Виды симметрии средней категории характеризуются присутствием только одной оси выше второго порядка. Ее называют **главной осью симметрии**. Средняя категория объединяет 19 видов симметрии.

К высшей категории принадлежат остальные пять видов симметрии, каждый из которых имеет несколько осей симметрии выше второго порядка.

Виды симметрии, принадлежащие каждой категории, делят на так называемые сингонии.

Сингонией называется совокупность видов симметрии одной категории, обладающих одинаковым числом осей одного и того же порядка.

Сингонии низшей категории

В триклинную сингонию входят два вида симметрии, для которых характерно отсутствие осей выше первого порядка.

В моноклинную сингонию входят виды симметрии, имеющие не более одной оси второго порядка.

В ромбическую сингонию входят три вида симметрии, каждый из которых характеризуется присутствием трех осей второго порядка.

Сингонии средней категории

В тригональную сингонию входят пять видов симметрии, главной осью которых является ось симметрии третьего порядка.

В тетрагональную сингонию входят семь видов симметрии, главной осью которых является ось симметрии четвертого порядка.

В гексагональную сингонию входят семь видов симметрии, главной осью которых является ось симметрии шестого порядка.

Сингонии высшей категории

В кубическую сингонию входят пять видов симметрии, которые характеризуются обязательным присутствием четырех осей сим-

метрии третьего порядка.

Проведенную классификацию видов симметрии для большей наглядности можно представить в виде табл. 3.2, удобной для практического пользования.

Принадлежность кристаллического многогранника к тому или иному виду симметрии устанавливается путем нахождения всех его элементов симметрии. При определении полной совокупности элементов симметрии многогранника полезно учитывать следующие положения:

- а) L_6 и $L_{\bar{6}}$ могут присутствовать в кристаллах в единственном числе;
- б) L_4 и $L_{\bar{4}}$ могут встретиться или в единственном числе, или в количестве трех;
- в) L_3 могут встретиться или в единственном числе, или в количестве четырех;
- г) L_2 могут встретиться или в единственном числе, или в количестве двух, трех, четырех или шести;
- д) P могут встретиться или в единственном числе, или в количестве двух, трех, четырех, пяти, шести, семи, девяти.

Таблица 3.2

Классификация видов симметрии кристаллов

Категория	Сингония	Виды симметрии
Низшая	Триклинная (агирная)	$L_1 = -1; L_1 = C$
	Моноклинная (моноклирная)	$L_2; L_{\bar{2}} = P; L_2 PC$
	Ромбическая (триклинная)	$3L_2; L_2 2L_{\bar{2}} = L_2 2P; 3L_2 3PC$
Средняя	Тригональная (ромбоэдрическая)	$L_3; L_3 C (L_{\bar{3}}); L_3 3P; L_3 3L_2; L_3 3L_2 3PC$
	Тетрагональная (квадратная)	$L_4; L_4 PC; L_4 4P; L_4 4L_2; L_4 4L_2 5PC; L_{\bar{4}}; L_{\bar{4}} 2L_2 2P$
	Гексагональная	$L_6; L_6 PC; L_6 6P; L_6 6L_2; L_6 6L_2 7PC; L_{\bar{6}}; L_{\bar{6}} 3L_2 3P$
Высшая	Кубическая	$4L_3 3L_2; 4L_3 3L_2 3PC; 4L_3 3L_2 6P;$

(полигирная)	$3L_4 4L_3 6L_2; 3L_4 4L_3 6L_2 9PC$
--------------	--------------------------------------

Международные (интернациональные) символы классов симметрии

Международные символы классов симметрии гораздо компактнее, и по написанию символа можно установить взаимное расположение элементов симметрии, если знать теоремы о сочетании операций симметрии и правила установки каждой системы. В международном символе каждого класса пишутся не все, а только основные, или так называемые порождающие, элементы симметрии (генераторы), а порожденные элементы симметрии, которые можно вывести из сочетаний порождающих элементов, не пишутся. В качестве порождающих элементов симметрии предпочтение отдается плоскостям (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Правила записи международного символа точечной группы

Сингония	Позиция в символе		
	1-я	2-я	3-я
Триклинная	Только один символ, соответствующий любому направлению в кристалле		
Моноклинная	Единственная ось 2 или плоскость m по оси Y (1-я установка) или по оси Z (2-я установка)		
Ромбическая	Ось 2 или плоскость m вдоль X	Ось 2 или плоскость m вдоль Y	Ось 2 или плоскость m вдоль Z
Тригональная и гексагональная	Главная ось симметрии	Оси 2 или m вдоль X, Y, U	Диагональные оси 2 или плоскости m
Тетрагональная	Главная ось симметрии	Оси 2 или m вдоль X, Y	
Кубическая	Координатные элементы симметрии	Оси 3	Диагональные элементы симметрии

Приняты следующие международные символы (символы Германа–Могена):

n – ось симметрии n -го порядка;

\bar{n} – инверсионная ось симметрии n -го порядка;

m – плоскость симметрии;

nm – ось симметрии n -го порядка и n плоскостей симметрии, проходящих вдоль нее (теорема 4);

$\frac{n}{m}$; n/m – ось симметрии n -го порядка и перпендикулярная ей

плоскость симметрии;

$n2$ – ось симметрии n -го порядка и n осей 2-го порядка, ей перпендикулярных (теорема 3);

$\frac{n}{mm}$; n/mm – ось симметрии n -го порядка и плоскости m , парал-

лельные и перпендикулярные ей (n и \bar{n} могут иметь значения 1, 2, 3, 4, 6).

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Получить у инженера или преподавателя модель кристаллического многогранника и ознакомиться с его формой.
2. На основании изложенной выше методики определить все имеющиеся у модели элементы симметрии.
3. Построить стереографическую проекцию элементов симметрии.
4. Записать обозначение Бравэ для полученной модели кристаллического многогранника.
5. Определить категорию и сингонию данной модели кристаллического многогранника.
6. Записать обозначение Шенфлиса, а также обозначение Германа–Могена для полученной модели кристаллического многогранника.

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- краткие сведения о способах обозначения элементов симмет-

рии и их записи;

– рисунок аксонометрической проекции выданной модели кристаллического многогранника с указанием расположения всех элементов симметрии;

– стереографическую проекцию найденных элементов симметрии;

– запись обозначения Бравэ, Шенфлиса, Германа–Могена для элементов симметрии модели кристаллического многогранника, а также вывод о принадлежности его к определенной категории и сингонии.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Какие элементы симметрии возникают при рассмотрении геометрически правильных многогранников?

2. Как практически определить плоскость симметрии?

3. Перечислите возможные оси симметрии в кристаллических многогранниках, их количество и порядок.

4. Назовите возможные места выходов осей симметрии из кристаллических многогранников.

5. Что является внешним признаком присутствия Z_4 в кристалле?

6. Что такое класс, или точечная группа, симметрии?

7. Какие существуют типы обозначений элементов симметрии конечных фигур?

8. Что такое категории и сингонии кристаллов?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.

2. Бокий, Г. Б. Кристаллохимия / Г. Б. Бокий. – М. : Мир, 1974. – 486 с.

Лабораторная работа № 4

КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ СИМВОЛЫ ПЛОСКОСТЕЙ

Цель работы. Изучить правила установки в кристаллах семи сингоний, а также способы определения кристаллографических символов плоскостей и направлений. Овладеть навыками определения кристаллографических осей на модели кристаллического многогранника, нахождения единичной плоскости, а также определения имеющихся в нем кристаллографических символов плоскостей и направлений.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Модель кристаллического многогранника.
2. Гномостереографическая проекция этой модели, выполненная студентом в ходе лабораторной работы № 2.
3. Сетка Вульфа.
4. Калька.

Кристаллографический символ плоскости представляет собой совокупность индексов Миллера h, k, l , взятую в круглые скобки – (hkl) .

Индексы Миллера – взаимно простые целые числа, обратно пропорциональные отрезкам, которые данная плоскость отсекает на кристаллографических осях, если эти отрезки измерены особыми масштабными единицами. За единицы измерения по осям принимаются отрезки, отсекаемые так называемой единичной плоскостью.

Единичной плоскостью называется плоскость, которая пересекает три кристаллографические оси на расстояниях (от начала координат), равных периодам повторяемости $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ или параметрам a, b, c конечной кристаллической фигуры (кристаллического многогранника, элементарной ячейки).

Следовательно, единицами измерения по осям являются параметры: по первой оси – a , по второй – b , по третьей – c .

В кристаллах всех сингоний, за исключением тригональной и гексагональной, определяются три индекса – h, k, l – по числу кристаллографических осей. Символ единичной плоскости: $(hkl) = (111) =$ (один один один).

В тригональной и гексагональной сингониях определяются четыре индекса – (hkl) , т. к. число осей в этих случаях равно четырем. Единичная плоскость (грань) отсекает на двух горизонтальных осях равные отрезки. Индекс по третьей горизонтальной оси определяется из условий $h + k - i = 0$. Символ единичной плоскости (грань) в указанных сингониях – $(1\bar{2}11)$, если она является гранью тригональной пирамиды, или $(1\bar{1}01)$ – если является гранью гексагональной пирамиды.

Символ (hkl) в общем своем значении относится не к одной плоскости, а ко всему семейству параллельных плоскостей с постоянным для них межплоскостным расстоянием d . В данном случае индексы заключаются в фигурные скобки – $\{hkl\}$. Плоскости, имеющие индексы – числа целые, взаимно простые, редко превышающие 3, – являются реальными гранями кристалла (или могут быть в других кристаллах данного вещества). Это положение именуется **законом рациональных индексов**.

Для каждой сингонии надо знать установленный условный порядок расположения осей координат – так называемые **правила кристаллографической установки**, потому что от расположения осей зависят кристаллографические индексы.

Правила кристаллографической установки

В триклинной сингонии оси проводятся параллельно ребрам многогранника.

В моноклинной за ось $\parallel\parallel$ выбирается Z_2 или, если Z_2 нет, перпендикуляр к плоскости симметрии P . Оси I и \parallel проводятся параллельно ребрам многогранника.

В ромбической сингонии за оси принимаются три взаимно перпендикулярных единичных направления. Если есть одна Z_2 , она является третьей осью.

В кубической сингонии за кристаллографические оси принимают три оси четвертого или второго порядка.

Пример. На рис. 4.1 изображена простая форма кубической сингонии – пентагон – додекаэдр, имеющий следующую формулу сим-

метрии: $3Z_2 4Z_3 3PC$.

Кристаллографические оси совмещены с $3Z_2$. Грань d отсекает от оси I один, а от оси II – два единичных отрезка. Ось III параллельна этой грани. Символ грани имеет вид

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{\infty} \equiv 2 : 1 : 0 \quad (210).$$

Символы других граней находятся аналогично.

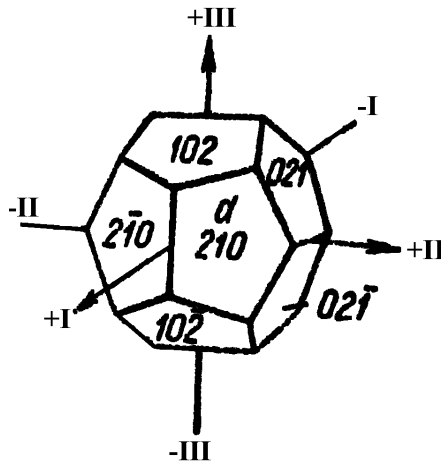


Рис. 4.1. Ориентировка кристаллографических осей и символы граней пентагона – додекаэдра $3Z_2 4Z_3 3PC$

В *тетрагональной сингонии* одна Z_4 принимается за ось III. Два взаимно перпендикулярных симметрично равных направления, перпендикулярных Z_4 , выбираются за две другие оси.

В *тригональной и гексагональной сингониях* за ось IV – вертикальную – с индексом 1 принимается Z_3 или Z_6 (соответственно), три другие оси (hki) направляются по трем направлениям, лежащим в плоскости, перпендикулярной четвертой оси. Положительные концы располагаются под углом 120° друг к другу против движения часовой стрелки.

Правила назначения единичной грани

Кубическая сингония

В кубической сингонии координатные оси связаны равнонаклонной к ним осью третьего порядка, поэтому они равнонаклонны и три единицы измерения одинаковы: $a = b = c$. Таким образом, в кристаллах кубической сингонии единичная грань отсекает равные отрезки по всем трем координатным осям. На стереограмме проекция такой грани занимает строго определенную позицию – на выходе оси третьего порядка (рис. 4.2).

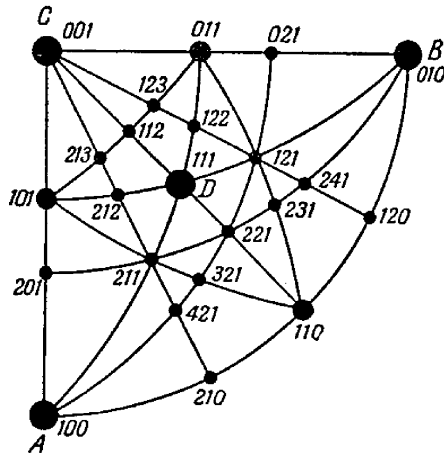


Рис. 4.2. Гномостереограмма кубического кристалла (на рисунке представлена 1/4 стереограммы)

Итак, для кубического кристалла

$$h : k : l = OA_0/OA : OB_0/OB : OC_0/OC = \frac{1}{\overline{1A}} : \frac{1}{\overline{1\bar{A}}} : \frac{1}{\overline{1\bar{N}}}.$$

Тетрагональная сингония

В кристаллах тетрагональной сингонии единичная грань располагается на биссектрисе угла между горизонтальными координат-

ными осями (рис. 4.3).

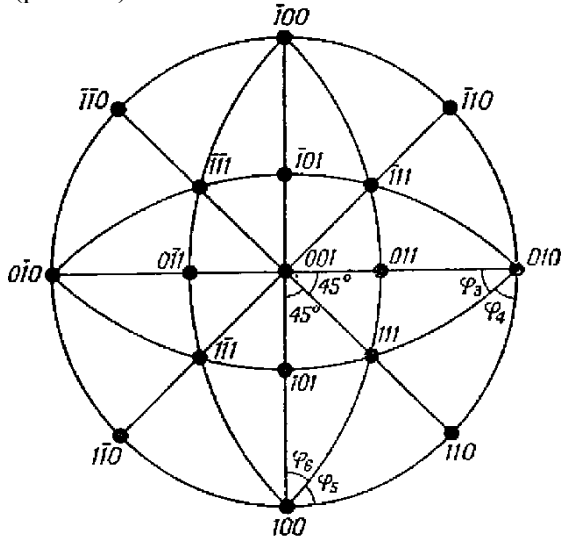


Рис. 4.3. Гномостереограмма тетрагонального кристалла

Если такой грани нет, то:

1) за масштабную грань принимают грань, лежащую на горизонтальной оси, и ей присваивают символ (101) или (011) (рис. 4.4, а). Отсекаемые ею отрезки по осям (параметры Вейса) соответствуют искомым параметрам OA_0 и OC_0 (или OB_0 и OC_0). Тогда индексы остальных граней можно определить по соотношению

$$h : l = OA_0/OA : OC_0/OC \text{ или } k : l = OB_0/OB : OC_0/OC;$$

2) за масштабную грань принимают грань, пересекающую обе горизонтальные оси, и ей присваивают символ $hk1$ (рис. 4.4, б). Эта грань отсекает по координатным осям параметры OA , OB , $OC = OC_0$. Тогда индексы этой грани будут равны

$$h : k : 1 = OA_0/OA : OB_0/OB : OC_0/OC (= OC_0),$$

$$h : 1 = OA_0/OA : 1,$$

$$k : 1 = OB_0/OB : 1,$$

$$OA_0 (= OB_0) = OA \cdot h = OB \cdot k.$$

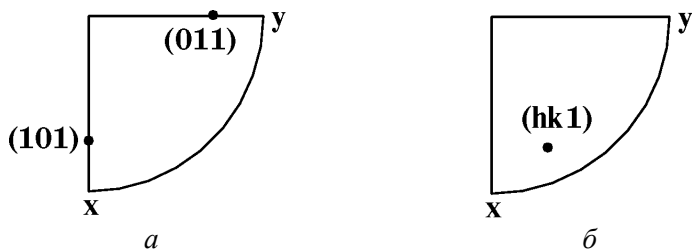


Рис. 4.4. Выбор масштабных граней для тетрагональных кристаллов

Необходимо отметить, что в данном случае индекс $l = 1$ следует вписывать в символ лишь после того, как отношение $h : k$ будет сведено к отношению целых чисел, иначе символ исходной (масштабной) грани окажется неоправданно усложненным.

Гексагональная и тригональная сингонии

В гексагональной и тригональной сингониях за масштабную грань принимается грань с символом $(10\bar{1}1)$ или $(11\bar{2}1)$ (рис. 4.5).

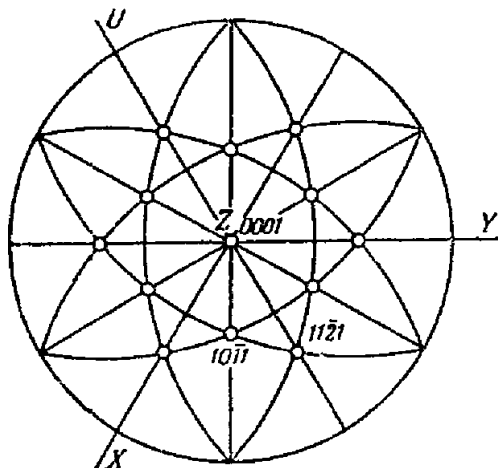


Рис. 4.5. Гномостереограмма гексагонального кристалла

Если таких граней нет, то индцирование граней производится

аналогично индцированию в тетрагональных кристаллах.

Орторомбическая сингония

За единичную грань в кристаллах орторомбической сингонии принимают любую наклонную грань, пересекающую три координатные оси (рис. 4.6).

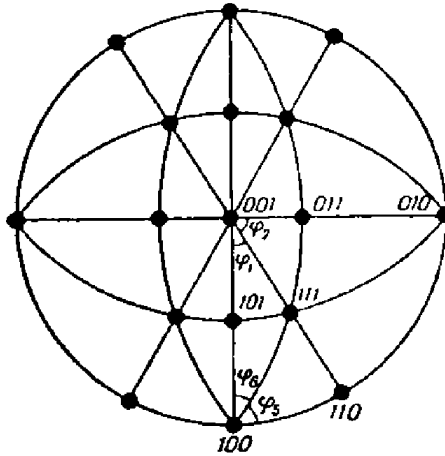


Рис. 4.6. Гномостереограмма орторомбического кристалла

Если такой грани нет, то масштабными гранями в таком случае могут быть лишь грани, пересекающие по две координатные оси, т. е. грани типа $(hk0)$, $(h0l)$, $(0kl)$. Каждая из них дает относительные единицы измерения лишь по двум соответствующим осям, поэтому две любые грани такого типа принимают за (110) и (011) , (110) и (101) или (101) и (011) (рис. 4.7).

(110) и (011) .

$$h : k = OA_0/OA_1 : OB_0/OB_1 = 1:1,$$

$$k : l = OB_0/OB_2 : OC_0/OC_2 = 1:1,$$

$$OA_0/OB_0 = OA_1/OB_1,$$

$$OB_0/OC_0 = OB_2/OC_2.$$

Умножим и разделим правую дробь на один и тот же параметр соответственно

$$(OB_2/OB_2) \text{ и } (OB_1/OB_1):$$

$$OA_0/OB_0 = (OA_1/OB_1) (OB_2/OB_2),$$

$$OB_0/OC_0 = (OB_2/OC_2) (OB_1/OB_1).$$

Получим

$$OA_0 : OB_0 : OC_0 = (OA_1 \cdot OB_2) : (OB_1 \cdot OB_2) : (OC_2 \cdot OB_1).$$

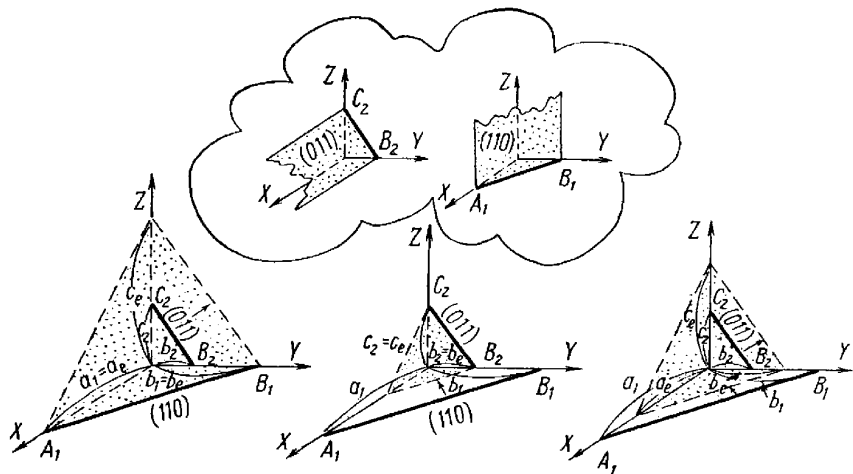


Рис. 4.7. Выбор возможной единичной грани по двум двуединичным в низшей категории

Из рис. 4.7 следует, что параллельный перенос граней без изменения их символов позволяет уравнивать отрезки (параметры Вейса) по той оси, которую пересекают обе грани, и получить таким образом единицы измерения по всем трем координатным осям – параметры единичной грани OA_0, OB_0, OC_0 .

Моноклинные сингония

В кристаллах моноклиной сингонии единичная грань (111) пересекает все три координатные оси (рис. 4.8).

Если такой грани нет, то масштабными могут быть лишь грани типа $(hk0), (h0l), (0kl)$, каждая из которых дает относительные единицы измерения лишь по двум соответствующим осям, поэтому две любые грани такого типа принимают за (110) и (011) , (110) и (101) или (101) и (011) . Таким образом, поступают как и в случае орторомбического кристалла.

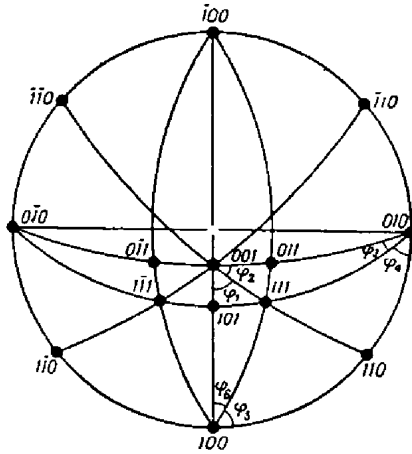


Рис. 4.8. Гномостереограмма моноклинного кристалла

Триклинная сингония

В кристаллах триклинной сингонии, аналогично кристаллам орторомбической и моноклинной сингоний, единичная грань (111) пересекает все три координатные оси (рис. 4.9).

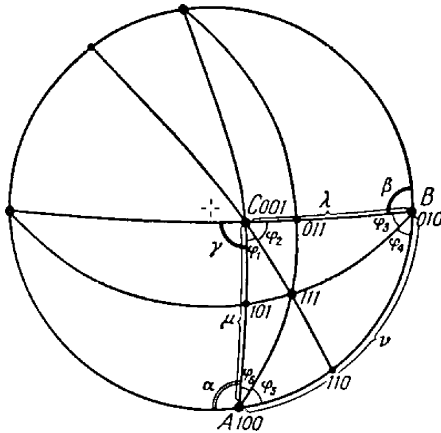


Рис. 4.9. Гномостереограмма триклинного кристалла

Если таких граней нет, то индцирование проводится так же, как

и для орторомбического кристалла.

Кристаллографические символы направлений

Кристаллографический символ направления представляет собой совокупность истинных координат узла, лежащего на данном направлении, взятую в квадратные скобки $[u, v, w]$, если координаты выражены числом целых периодов повторяемости \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} или параметров a, b, c .

Для определения символа направления выбираются два ближайших друг к другу узла, лежащих на данном направлении. В одном из узлов располагается начало отсчета. Координаты другого узла определяются путем проекции его на оси.

Такой метод определения индекса направления (ребра) используется в том случае, когда направление (ребро) наклонено хотя бы к одной из осей координат.

В случае ортогонального и параллельного расположения направления (ребра) к осям для определения его индекса обычно используют другой метод, который является общим, т. е. пригоден для любого расположения направлений (ребер).

Ребро кристалла и кристаллографические направления представляют собой линии пересечения двух плоскостей. Ребра и направления группируются по зонам.

Совокупность плоскостей (граней) кристалла, которые пересекаются по параллельным прямым (ребрам), называется **зоной**. Направление этих ребер – **ось зоны**.

Ось ребра и направления одной зоны характеризуются одним символом $[u, v, w]$. Для их определения необходимо знать числовые значения индексов Миллера двух плоскостей, параллельных данному направлению: $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$. Из условий параллельности прямой и плоскости

$$\left. \begin{aligned} h_1 u + k_1 v + l_1 w &= 0 \\ h_2 u + k_2 v + l_2 w &= 0 \end{aligned} \right\}'$$

откуда

$$h_1 u + k_1 v + l_1 w = h_2 u + k_2 v + l_2 w = 0. \quad (4.1)$$

При решении в матричном выражении уравнение имеет следу-

ющий вид:

$$u = \begin{vmatrix} k_1 & h_1 \\ k_2 & h_2 \end{vmatrix}; \quad v = \begin{vmatrix} h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}; \quad w = \begin{vmatrix} h_1 & k_1 \\ h_2 & k_2 \end{vmatrix} \quad (4.2)$$

или

$$\left. \begin{aligned} u &= (k_1 l_2 - l_1 k_2) \\ v &= (h_1 l_2 - l_1 h_2) \\ w &= (h_1 k_2 - k_1 h_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Из уравнений (4.3) определяются индексы $[u, v, w]$ оси данной зоны. Любое направление, имеющее числовые значения индексов, равные значениям индексов оси зоны, принадлежит данной зоне.

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Получить у инженера или преподавателя модель кристаллического многогранника (ту же, которая исследовалась при выполнении лабораторных работ №№ 1, 2, 3).

2. Простым карандашом аккуратно обозначить цифрами все его грани.

3. Выполнить аксонометрическую проекцию модели кристаллического многогранника.

4. Пользуясь перечисленными выше правилами, а также учитывая полученные в лабораторной работе № 3 данные по сингонии модели кристаллического многогранника, выполнить его кристаллографическую установку.

5. Пользуясь перечисленными выше правилами, а также полученной в ходе выполнения лабораторной работы № 2 гномостереографической проекцией модели кристаллического многогранника, выбрать в нем единичную грань, т. е. единицы измерения по каждой кристаллографической оси.

6. На основании данного выбора определить символы всех действительных граней и ребер модели кристаллического многогранника.

7. Обозначить на гномостереографической проекции модели кристаллического многогранника символы всех действительных

граней и ребер.

8. С целью закрепления полученных навыков определить и вычертить другие плоскости и направления в кристалле по символам, заданным преподавателем.

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- задание;
- описание проделанной работы с теоретическим обоснованием каждого этапа;
 - зарисовку исследуемого кристаллического многогранника с указанием осей и единичной плоскости;
 - вторичную зарисовку кристаллического многогранника с указанием плоскостей и направлений, найденных по заданным символам;
 - гномостереографическую проекцию модели кристаллического многогранника с указанием символов всех действительных граней и ребер.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Почему в кристаллах тригональной и гексагональной сингоний символ единичной грани не (111) ?
2. В чем заключается закон рациональных индексов?
3. Назовите правила кристаллографической установки.
4. Назовите правила назначения единичной грани в орторомбической сингонии.
5. Как определяется кристаллографический символ направления?
6. Что такое зона в кристалле?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.
2. Кузмичева, Г. М. Основные разделы кристаллографии : учебное пособие / Г. М. Кузмичева. – М. : МИТХТ, 2002. – 80 с.

3. Бокий, Г. Б. Кристаллохимия / Г. Б. Бокий. – М. : Мир, 1974. – 486 с.

Лабораторная работа № 5

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ГРУППЫ

Цель работы. Ознакомиться с описанием элементов симметрии, возникающих при рассмотрении периодически расположенных частиц. Освоить принципы образования пространственных групп симметрии. Изучить двумерные пространственные группы. Путем использования мультимедийных средств изучить GIS-файлы, отображающие 32 пространственные группы.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Набор заданий для отработки навыков определения двумерных пространственных групп.
2. IBM-совместимый персональный компьютер с программным обеспечением, позволяющим отображать GIS-файлы.

Точечные группы симметрии характеризуют симметрию внешней формы кристалла и его физические свойства. Каждой точечной группе соответствует несколько пространственных групп симметрии. **Пространственные группы симметрии** характеризуют симметрию структуры кристалла. Они являются главным критерием, выделяющим кристаллические структуры из всех других образований.

Кристалл – твердое тело, структура которого описывается одной из 230 пространственных групп симметрии.

В кристаллах возможны только такие элементы симметрии, которые не противоречат свойствам пространственной решетки. Однако внешняя симметрия кристалла является лишь частным случаем симметрии внутренней.

Системе бесконечного множества периодически расположенных частиц присущи все элементы симметрии, рассмотренные выше, например, плоскости симметрии и др. Также в ней можно выделить новые элементы симметрии: оси трансляции, плоскости скользящего отражения и винтовые оси.

В описании тех способов, какими эти элементы могут совместно сочетаться с трансляцией, и состоит описание возможных про-

пространственных групп. Пространственные группы играют очень важную роль при расшифровке кристаллических структур.

Дадим описание новых элементов симметрии, которые встречаются в кристаллах.

Ось трансляции – это важнейший элемент внутренней симметрии. При одном симметричном преобразовании перенос осуществляется на расстояние, которое равно промежутку между ближайшими идентичными атомами на оси трансляции, т. е. на величину вектора трансляции t_1 , t_2 , t_3 или t_4 (рис. 5.1). Для кристалла трансляция заключается в параллельном переносе всей системы по направлению оси.

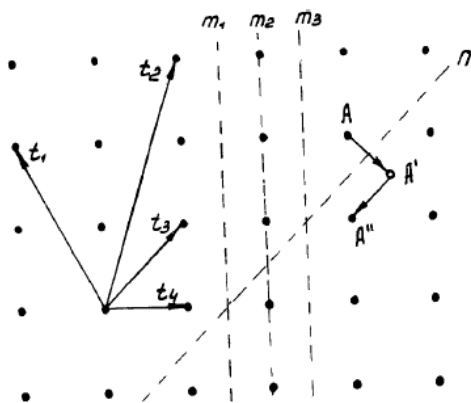


Рис. 5.1. Элементы симметрии в решетке кристалла

Следующим элементом внутренней симметрии является **плоскость скользящего отражения**. Действие, соответствующее ей, состоит из отражения в плоскости и переноса, параллельного этой плоскости. Это, например, преобразование точки A в A'' (см. рис. 5.1, где след плоскости скользящего отражения n показан пунктиром).

Плоскости скользящего отражения обозначаются буквами a , b , c , d , n в зависимости от направления переноса. Если вектор переноса направлен вдоль ребра элементарной ячейки a (b или c), то соответственно плоскость скользящего отражения обозначают буквами a (b или c). Если перенос осуществляется вдоль диагонали грани элементарной ячейки, то плоскость скользящего отражения обозначают

ется буквами d (вектор переноса равен $\frac{1}{4}$ диагонали) или n (вектор переноса равен $\frac{1}{2}$ диагонали).

Если повторение объекта в кристалле происходит путем поворота на определенный угол вокруг оси и одновременного перемещения (трансляции) в направлении, параллельном этой оси, операция симметрии соответствует наличию так называемой **винтовой оси**. Аналогичным образом повторение путем отражения в плоскости симметрии может сочетаться с компонентой трансляции, параллельной этой плоскости, что дает **плоскость скользящего отражения**. Если в кристалле имеется, скажем, двойная ось симметрии, это означает, что некоторая структурная единица, или мотив, располагается вокруг этого направления так, что повторяется при повороте на 180° вокруг этой оси. Конфигурация, показанная на рис. 5.2, *а*, соответствует простой поворотной оси симметрии второго порядка. Однако поворот на 180° может сочетаться с трансляцией на половину периода повторяемости решетки в направлении оси, что дает винтовую ось второго порядка, показанную на рис. 5.2, *б*. Она обозначается символом 2_1 . Операция повторения под действием плоскости скользящего отражения показана на рис. 5.2, *в*.

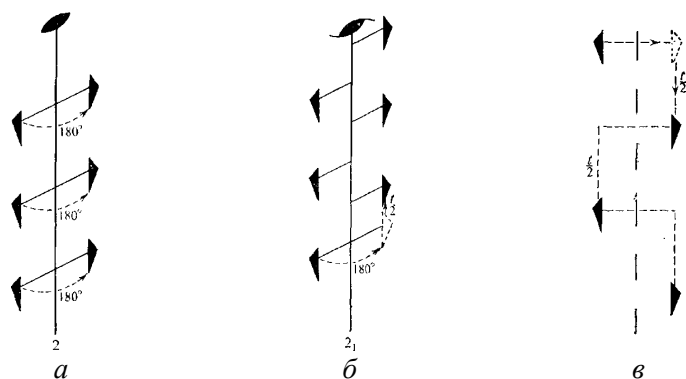


Рис. 5.2. Повторение объекта под действием поворотных осей и плоскости скользящего отражения:

а – простая ось второго порядка; *б* – винтовая ось второго порядка; *в* – плоскость скользящего отражения, перпендикулярная плоскости чертежа (штриховая линия)

Винтовая ось и простая поворотная ось одного и того же порядка n повторяют трансляцию одинаково. Отсюда следует, что поворот-

ные компоненты винтовой оси могут быть только $2\pi / 1$, $2\pi / 2$, $2\pi / 3$, $2\pi / 4$ и $2\pi / 6$ и что винтовые и простые поворотные оси n -го порядка должны быть расположены одинаково относительно одинаковых групп трансляций.

Возможные типы винтовых осей приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Винтовые оси симметрии в кристаллах

Наименования осей	Символы осей	Графическое обозначение	Трансляция *
Двойная винтовая	2_1		$1/2$
Тройные винтовые	3_1		$1/3$
	3_2		$2/3$
Четверные винтовые	4_1		$1/4$
	4_2		$2/4 = 1/2$
	4_3		$3/4$
Шестерные винтовые	6_1		$1/6$
	6_2		$2/6 = 1/3$
	6_3		$3/6 = 1/2$
	6_4		$4/6 = 2/3$
	6_5		$5/6$

* В единицах периода идентичности вдоль оси правозаходного винта.

Винтовая ось порядка n_N соответствует повторению объекта при повороте на $360^\circ/n$ с одновременной трансляцией на tN/n , где t – вектор повторяемости решетки в направлении оси.

Имеется пять типов шестерных винтовых осей. Например, 6_1 означает поворот на 60° и трансляцию на $t/6$, а 6_5 соответствует повороту на 60° и трансляции на $5t/6$. С помощью схемы легко показать, что оси $6_1, 4_1, 6_2$ эквивалентны осям $6_5, 4_3, 6_4$ (соответственно) с противоположным направлением захода винта, т. е. правовинтовая ось 6_1 равноценна левовинтовой оси 6_5 и т. д. На рис. 5.3 приведена схема действия осей 3_1 и 3_2 . Здесь A и A' – узлы рассматриваемой решетки. Операция 3_1 (рис. 5.3, а) пусть будет правой. Заметим, что, когда объект преобразуется симметричным действием оси 3_2 , он попадает и на высоту $4/3$, и на высоту $1/3$, т. к. обе точки A и A' – узлы решетки, а узор тянется бесконечно в направлении, параллельном AA' .

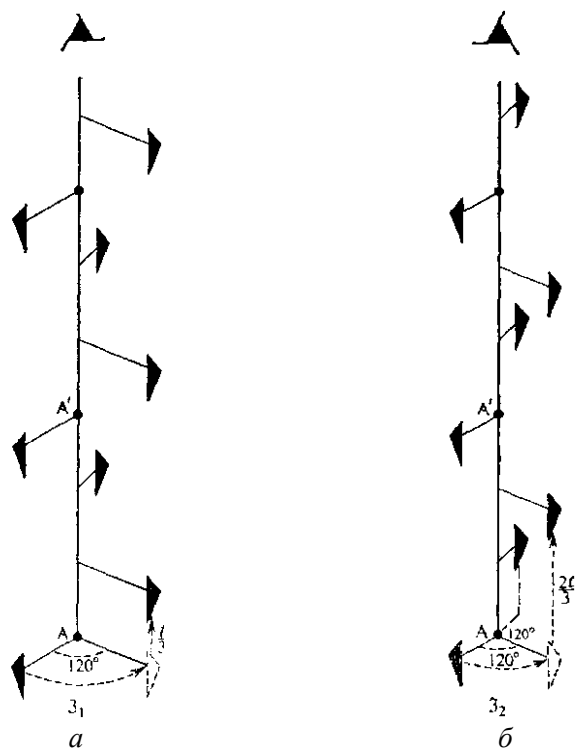


Рис. 5.3. Действие винтовых осей третьего порядка:
а – действие оси 3_1 ; б – действие оси 3_2

Необходимо также отметить, что винтовые оси 4_2 и 6_3 равноцен-

ны чисто поворотным осям 2 и 3 соответственно, а оси b_2 и b_4 содержат поворотные оси второго порядка.

Плоскости скольжения, или плоскости скользящего отражения

Комбинация отражения и поступательного перемещения представляет собой операцию *отражения со скольжением* вдоль плоскости отражения (рис. 5.4).

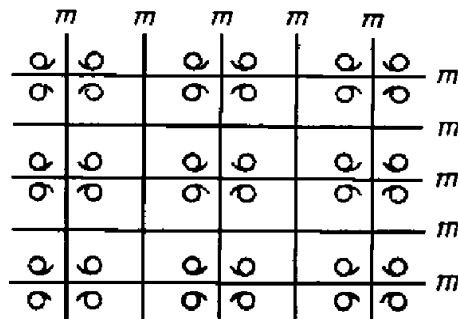


Рис. 5.4. Структурный мотив с зеркальными плоскостями m

В зависимости от направления скольжения плоскости скользящего отражения обозначаются символами a , b , c , n , d .

Если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси X , и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_x/2$, то данная плоскость называется плоскостью скользящего отражения a (рис. 5.5).

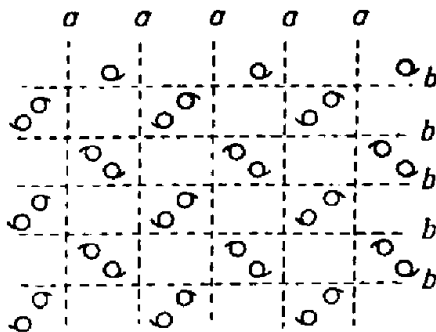


Рис. 5.5. Структурный мотив с плоскостями скольжения a и b

Если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси Y , и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_y/2$, то данная плоскость называется плоскостью скользящего отражения b (рис. 5.6).

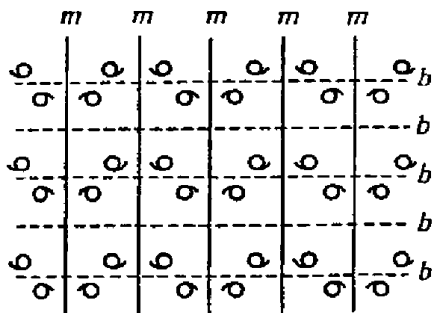


Рис. 5.6. Структурный мотив с зеркальными плоскостями m и плоскостями скольжения b

Если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси Z , и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_z/2$, то данная плоскость называется плоскостью скользящего отражения c (рис. 5.7).

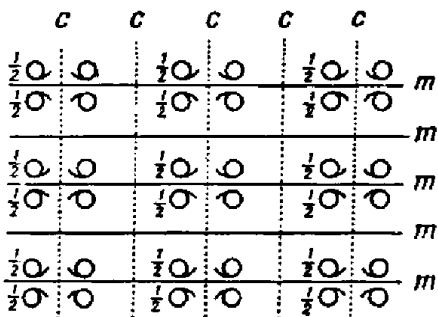


Рис. 5.7. Структурный мотив с зеркальными плоскостями m и плоскостями скольжения c

Если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси X , и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_y/2 + \tau_z/2$ (или если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси Y , и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_x/2 + \tau_z/2$, или если отражение происходит в плоскости, перпендикулярной оси Z ,

и скольжение имеет место вдоль этой плоскости на $\tau_x/2 + \tau_y/2$, то эти плоскости называются **клиноплощадями** π (рис. 5.8).

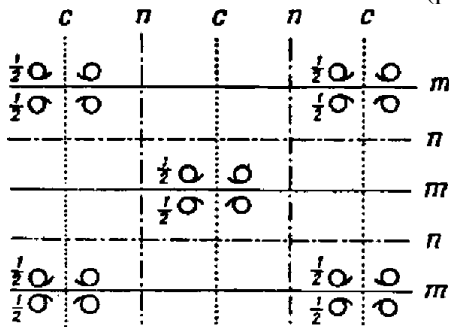


Рис. 5.8. Структурный мотив с зеркальными плоскостями m , плоскостями скольжения c и клиноплощадями π

В ромбической структуре FeS_2 (марказит) атомы связаны двумя вертикальными клиноплощадями π (рис. 5.9).

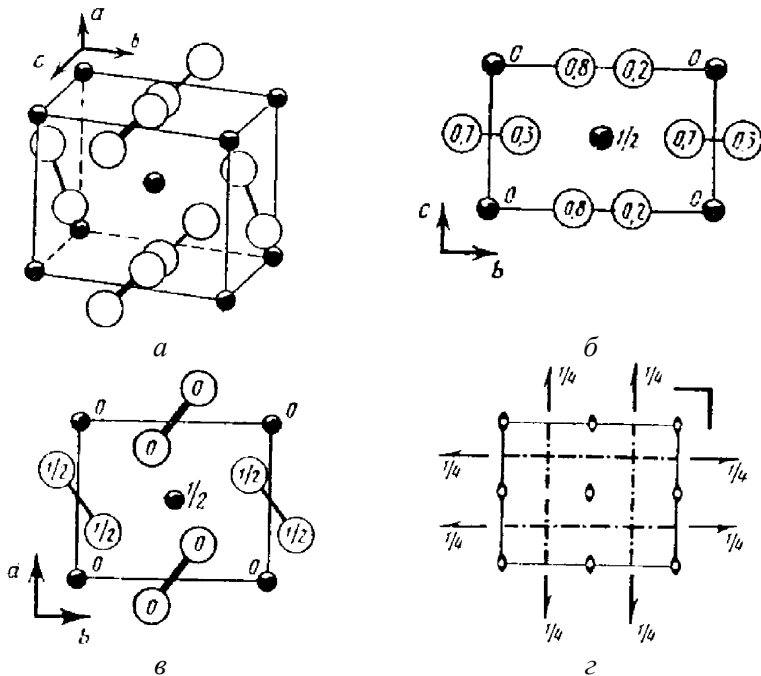


Рис. 5.9. Структура марказита FeS_2 :

a – общий вид; b – проекция структуры на плоскость осей YZ ; c – проекция структуры на плоскость XY ; z – пространственная (федоровская группа) $Pn\bar{3}m$

В I - и F -центрированных ячейках Бравэ возможно появление так называемых алмазных плоскостей симметрии, или **диагональных плоскостей d** . Действие этих плоскостей – сочетание отражения и диагональной трансляции или на $\tau_x/4 + \tau_y/4$, или на $\tau_x/4 + \tau_z/4$, или на $\tau_y/4 + \tau_z/4$ в зависимости от расположения плоскостей отражения по отношению к координатным осям (рис. 5.10).

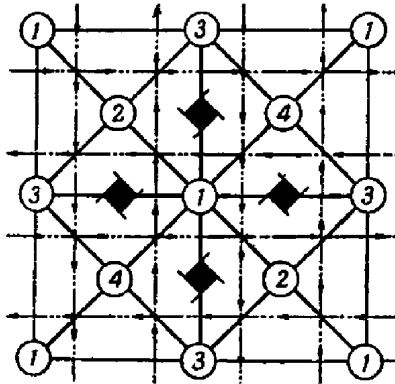


Рис. 5.10. Проекция структуры алмаза на плоскость (001) с диагональными (алмазными) плоскостями d

Пространственные (федоровские) группы симметрии

Взаимодействие элементов микросимметрии и 14 типов ячеек приводит к 230 различным пространственным группам симметрии (Е.С. Федоров – 1890 г.; А. Шенфлис – 1891 г.).

Для обозначения пространственных групп симметрии применяют международные символы (табл. 5.2).

Международный (интернациональный) символ пространственной группы составлен так, что по виду символа при помощи теорем о сочетании элементов симметрии можно наглядно представить всю совокупность элементов симметрии этой группы. В символе пространственной группы пишутся только порождающие элементы симметрии.

В международном символе пространственной группы на первом

месте всегда стоит буква, обозначающая тип ячейки Бравэ; далее – порождающие элементы симметрии, каждый на определенном месте. Нарушение порядка записи меняет смысл символа.

Таблица 5.2

Обозначение пространственных групп симметрии по международной символической

Сингония	Позиция в символе			
	1	2	3	4
Триклинная	Тип решетки Бравэ	Имеющийся элемент симметрии		
Моноклинная		Ось 2 или 2_1 и плоскость, ей перпендикулярная		
Ромбическая		Плоскость, перпендикулярная, или ось, параллельная оси X , оси Y , оси Z		
Тригональная Гексагональная		Ось высшего порядка и плоскость, ей перпендикулярная	Координатная плоскость или ось (большая диагональ ромба с $\gamma = 120^\circ$)	Диагональная плоскость или ось (малая диагональ ромба с $\gamma = 120^\circ$)
Тетрагональная		Ось высшего порядка и плоскость, ей перпендикулярная	Координатная плоскость или ось	Диагональная плоскость или ось
Кубическая		Координатная плоскость или ось	3	Диагональная плоскость или ось

При обозначении международными символами необходимо соблюдать ряд правил:

1. Если в одном направлении есть и плоскости зеркального отражения, и плоскости скользящего отражения, то в символ группы вводится обозначение плоскости зеркального отражения.

2. Если в одном направлении есть и плоскости, и оси, то в символе указывается плоскость.

3. Если в одном направлении есть оси различных порядков, то записывается старшая из них.

4. Если на каком-то месте нет элемента симметрии, то пишется

цифра 1.

Символ пространственной группы показывает, что пространственные группы получаются, если совместить элементы симметрии точечной группы с каждым узлом соответствующей решетки Бравэ. Так, $Fm\bar{3}m$ означает гранецентрированную кубическую решетку, с каждым узлом которой ассоциируется точечная группа $m\bar{3}m$; $P6_3/mmc$ означает гексагональную примитивную решетку, которая выводится из $P6/mmm$ путем замены шестерной поворотной оси винтовой осью 6_3 , а одной из зеркальных плоскостей – плоскостью скользящего отражения c . Точечная симметрия групп $P6_3/mmc$ и $P6/mmm$ одинакова. Симметрия точечной группы любого кристалла выводится непосредственно из символа пространственной группы заменой в нем винтовых осей соответствующими простыми поворотными осями и плоскостей скользящего отражения зеркальными плоскостями.

Если хорошо понять плоские группы, то разобраться в таблицах трехмерных пространственных групп не составит труда.

Пространственные группы получаются приложением симметрии точечных групп к конечным решеткам, причем принимается во внимание возможность трансляционной симметрии. Всего существует пять плоских сеток, показанных на рис. 5.11.

На рис. 5.12–5.28 приведены 17 двумерных пространственных групп (или групп плоской симметрии).

Обозначим символом ρ – примитивные и символом c – центрированные решетки. Единственный дополнительный элемент симметрии в двух измерениях – это линия скользящего отражения (g), которая на рис. 5.12–5.28 обозначается штриховой линией. Этот элемент симметрии включает отражение и трансляцию на $\frac{1}{2}$ периода повторяемости сетки в направлении, параллельном линии.

Название рисунков 5.12–5.28 состоит из:

- 1) сокращенного международного символа (табл. 5.3);
- 2) точечной группы;
- 3) типа решетки.

Под чертежами указано положение начала координат, а в столбцах (слева направо):

- 1) число эквивалентных позиций;
- 2) точечная группа симметрии этих позиций;
- 3) координаты эквивалентных позиций.

Координаты позиций x и y выражаются в единицах, равных

длине соответствующих ребер элементарной ячейки (т. е. периодам решетки вдоль осей x и y).

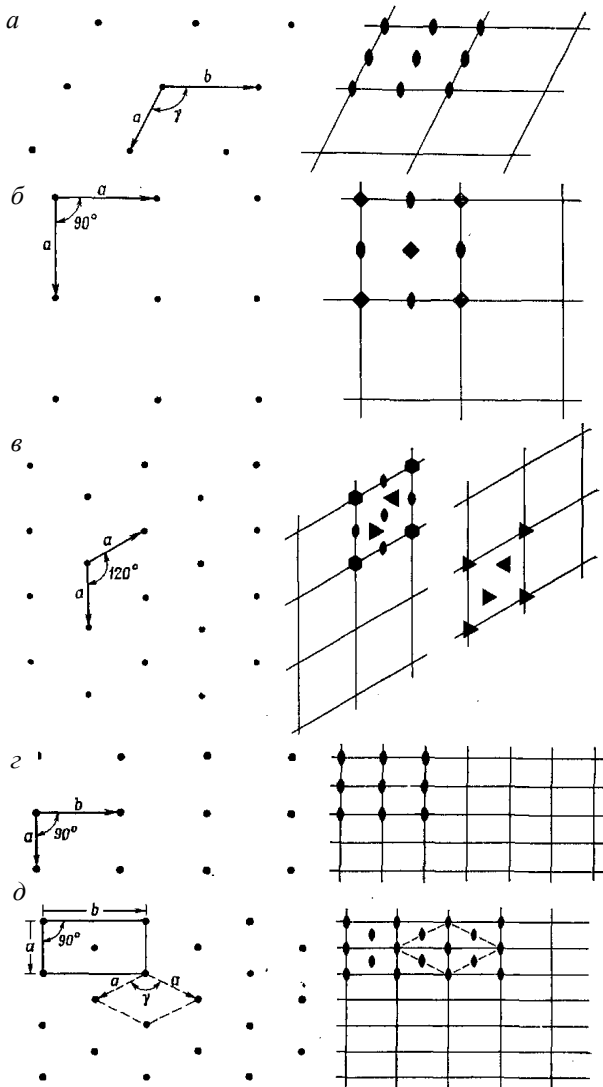


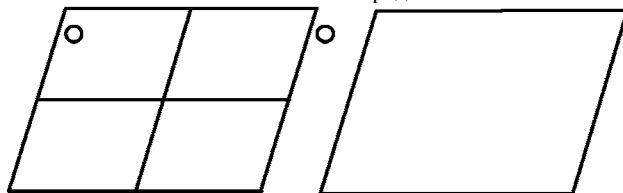
Рис. 5.11. Пять типов симметрий

(оси симметрии проходят перпендикулярно плоскости чертежа):

a – простая параллелограмматическая сетка; $б$ – квадратная сетка; $в$ – правильная

треугольная сетка; c – прямоугольная сетка; d – центрированная прямоугольная, или простая ромбическая, сетка:

◊ – ось симметрии 2-го порядка; ▲ – ось 3-го порядка; ■ – ось 4-го порядка;
 ● – ось 6-го порядка

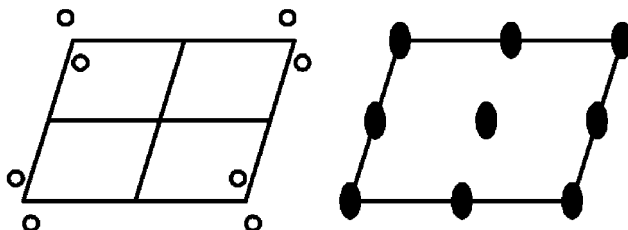


Начало координат на оси 1

Координаты эквивалентных позиций:

1 1 x, y

Рис. 5.12. $p1$ Параллелограмматическая двумерная пространственная группа



Начало координат в точке выхода оси 2

Координаты эквивалентных позиций:

2 1 x, y, \bar{x}, \bar{y}

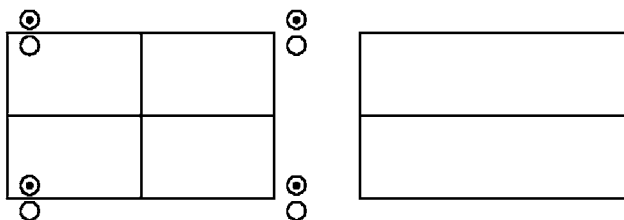
1 2 $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

1 2 $\frac{1}{2}, 0$

1 2 $0, \frac{1}{2}$

1 2 $0, 0$

Рис. 5.13. $p2\ 2$ Параллелограмматическая двумерная пространственная группа

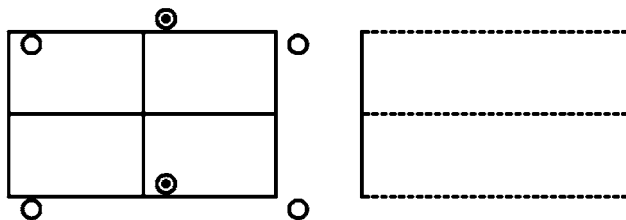


Начало координат на m

Координаты эквивалентных позиций:

2	1	x, y, \bar{x}, y
1	m	$\frac{1}{2}, y$
1	2	$0, y$

Рис. 5.14. $pm\ m$ Прямоугольная двумерная пространственная группа

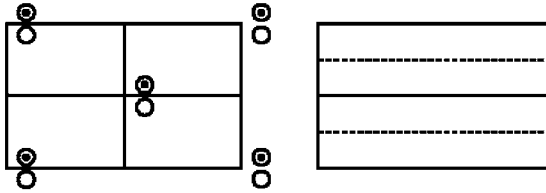


Начало координат на g

Координаты эквивалентных позиций:

2	1	$x, y, \bar{x}, \frac{1}{2} + y$
---	---	----------------------------------

Рис. 5.15. $pg\ m$ Прямоугольная двумерная пространственная группа



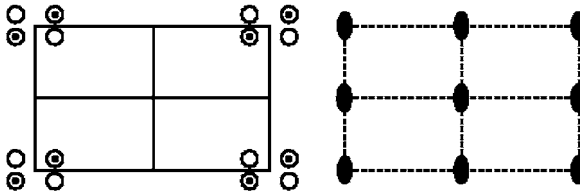
Начало координат на m

Координаты эквивалентных позиций:

$$(0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) +$$

$$\begin{array}{l} 4 \quad 1 \quad x, y, \bar{x}, y \\ 2 \quad m \quad 0, y \end{array}$$

Рис. 5.16. $cm\ m$ Прямоугольная двумерная пространственная группа



Начало координат в точке $2mm$

Координаты эквивалентных позиций:

$$4 \quad 1 \quad x, y, \bar{x}, y, \bar{x}, \bar{y}; x, \bar{y}$$

$$2 \quad m \quad \frac{1}{2}, y, \frac{1}{2}, \bar{y}$$

$$2 \quad m \quad 0, y, 0, \bar{y}$$

$$2 \quad m \quad x, \frac{1}{2}; \bar{x}, \frac{1}{2}$$

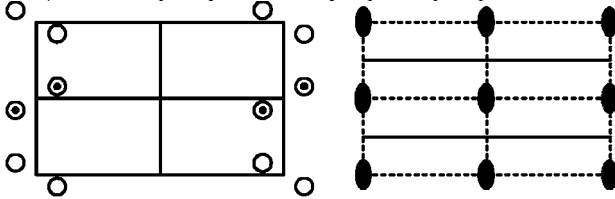
$$2 \quad m \quad x, 0; \bar{x}, 0$$

$$1 \quad mm \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

$$1 \quad mm \quad \frac{1}{2}, 0$$

$$\begin{array}{l}
 1 \quad mm \quad 0, \frac{1}{2} \\
 1 \quad mm \quad 0, 0
 \end{array}$$

Рис. 5.17. $pm\bar{m} \quad mm$ Прямоугольная двумерная пространственная группа

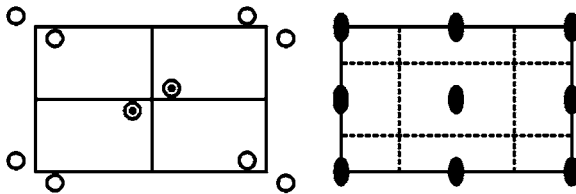


Начало координат в точке выхода оси 2

Координаты эквивалентных позиций:

$$\begin{array}{l}
 4 \quad 1 \quad x, y; \bar{x}, \bar{y}; \frac{1}{2} + x, \bar{y}; \frac{1}{2} - x, y \\
 2 \quad m \quad \frac{1}{4}, y; \frac{3}{4}, \bar{y} \\
 2 \quad 2 \quad 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \\
 2 \quad 2 \quad 0, 0; \frac{1}{2}, 0
 \end{array}$$

Рис. 5.18. $pmg \quad mm$ Прямоугольная двумерная пространственная группа



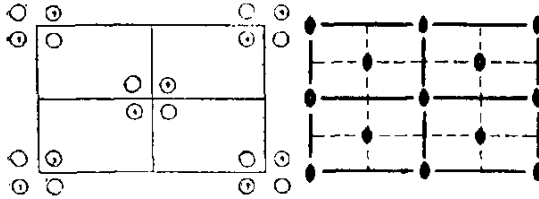
Начало координат в точке выхода оси 2

Координаты эквивалентных позиций:

$$4 \quad 1 \quad x, y; \bar{x}, \bar{y}; \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y; \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y$$

$$\begin{array}{ll}
 2 & 2 \quad \frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2} \\
 2 & 2 \quad 0, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Рис. 5.19. *pgg mm* Прямоугольная двумерная пространственная группа



Начало координат в точке пересечения $2m$

Координаты эквивалентных позиций:

$$(0, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) +$$

$$8 \quad 1 \quad x, y, \bar{x}, \bar{y}, \bar{x}, \bar{y}; x, \bar{y}$$

$$4 \quad m \quad 0, y, 0, \bar{y}$$

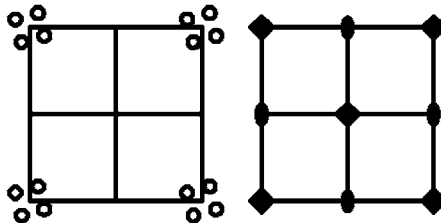
$$4 \quad m \quad x, 0; \bar{x}, 0$$

$$4 \quad 2 \quad \frac{1}{4}, \frac{1}{4}; \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$$

$$2 \quad mm \quad 0, \frac{1}{2}$$

$$2 \quad mm \quad 0, 0$$

Рис. 5.20. *cm* Прямоугольная двумерная пространственная группа



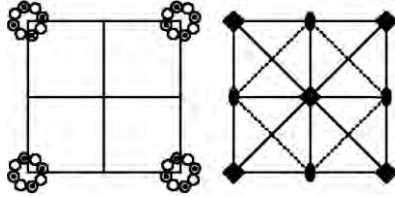
Начало координат в точке выхода оси 4

Координаты эквивалентных позиций:

$$4 \quad 1 \quad x, y, \bar{x}, \bar{y}; y, \bar{x}; \bar{y}, x$$

2	2	$\frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}$
1	4	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
1	4	0, 0

Рис. 5.21. $p4$ 4 Квадратная двумерная пространственная группа

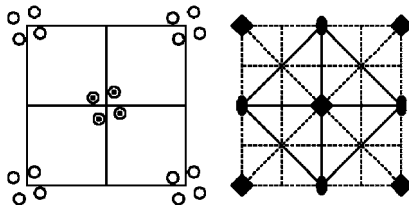


Начало координат в точке пересечения 4mm

Координаты эквивалентных позиций:

8	1	$x, y, \bar{x}, \bar{y}; y, \bar{x}; \bar{y}, x; \bar{x}, y, x, \bar{y}; \bar{y}, \bar{x}; y, x$
4	m	$x, x; \bar{x}, \bar{x}; \bar{x}, x; x, \bar{x}$
4	m	$x, \frac{1}{2}; \bar{x}, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, x; \frac{1}{2}, \bar{x}$
2	mm	$\frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}$
1	$4mm$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
1	$4mm$	0, 0

Рис. 5.22. $p4m$ 4mm Квадратная двумерная пространственная группа



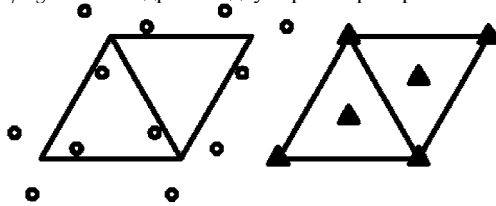
Начало координат в точке выхода оси 4

Координаты эквивалентных позиций:

8	1	$x, y, y, \bar{x}; \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + x; \bar{y}, \bar{x}; \bar{y}, x;$ $\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + x$
---	---	---

4	m	$x, \frac{1}{2} + x; \bar{x}, \frac{1}{2} - x; \frac{1}{2} + x, \bar{x}; \frac{1}{2} - x, x$
2	mm	$\frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}$
2	4	$0, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

Рис. 5.23. $p4g$ $4mm$ Квадратная двумерная пространственная группа

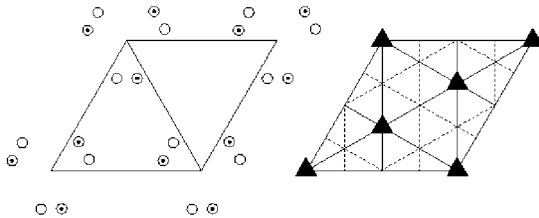


Начало координат в точке выхода оси 3

Координаты эквивалентных позиций:

3	1	$x, y, \bar{y}, x - y, y - x, \bar{x}$
1	3	$\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
1	3	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$
1	3	$0, 0$

Рис. 5.24. $p3$ 3 Правильная треугольная двумерная пространственная группа



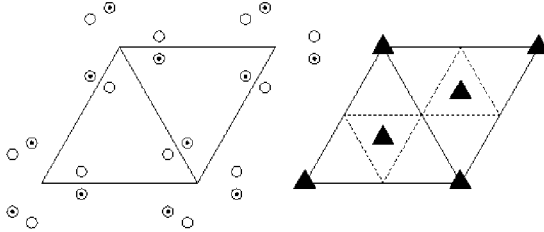
Начало координат в точке пересечения 3m

Координаты эквивалентных позиций:

6	1	$x, y, \bar{y}, x - y, y - x, \bar{x}; x, x - y, y - x, y, \bar{y}, \bar{x}$
3	m	$x, \bar{x}; x, 2x; 2\bar{x}, \bar{x}$

1	$3m$	$\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
1	$3m$	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$
1	$3m$	$0, 0$

Рис. 5.25. $\rho 3m1$ $3m$ Правильная треугольная двумерная пространственная группа

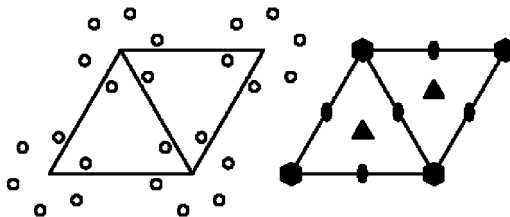


Начало координат в точке пересечения $31m$

Координаты эквивалентных позиций:

6	1	$x, y, \bar{y}, x-y, y-x, \bar{x}; y, x; \bar{x}, y-x; x-y, \bar{y}$
3	m	$x, 0; 0, x; \bar{x}, \bar{x}$
2	3	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{2}{3}, \frac{1}{3};$
1	$3m$	$0, 0$

Рис. 5.26. $\rho 31m$ $3m$ Правильная треугольная двумерная пространственная группа



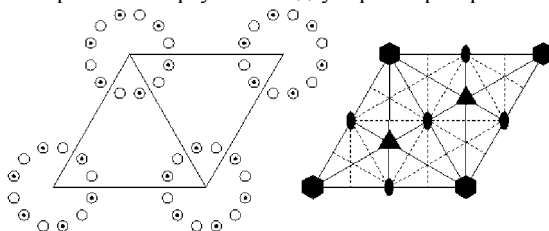
Начало координат в точке выхода оси b

Координаты эквивалентных позиций:

6	1	$x, y, \bar{y}, x-y, y-x, \bar{x}; \bar{x}, \bar{y}; y, y-x; x-y, x$
---	---	--

3	2	$\frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
2	3	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
1	6	0, 0

Рис. 5.27. *р6* Правильная треугольная двумерная пространственная группа



Начало координат в точке пересечения бтт

Координаты эквивалентных позиций:

12	1	$x, y, \bar{y}, x-y, y-x, \bar{x}; y, x; \bar{x}, y-x; x-y, \bar{y}; \bar{x}, \bar{y};$ $y, y-x; x-y, x; \bar{y}, \bar{x}, x, x-y, y-x, y$
6	m	$x, \bar{x}; x, 2x; 2\bar{x}, \bar{x}; \bar{x}, x; \bar{x}, 2\bar{x}; 2x, x$
6	m	$x, 0; 0, x; \bar{x}, \bar{x}; \bar{x}, 0; 0, \bar{x}; x, x$
3	mm	$\frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
2	$3m$	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
1	$6mm$	0, 0

Рис. 5.28. *р6mm* Правильная треугольная двумерная пространственная группа

Пространственные группы, которые возникают в результате комбинации двумерных решеток и двумерных точечных групп, приведены в табл. 5.3.

Кроме того, пространственные группы показаны в виде схем на рис. 5.12–5.28. На всех чертежах ось x направлена вниз, а ось y го-

ризонтальна; за положительное направление оси U принято направление вправо. На каждом чертеже слева показаны эквивалентные общие позиции пространственной группы, т. е. полный набор позиций, получаемых под действием элементов симметрии данной пространственной группы на одну исходную позицию, выбранную произвольным образом. Полное число общих позиций равно числу позиций, заключающихся в элементарной ячейке, но для того, чтобы показать симметрию узла, приведены также окружающие позиции. Правый чертеж иллюстрирует группу пространственно расположенных операторов симметрии, т. е. истинную пространственную (плоскую) группу. Под каждым из чертежей на рис. 5.12–5.18, кроме общих позиций, указаны также частные позиции. Это позиции, расположенные на некоторых операторах симметрии; повторение этих исходных точек дает меньшее число эквивалентных позиций, чем в общем случае. Кроме того, для каждой частной позиции проводится ее симметрия.

Таблица 5.3

Двумерные решетки, точечные группы
в пространственных группах

Система и символ решетки	Точечная группа	Символ пространственной группы		Номер пространственной группы
		Полный	Краткий	
Параллелограмматическая; p (примитивная)	1	$p1$	$p1$	1
	2	$p2$	$p2$	2
Прямоугольная; p (примитивная) и c (центрированная)	m	$p1\ m1$	pm	3
	$2mm$	$p1\ g1$	pg	4
		$c1\ m1$	cm	5
		$p2\ mm$	pm	6
		$p2\ mg$	pmg	7
		$p2\ gg$	pgg	8
		$c2\ mm$	cm	9
Квадратная; p	4	$p4$	$p4$	10
	$4mm$	$p4\ mm$	$p4\ m$	11
		$p4\ gm$	$p4\ g$	12

Правильная треугольная (гексагональная); p	3	$p3$	$p3$	13
	$3m$	$p3m1$	$p3m1$	14
		$p31m$	$p31m$	15
	6	$p6$	$p6$	16
	$6mm$	$p6mm$	$p6m$	17

Замечание. Две различные группы $p3m1$ и $p31m$ соответствуют двум различным ориентировкам точечной группы по отношению к решетке. В остальных случаях от этого не получаются различные группы.

Группа $p1$ (№ 1) получается при сочетании параллелограмматической сетки с поворотной осью симметрии первого порядка. Частные позиции в элементарной ячейке отсутствуют. Группа $p2$ (№ 2) возникает при сочетании параллелограмматической сетки и поворотной симметрии второго порядка. Наличие зеркальной плоскости симметрии **требует** прямоугольной сетки, и, если эта сетка сочетается с **единственной** плоскостью симметрии, получается пространственная группа pm (№ 3). Точки \bigcirc и \bullet зеркально симметричны друг другу. Если плоскость симметрии заменить линией скользящего отражения, получим пространственную группу pg (№ 4). В группе № 4 линия скользящего отражения перпендикулярна оси x .

Центрированная прямоугольная решетка обязательно обладает линией скользящего отражения (например, как в cm , № 5), но только одной, соответствующей плоской точечной группе m . Т. к. в этом случае сетка является многократно примитивной, в узле $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ обязательно возникает мотив, симметричный узлу $(0, 0)$. Следовательно, эти координаты эквивалентных позиций, будучи добавлены к $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, дают дополнительные эквивалентные позиции. Если с прямоугольной решеткой сочетаются две зеркальные плоскости, пересекающиеся под прямым углом, мы получим двойные оси в точках пересечения этих плоскостей (pmc , № 6). Если одну из зеркальных плоскостей заменить плоскостью g , двойные оси будут лежать посередине между точками их пересечения (pmg , № 7).

Группа cmc (№ 9) обязательно включает наличие двух семейств линий скользящего отражения. Символ $p4$ означает квадратную решетку и точечную группу 4; сочетание их обязательно приводит к образованию двойных осей (№ 10), однако зеркальные плоскости не обязательны. Если оси 4 лежат в точках пересечения двух семейств

зеркальных плоскостей, мы имеем группу p^4m (№ 11), в которой обязательно имеются линии диагонального скольжения. Однако оси 4 могут также лежать на пересечении двух семейств линий скользящего отражения; в этом случае снова возникают два семейства зеркальных плоскостей, но эти плоскости пересекаются по двойным осям, давая в точках пересечения симметрию точечной группы mm (№ 12). Правильная треугольная сетка и точечная группа 3 дают пространственную группу $p\bar{3}$ (№ 13). Когда с тройной осью сочетаются зеркальные плоскости, т. е. если мы имеем комбинацию точечной группы $3m$ и правильной треугольной сетки, тогда зеркальные плоскости могут располагаться относительно точек сетки двумя различными способами, давая плоские группы $p\bar{3}1m$ и $p\bar{3}m1$ (№ 14, 15). В случае гексагональной точечной группы $6mm$, которая обязательно имеет два семейства зеркальных плоскостей, аналогичная двойственность не возникает; соответствующие пространственные группы – $p\bar{6}$ и $p\bar{6}mm$ (№ 16, 17).

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с описанием новых элементов симметрии, а также двумерных пространственных групп, приведенным в теоретической части лабораторной работы.
2. Получить у инженера или преподавателя карточки заданий, отображающие графические мотивы, выражающие двумерные пространственные группы. Путем изучения мотива определить заданные двумерные пространственные группы и обозначить их.
3. После выполнения п. 2, используя IBM-совместимый персональный компьютер с программным обеспечением, позволяющим отображать GIS-файлы, изучить 32 пространственные группы.

Содержание отчета о работе

- Отчет о лабораторной работе должен включать:
- цель данной работы;
 - инструменты и принадлежности для работы;

– карточки заданий с записанными на них двумерными пространственными группами.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Объясните разницу между точечной и пространственной группами симметрии.
2. Назовите элементы симметрии, встречающиеся только в пространственных группах симметрии.
3. Как выполняется обозначение пространственных групп симметрии по международной символике?
4. Опишите возможные типы плоских сеток.
5. Как определяются координаты эквивалентных позиций в пространственных группах?
6. Что обозначает символ g в плоской группе pmg ?
7. В чем выражается отличие между плоскими группами $p31m$ и $p3m1$?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.
2. Келли, А. Кристаллография и дефекты в кристаллах : пер. с англ. / А. Келли, Г. Гровс ; под ред. М. П. Шаскольской. – М. : Наука, 1971. – 401 с.
3. Бокий, Г. Б. Кристаллохимия / Г. Б. Бокий. – М. : Мир, 1974. – 486 с.

Лабораторная работа № 6

ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТРУКТУРНЫХ ТИПОВ

Цель работы. Ознакомиться с описанием некоторых структурных типов. Используя мультимедийные средства, изучить 3D-модели, отражающие кристаллическое строение ювелирных камней. По результатам изучения 3D-модели составить отчет, включающий скриншоты, отображающие иллюстрации, приведенные в описании некоторых структурных типов, описание элементарной ячейки, пространственной группы симметрии, ее представления в виде координатных тетраэдров, а также шаровой упаковки.

Инструменты и принадлежности для работы

1. IBM-совместимый персональный компьютер с установленным пакетом Java.
2. Набор файлов, содержащих 3D-модели кристаллических веществ.

Структура алмаза

В структурном типе алмаза кристаллизуются важнейшие элементарные полупроводники, элементы IV группы периодической системы элементов: германий, кремний, а также серое олово (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Характеристики элементарных полупроводников со структурой типа алмаза

Элемент	Параметр решетки, нм	Температура плавления, °С
Алмаз	0,357	–
Кремний	0,543	1420
Германий	0,566	936
Серое олово	0,649	232

Кристаллы принадлежат к классу $m\bar{3}m$ кубической сингонии. Тип ячейки Бравэ – гранецентрированная кубическая (ГЦК). Атомы

углерода занимают все узлы ГЦК-ячейки, а также центры половины октантов, на которые можно разбить куб (рис. 6.1), причем заполненные и незаполненные октанты чередуются в шахматном порядке: рядом с заполненным октантом – незаполненный, под незаполненным – заполненный и т. д.

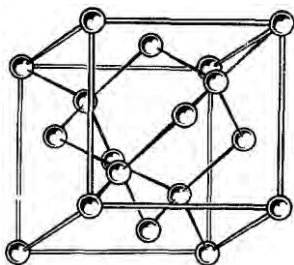


Рис. 6.1. Структурный тип алмаза

Это выглядит так, как если бы в элементарную ГЦК-ячейку вдвинули вторую такую же ячейку так, что атом $[[000]]$ одной из ячеек совпадает с атомом $[[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}]]$ второй ячейки.

Пространственная группа структуры алмаза $Fd\bar{3}m$; в координатных направлениях проходят плоскости скользящего отражения типа d («алмазные»), в диагональных – плоскости типа m . На их пересечениях порождаются винтовые оси 4_1 .

Все связи в структуре алмаза направлены по $\langle 111 \rangle$ и составляют друг с другом углы $109^\circ 28'$. Каждый атом окружен четырьмя такими же атомами, располагающимися по вершинам тетраэдра (рис. 6.2); к. ч. = 4, к. м. – тетраэдр.

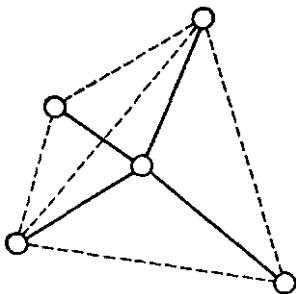
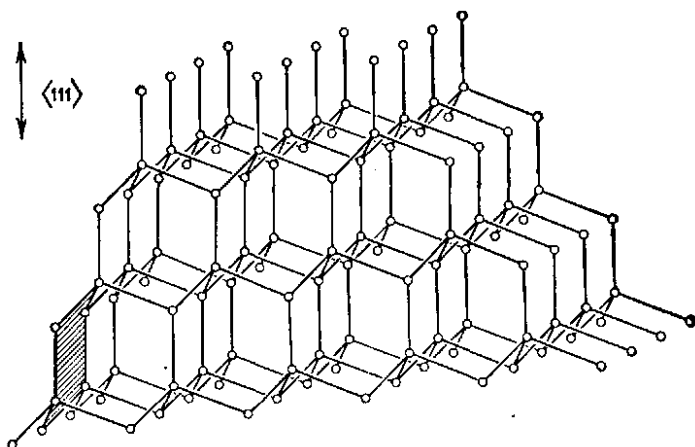


Рис. 6.2. Координационный тетраэдр в структуре алмаза

На одну элементарную ячейку приходится 8 атомов: в вершинах ячейки – $8 \cdot \frac{1}{8}$, на гранях – $6 \cdot \frac{1}{2}$ и внутри ячейки – 4.

Координаты базиса: $[[000]], [[0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}], [[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0]], [[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}], [[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}], [[\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}], [[\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}]]$.

Плотнейшей упаковки в структуре нет. Однако есть плоскости (слои), упакованные плотнее, чем любые другие. Они отчетливо видны на рис. 6.3, где структура алмаза представлена со стороны плоскости (110) так, что направление $\langle 111 \rangle$, т. е. ось 3, вертикально.



Рис/ 6.3. Структура алмаза в проекции на плоскость (110)

В этом ракурсе явно выделяются слои плоскостей $\{111\}$, перпендикулярных осям 3. Ретикулярная плотность в таких слоях наибольшая, а направления $\langle 110 \rangle$ (диагонали граней куба), лежащие в этих слоях, являются наиболее плотно упакованными направлениями. На рисунке видно, что слои $\{111\}$ двойные, как бы состоящие из двух подслоев: один подслоем состоит из атомов, у которых вертикально расположенные связи направлены вверх, второй – из атомов, у которых такие же связи направлены вниз. Подслои двойного слоя соединены между собой тремя связями на атом, а с двумя соседними двойными слоями – одной связью на атом. Такое расположение играет существенную роль в анизотропии механических свойств кристаллов со структурой алмаза.

На рис. 6.3 видно, что в структуре существуют шестисторонние «каналы» в направлениях $\langle 110 \rangle$, проходящие насквозь. По этим каналам особенно легко идет диффузия примесей в кристалле.

Также обратим внимание на четко вырисовывающуюся фигуру ступенчатого гексагона с вершинами, обращенными в разные стороны (на рис. 6.3 один из этих гексагонов для наглядности заштрихован).

В точечной группе симметрии алмаза есть центр симметрии, все направления неполярны. В структуре центр симметрии располагается на середине связи между двумя любыми соседними атомами.

Структура графита

Графит – гексагональная модификация углерода, термодинамически устойчивая при температурах ниже $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Структура графита (рис. 6.4) слоистая, причем каждый из чередующихся слоев (0001) построен по одному и тому же закону из гексагональных ячеек (рис. 6.5, *a*). Каждый слой смещен по отношению к двум соседним, точно повторяющим друг друга, на половину большой диагонали гексагона. Поэтому структура двухслойная с чередованием слоев $\dots ABABAB\dots$.

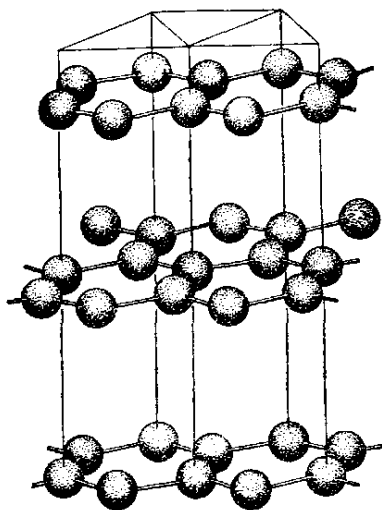


Рис. 6.4. Структура графита (модель)

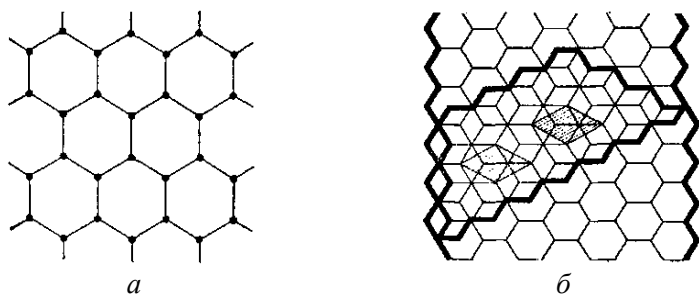


Рис. 6.5. Структура графита:
a – схема плоскости сетки (0001); *б* – мотив расположения пары плоских сеток

На рис. 6.5, *б* два соседних слоя *A* и *B* частично перекрываются. Это сделано для того, чтобы наглядно показать характер смещения соседних слоев. На фоне области перекрытия слоев показана элементарная ячейка (заштрихованный ромб). Каждый из слоев составлен из гексагональных ячеек. Под центром (незаполненным) гексагона одного слоя лежит вершина гексагона следующего слоя, вершины гексагонов верхнего слоя приходятся попеременно три над вершинами гексагонов нижнего слоя, три – над центрами этих гексагонов. Третий слой повторяет первый.

В элементарной ячейке содержится четыре атома. Для подсчета координационного числа учитываются атомы, находящиеся в данном слое на ближайшем расстоянии от данного атома, а затем, во вторую очередь, – ближайшие атомы в соседних слоях. При таком подсчете получаем для одних атомов к. ч. = 3 и 12, для других – к. ч. = 3 и 2.

Пространственная группа структуры графита – $P6_3/mmc$. Параллельно большой диагонали элементарной ячейки проходит плоскость *m*, параллельно малой диагонали – плоскость *c*. Структура графита является примером слоистой структуры: параметры решетки по оси *c* и осям, лежащим в плоскости слоев, различаются очень сильно – у графита $c = 0,339$ нм, $a = 0,142$ нм. Внутри слоя действуют прочные ковалентные связи, между слоями – слабые вандер-ваальсовы связи.

В кристаллах со слоистой структурой очень сильно различие физических свойств вдоль и поперек главной оси симметрии. Так, в графите электропроводность вдоль оси *c* в 105 раз больше, чем в

поперечных направлениях. Вследствие слоистости структуры кристаллы графита легко деформируются путем смещения вдоль плоскостей (0001), что позволяет применять графит в качестве смазки. Графитовые чешуйки, соскальзывающие вдоль плоскостей (0001), оставляют след на бумаге, когда пишешь графитовым карандашом.

Структуры сфалерита и вюрцита

Сульфид цинка ZnS кристаллизуется в виде кубического сфалерита (цинковой обманки) или гексагонального вюрцита. Такие же структуры характерны для многих полупроводниковых кристаллов типа: CdS, CdSe, CdTe, GaAs, GaP, InSb, InAs, InP, AlP, AlSb и др.

В сфалерите и вюрците каждый ион цинка тетраэдрически окружен ионами серы, а каждый ион серы – ионами цинка, расположенными по вершинам тетраэдра (рис. 6.6).

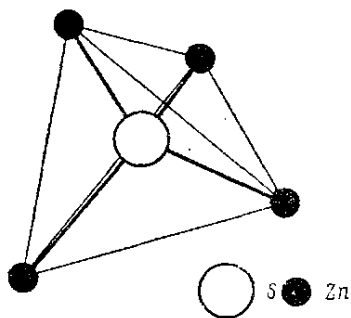


Рис. 6.6. Координационный многогранник в структуре сфалерита

Связи не только ковалентные, но и частично ионные.

Эти структуры рассматриваются как плотнейшая упаковка ионов серы, в которой ионы цинка занимают половину тетраэдрических пустот. Структура сфалерита соответствует плотнейшей кубической упаковке $...ABCABC...$, плотнейшие слои нормальны к четырем полярным направлениям $\langle 111 \rangle$. Структура вюрцита характеризуется плотнейшей гексагональной упаковкой $...ABABAB...$, плотнейшие слои нормальны к единичному полярному направлению $[0001]$.

На рис. 6.7 и 6.8 показаны структуры двух модификаций ZnS, построенные из координационных тетраэдров. В кубической упа-

ковке сфалерита треугольные основания тетраэдров любого слоя ориентированы так же, как и основания тетраэдров предыдущего слоя. В гексагональной упаковке вюрцита треугольные основания тетраэдров в последующих слоях повернуты на 60° . Каждая вершина является общей для четырех тетраэдров.

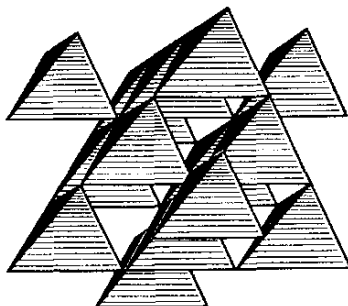


Рис. 6.7. Структура сфалерита, построенная из координационных тетраэдров

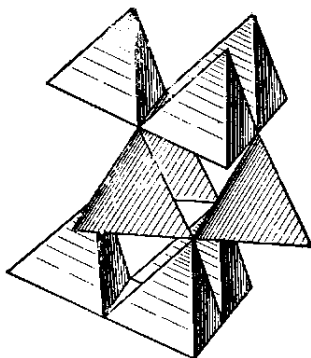


Рис. 6.8. Структура вюрцита, построенная из координационных тетраэдров

В структурах сфалерита и вюрцита нет центра симметрии, структуры полярны. В кристаллах, принадлежащих к полярным классам симметрии, возможны полярные физические свойства. Полупроводники с такими структурами могут принадлежать к важному классу – пьезоэлектрикам.

Сфалерит принадлежит к классу $\bar{4}3m$, в котором нет центра симметрии, а оси 3, т. е. направления $\langle 111 \rangle$, полярны. Возможны

простые формы – куб $\{100\}$, ромбический додекаэдр $\{110\}$ и тетраэдр $\{111\}$.

Структура сфалерита (рис. 6.9) сходна со структурой алмаза: это гранцентрированная кубическая решетка (ГЦК), в которой заселена половина тетраэдрических пустот. Заселенные октанты чередуются с незаселенными в шахматном порядке. Отличие от структуры алмаза заключается в том, что в алмазе все атомы одинаковы, а в сфалерите атомы одного сорта (например, серы) занимают узлы ГЦК-ячейки, а атомы другого (например, цинка) – центры четырех октантов. Структуру сфалерита можно описать как две ГЦК-решетки – серы и цинка, смещенные друг относительно друга на четверть телесной диагонали кубической ячейки, или как плотнейшую упаковку ионов серы, смещенную на такое же расстояние от аналогичной упаковки ионов цинка.

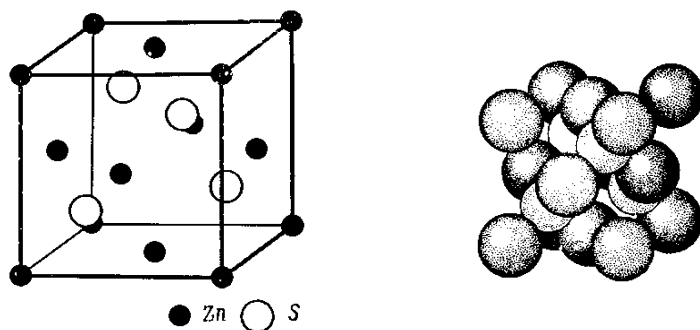


Рис. 6.9. Элементарная ячейка структуры сфалерита

Структуры алмаза и сфалерита имеют одну и ту же ГЦК-решетку Бравэ, но алмаз относится к голоэдрическому классу кубической сингонии $m\bar{3}m$, а сфалерит – к гемииэдри $\bar{4}3m$. Соответственно у алмаза большее богатство наборов симметрично эквивалентных плоскостей и направлений, чем у сфалерита, но значительно меньшая анизотропия физических свойств. Пространственная группа сфалерита – $F\bar{4}3m$ (алмаза – $Fd\bar{3}m$).

В отличие от алмаза у сфалерита нет центра симметрии, структура полярна.

Геометрическая полярность структуры сфалерита хорошо видна на рис. 6.10, особенно если сравнить его со структурой алмаза на рис. 6.3.

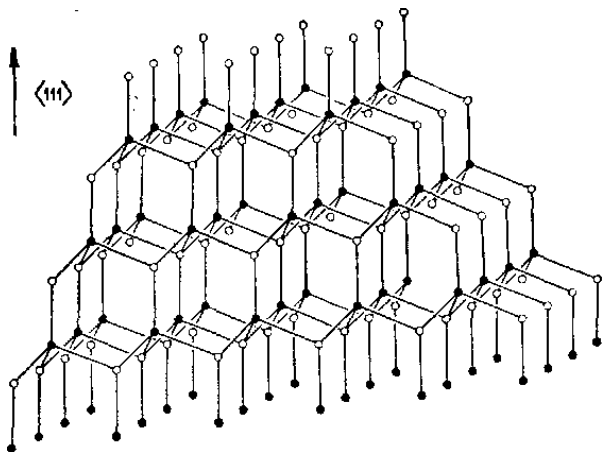


Рис. 6.10. Структура сфалерита в проекции на плоскость (110)

Двойные слои, параллельные $\{111\}$, в сфалерите состоят как бы из двух подслоев разных ионов – подслоя цинка и подслоя серы. Поэтому плоскости (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ так же, как и направления $[111]$ и $[1\bar{1}\bar{1}]$, различны по своим физическим свойствам.

Наиболее плотно упакованные плоскости – это плоскости $\{111\}$, перпендикулярные осям 3. Каждый ион серы в этой плоскости окружен шестью такими же ионами. Ионы соседних слоев находятся в пустотах между ионами исходного слоя, т. е. число ближайших соседей равно 12, что служит характерным признаком плотнейшей упаковки. Ионы цинка окружены четырьмя ионами, значит они располагаются в тетраэдрических пустотах.

Вюрцит принадлежит к классу $6mm$, в котором ось 6 является не только полярным, но и единичным направлением. Поэтому анизотропия физических свойств в кристаллах со структурой вюрцита еще сильнее, чем в сфалерите.

Элементарная ячейка вюрцита составлена из двух тригональных призм. Внутри правой из призм нет ионов, а левая призма заполнена: в ней есть еще по одному катиону и аниону на линии, проходящей через центры ее оснований (рис. 6.11, а). На одну элементарную ячейку приходится по два аниона $(8 \cdot \frac{1}{8} + 1)$ и по два катиона $(4 \cdot \frac{1}{4} + 1)$.

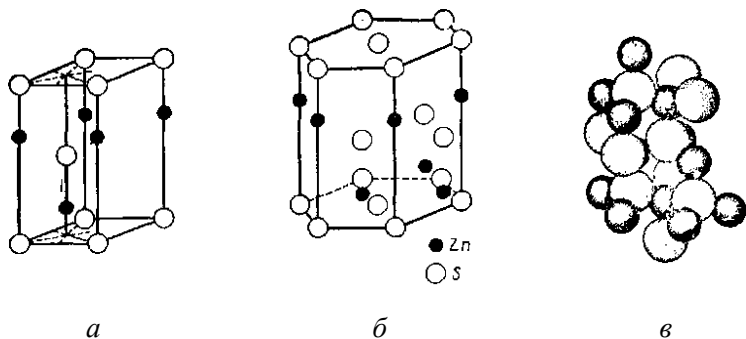


Рис. 6.11. Элементарная ячейка структуры вюрцита

Обычно гексагональная структура описывается не такой ячейкой, а гексагональной призмой, составленной из шести элементарных тригональных призм (рис. 6.11, б). Ионы одного элемента располагаются в вершинах гексагональной призмы, в центрах ее базисных граней и в центрах трех тригональных призм, а ионы второго элемента – в тех же трех тригональных призмах и на всех вертикальных ребрах гексагональной призмы.

Пространственная группа вюрцита – $P6_3mc$. Винтовая ось 6_3 проходит через линию центров масс незаполненной тригональной призмы. Вдоль большой диагонали основания примитивной элементарной ячейки проходит плоскость m , а вдоль малой диагонали – плоскость скользящего отражения типа c .

На рис. 6.12 структура вюрцита спроектирована на плоскость базиса (0001). Видно, что, как и сфалерит, вюрцит построен из двойных слоев, каждый из которых состоит из двух подслоев ионов разного сорта. Ионы внутри двойного слоя соединены тремя связями на каждый ион, а между двойными слоями – одной связью на ион. Двойные слои параллельны плоскости базиса (0001).

Плотнейшая упаковка в структуре вюрцита образована параллельными слоями анионов. Каждый анион окружен 12 анионами (рис. 6.11, в). Катионы находятся между четырьмя анионами на равных расстояниях от них, заполняя половину тетраэдрических пустот.

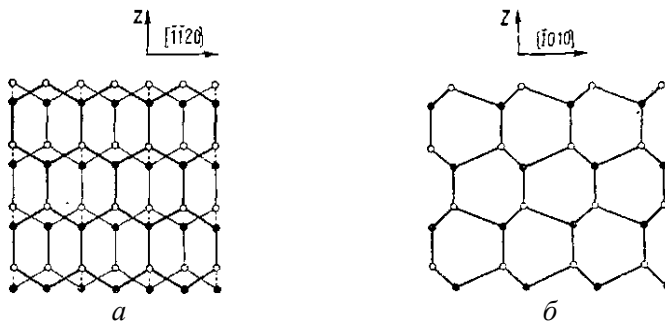


Рис. 6.12. Структура вюрцита в проекции на плоскость базиса (0001):
a – проекция в направлении $[\bar{1}\bar{1}20]$; *б* – проекция в направлении $[\bar{1}10]$

Структура шпинели

Структура шпинели $MgAl_2O_4$ характерна для соединения типа $X^{2+}Y_2^{3+}O_4^{2-}$, где X^{2+} и Y_2^{3+} – катионы, из которых хотя бы один принадлежит к группе переходных элементов, O – кислород.

Кристалл шпинели имеет ГЦК-решетку, в узлах которой расположены анионы, образующие плотнейшую кубическую трехслойную упаковку. Катионы располагаются в междуузлиях, заполняя их лишь частично. Элементарная ячейка шпинели – куб с удвоенным ребром: она состоит из 8 катионов X , 16 катионов Y и 32 анионов. На 32 аниона плотнейшей упаковки приходится 32 октаэдрические и 64 тетраэдрические пустоты, но из них катионы занимают 8 тетраэдрических (A -узлы) и 16 октаэдрических (B -узлы). В общей формуле шпинели $X[Y_2]O_4$ или $X[X'Y]O_4$ квадратными скобками выделены катионы, занимающие B -узлы.

Каждый анион окружен одним X - и тремя Y -катионами (рис. 6.13). Каждый катион X окружен четырьмя анионами, удаленными от него на расстояние $1/8$ пространственной диагонали элементарной ячейки, т. е. на $\frac{a}{8}\sqrt{3}$, где a – параметр элементарной ячейки. Координационный многогранник для X -катионов – тетраэдр. Каждый Y -катион окружен шестью анионами, отстоящими от него на расстоянии $a/4$, его координационный многогранник – октаэдр. Таким образом, структура построена из тетраэдров и октаэдров и каждый

ион кислорода принадлежит одному тетраэдру и трем октаэдрам.

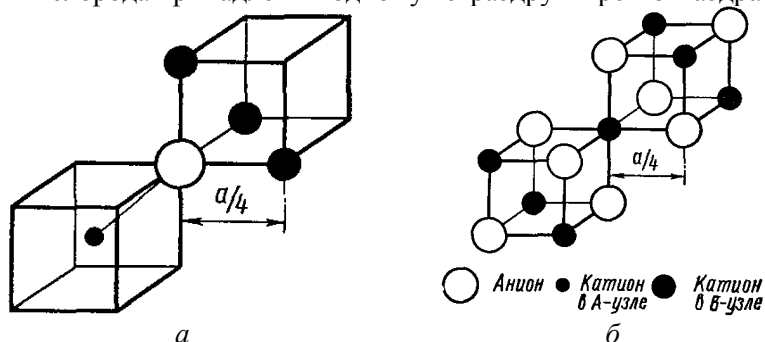


Рис. 6.13. Фрагмент ближайшего окружения аниона (*a*) и катиона в *B*-узле (*b*) в структуре шпинели

Мысленно разделим элементарную ячейку шпинели на восемь октантов. Анионы расположены одинаково во всех октантах: в каждом октанте по четыре аниона, образующих тетраэдр.

В противоположность этому, расположение катионов одинаково лишь в несмежных и имеющих одно общее ребро октантах, т. е. только в заштрихованных или только в белых октантах.

Тетраэдрические *A*-узлы образуют две ГЦК-решетки с ребром a , смещенные друг относительно друга на $\frac{a}{4}\sqrt{3}$ в направлении пространственной диагонали куба, т. е. как бы структуру алмаза. В правом октанте *X*-катионы находятся в центре и в четырех из восьми вершин, а в левом они занимают четыре другие вершины, центральное же место не занято ионом.

Октаэдрические *B*-узлы располагаются в узлах четырех взаимопроникающих ГЦК-решеток с ребром a , смещенных друг относительно друга на расстояние $\frac{a}{4}\sqrt{2}$ в направлении диагоналей граней куба, т. е. $\langle 110 \rangle$. *B*-узлы находятся только в несмежных октантах. Вместе с ионом кислорода они образуют в занятом квадранте куб с ребром $a/4$ (рис. 6.14).

Таким образом, в структуре шпинели имеются две различные катионные подрешетки: тетраэдрическая, или *A*-подрешетка, и октаэдрическая, или *B*-подрешетка.

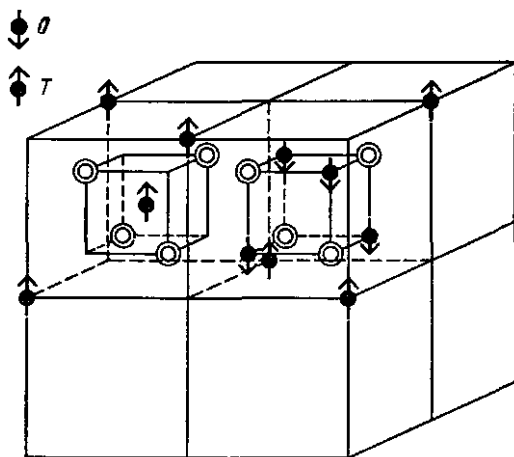


Рис. 6.14. Два смежных октанта в структуре шпинели:
двойные кружки – ионы кислорода: O – октаэдрические междуузлия;
 T – тетраэдрические междуузлия

Пространственная группа для структуры шпинели – $Fd\bar{3}m$. В структуре чередуются плоскости типа d с взаимно перпендикулярными направлениями скольжения.

Заполненные и незаполненные октаэдрические пустоты в направлениях $\langle 100 \rangle$ чередуются через одну, образуя цепочки. В пределах одной элементарной ячейки умещается четыре «этажа» тетраэдрических пустот, расположенных друг над другом. Цепочечный характер расположения пустот наблюдается по всем направлениям $\langle 100 \rangle$.

В структуре имеется два сорта слоев катионов: слои только из катионов X и смешанные слои, состоящие из катионов X и Y .

Пространственная схема заполнения пустот очень сложна. Пересечение слоев катионов цепочками октаэдров происходит в направлениях $\langle 110 \rangle$.

Связи в структуре шпинели смешанные, ионно-ковалентные. Распределение катионов по междуузлиям может быть и иным. Если в нормальных шпинелях катионы X^{2+} занимают тетраэдрические A , а катионы Y^{3+} – октаэдрические B -междуузлия так, что общая формула $X_2^{2+}Y_2^{3+}O_4^{2-}$, то в обращенных шпинелях октаэдрические меж-

доузлия заняты двумя сортами катионов: все катионы X^{2+} занимают B -положения, половина катионов Y^{3+} тоже находится в B -положениях, а вторая половина – в A -положениях так, что общая формула будет $X^{4+}Y_2^{2+}O_4^{2-}$. К обращенным шпинелям относятся, например, $MgFe_2O_4$, $CoFe_2O_4$, Fe_3O_4 ($= Fe \cdot Fe_2O_4$).

Как в нормальных, так и в обращенных шпинелях остаются не заполненные катионами пустоты обоих сортов. Кроме того, существует ряд шпинелей, промежуточных между нормальными и обращенными.

Структура шпинели характерна для ферритов – неметаллических магнитных кристаллов, обладающих замечательным сочетанием полупроводниковых и магнитных свойств и играющих исключительно важную роль в технике сверхвысоких частот, особенно в запоминающих устройствах ЭВМ.

Структура корунда

Структуру корунда $\alpha-Al_2O_3$ можно описать как ромбоэдрически деформированную структуру $NaCl$, в которой ион Na или ион Cl заменен группой Al_2O_3 (рис. 6.15).

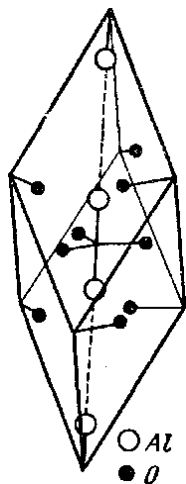


Рис. 6.15. Элементарная ячейка структуры корунда

Двухвалентные ионы кислорода образуют приблизительно гексагональную плотнейшую упаковку ...*ABABAB*..., а трехвалентные ионы алюминия заполняют $\frac{2}{3}$ октаэдрических пустот, лежащих в направлениях $\langle 1010 \rangle$ (рис. 6.16).

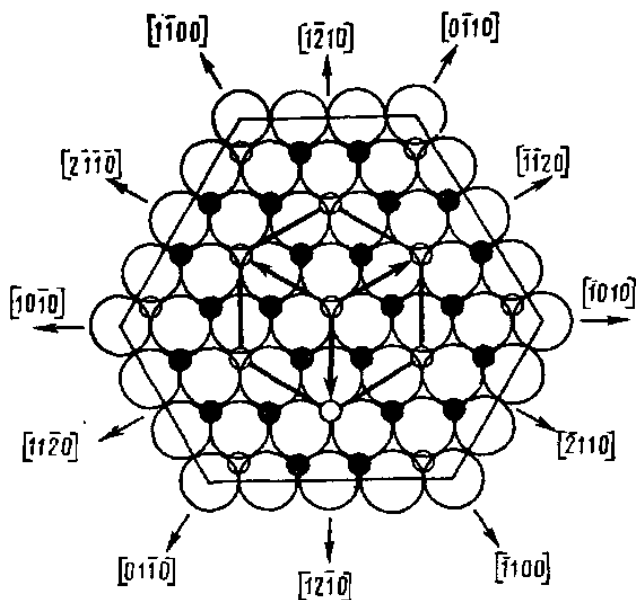


Рис. 6.16. Расположение ионов в плоскости базиса (0001) в структуре корунда: черные кружки – ионы алюминия, светлые кружки – ионы кислорода (малые – в плоскости чертежа, большие – под плоскостью чертежа)

Группы из трех ионов кислорода образуют общую плоскость из двух смежных октаэдров, и каждый из этих октаэдров связан с одной и той же парой ионов алюминия. Пары заселенных октаэдров, чередуясь с одним незаселенным, создают винтовые оси 3_1 , характеризующие так называемый корундовый мотив упаковки вдоль оси *C*. Расположение структурных единиц вдоль оси *C* повторяется через шесть слоев ионов кислорода с шестью промежуточными слоями ионов алюминия (рис. 6.17, 6.18).

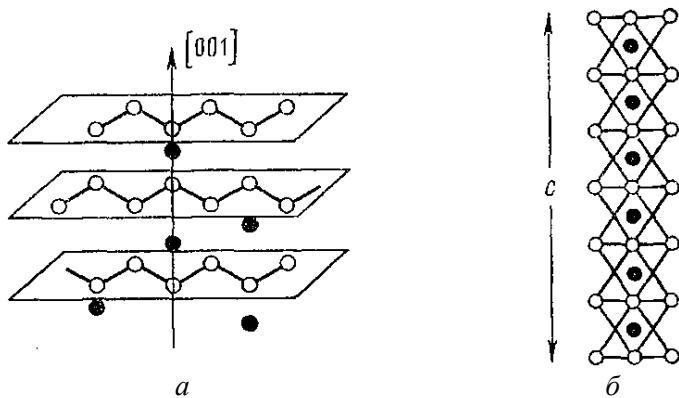


Рис. 6.17. Чередование слоев атомов кислорода и алюминия вдоль главной оси симметрии (*a*) и схема расположения слоев (*б*) в структуре корунда (*c* – высота элементарной ячейки)

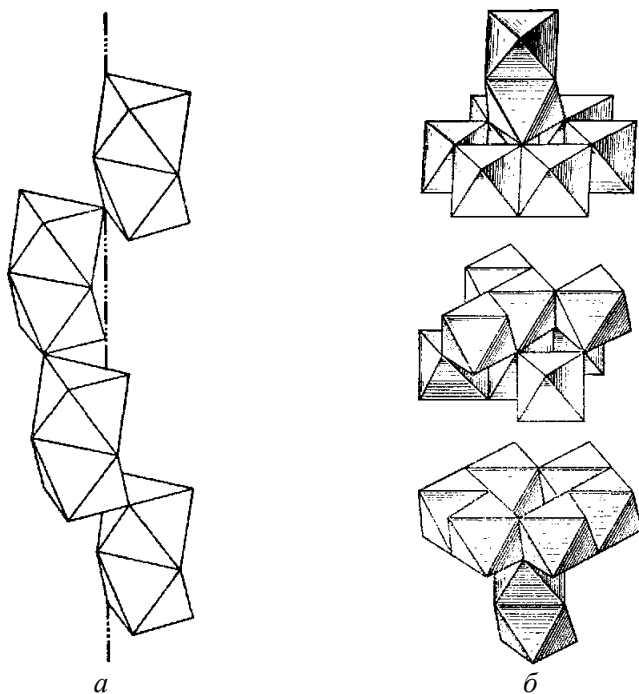


Рис. 6.18. Фрагмент структуры корунда: *a* – винтовая ось 3_1 из спаренных октаэдров; *б* – элементарный ромбоэдр из октаэдров

Корунд кристаллизуется в классе $\bar{3}m$ тригональной сингонии. Пространственная группа – $R\bar{3}c$.

Из-за большого электростатического притяжения между катионами алюминия и анионами кислорода слои кислорода несколько сближены по сравнению с их расположением в идеальной гексагональной плотнейшей упаковке, а ионы алюминия смещены по отношению к плоскости (0001): они поочередно занимают места приблизительно на высотах, равных $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ расстояния между слоями ионов кислорода. Поэтому и отношение осей c/a отличается от идеального (1,33) и составляет 1,58. Параметр решетки по оси c равен 0,1297 нм.

Сильное электростатическое притяжение наряду с плотной упаковкой обуславливает также высокую твердость корунда. Корунд – один из самых твердых минералов, по твердости он уступает только алмазу.

Чистые кристаллы корунда прозрачны и бесцветны. Примеси, которые легко входят в структуру, окрашивают корунд в разные цвета: примесь хрома – в красный (рубин), титана – в синий (сапфир), кобальта, урана – в зеленый, железа, никеля, титана – в желтый.

Рубин – кристалл корунда, в котором часть ионов алюминия изоморфно замещена трехвалентными ионами хрома. Содержание Cr_2O_3 от 0,05 до 0,5 % придает рубину цвет от бледно-розового до темно-красного, а при дальнейшем увеличении концентрации хрома (выше 8 %) цвет кристалла становится зеленым, что обусловлено возникновением связей между атомами хрома (чистый Cr_2O_3 имеет зеленый цвет). Радиус ионов хрома (0,065 нм) больше радиуса ионов алюминия (0,057 нм), поэтому при изоморфном замещении алюминия трехвалентным хромом параметры решетки a и c корунда увеличиваются, и хотя каждый ион хрома окружен шестью ионами кислорода, т. е. находится в октаэдрической координации, он оказывается не в центре октаэдра ионов кислорода, а несколько смещенным вдоль оси c . Из-за этого в структуре возникают напряжения, растущие по мере увеличения концентрации хрома.

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. Получить у инженера или преподавателя задание для изучения конкретных структурных типов.

2. Ознакомиться с описанием заданного структурного типа, приведенным в теоретической части лабораторной работы.

3. После ознакомления, используя IBM-совместимый персональный компьютер с установленным пакетом Java, загрузить 3D-модель, представляющую атомарное строение заданного структурного типа.

4. По мере изучения 3D-модели выполнять скриншоты, иллюстрирующие взаимосвязь частиц модели и отображающие характерные особенности их расположения, приведенные в теоретическом описании.

5. Сделанные скриншоты вставить в отчет, выполненный в редакторе MS Word. При необходимости дополнить полученные картинки поясняющими знаками с помощью простых или цветных карандашей.

6. В отчете отобразить строение элементарной ячейки указанного структурного типа, его пространственную группу симметрии, а также представление в виде координационных тетраэдров и шаровой упаковки.

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- краткое описание заданного структурного типа;
- выполненные скриншоты, дополненные поясняющими знаками;
- строение элементарной ячейки указанного структурного типа, обозначение и расшифровку его пространственной группы симметрии, а также представление в виде координационных тетраэдров и шаровой упаковки.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Назовите типы связей, возникающих в структурах.
2. Сформулируйте определение понятия «структурный тип» и объясните его отличие от понятия «структуры кристалла».
3. В чем заключается принцип представления кристаллической структуры в виде шаровой упаковки?

4. В чем заключается принцип представления кристаллической структуры с помощью координационных полиэдров (многогранников)?

5. Какая решетка Бравэ характерна для структуры сфалерита и структуры алмаза и чем можно объяснить, что их пространственные группы симметрии различны?

6. В чем выражается особенность механических свойств в слоистых структурах? Приведите примеры.

7. Чем обусловлена высокая твердость корунда?

Литература

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография / М. П. Шаскольская. – М. : Высшая школа, 1976. – 391 с.

2. Бокий, Г. Б. Кристаллохимия / Г. Б. Бокий. – М. : Наука, 1971. – 401 с.

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МИНЕРАЛОВ

Цель работы. Ознакомиться с особенностями морфологии, главнейшими физическими и химическими свойствами минералов. Изучив предложенные образцы из рабочей минералогической коллекции, дать характеристику морфологии минеральных индивидов (облик, габитус, сингония), типов минеральных агрегатов; определить физические (цвет, цвет черты, блеск, спайность, твердость, хрупкость/ковкость, магнитность), химические (растворимость в кислотах и основаниях) и особые свойства минералов. По результатам указанных диагностических свойств составить отчет, включающий характеристику предложенного для изучения минерала.

Инструменты и принадлежности для работы

1. Коллекция минералов.
2. Шкала твердости Мооса.
3. Минералогическая лупа шестикратного увеличения.
4. Стекланные и фарфоровые пластинки.

Минералы – природные физически и химически однородные тела, возникающие в земной коре в результате физико-химических процессов без какого-либо специального вмешательства человека.

В минералогии часто используют термины «минеральный индивид» и «минеральный агрегат». Их нельзя путать, поскольку они имеют различное значение.

Минеральный индивид – это отдельный монокристалл или минеральное зерно (рис. 7.1) с четко или менее четко выраженной поверхностью раздела в минеральном агрегате.

Минеральный индивид очень редко встречается обособленно, чаще всего он находится в срастании с такими же или другими минеральными индивидами. Отдельные минеральные индивиды могут иметь самую разнообразную форму: от идеального (рис. 7.1, *а*) до скелетного кристалла (рис. 7.1, *б*) или неправильного по форме кристаллического минерального зерна (рис. 7.1, *в*). Например, если условия нормального роста кристаллов нарушаются (пересыщение раствора, затруднение притока питающего раствора и др.), многие кристаллы не успевают нарастить полноценные грани, нарастание

происходит преимущественно по ребрам и вершинам, и кристаллы вырастают в форме реберных пучков, соответствующих «скелету» и часто образующих древовидные ветвящиеся сростки. Скелетный кристалл представляет собой остов кристалла (монокристалла), образованный реберными и вершинными формами при полном или частичном отсутствии граней. Реберные формы представлены параллельными многократно повторяющимися реберными пучками и каркасами («скелетом»). При заполнении промежутков между ребрами скелета может образоваться обычный многогранный кристалл. Типичными скелетными кристаллами являются снежинки.

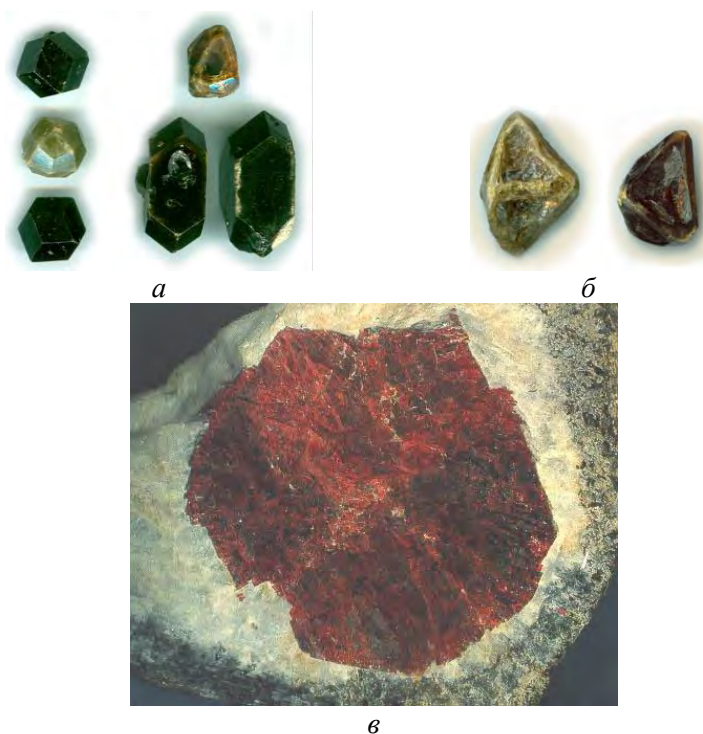


Рис. 7.1. Минеральные индивиды:

a – гранаты андрадит и гроссуляр. Показана зависимость габитуса кристаллов от симметрии питающей среды: слева – изометричные кристаллы простых форм, выросшие в условиях равномерно-всестороннего питания; справа – искажение ромбододекаэдров и тетрагонтриоктаэдра до псевдопризматического облика по причине диссимметрии внешней среды; *б* – скелетные кристаллы гроссуляра (4 см) и андрадита (2,5 см); *в* – зерно корунда неправильной формы

Минеральный агрегат – это совокупность определенным образом сросшихся минеральных индивидов, образующих руду или горную породу (рис. 7.2). Внешне минеральный агрегат может иметь любую форму: куска, глыбы руды или горной породы, в виде поверхности или уступа в горной выработке или скального выхода на поверхность земли в определенных геологических условиях. Все минеральные агрегаты состоят из сросшихся минеральных индивидов (кристаллов, зерен) определенной формы и размеров.

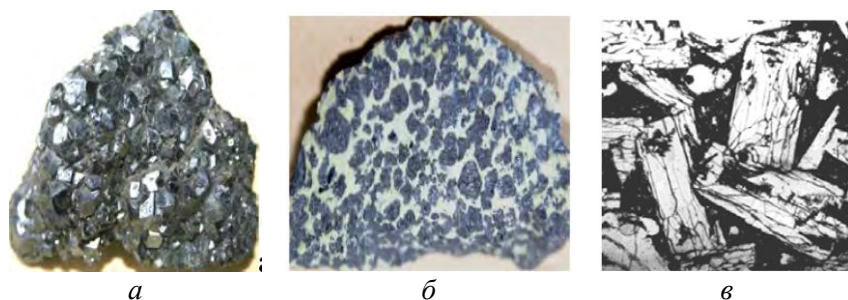


Рис. 7.2. Минеральные агрегаты:

а – друза кристаллов магнетита; *б* – зернистый агрегат серпентин-хромитовой руды; *в* – кристаллы мелилита (белое) в шлаковом стекле (черное)

Изучение морфологических особенностей минералов заключается в определении их структурных и текстурных особенностей.

Структура минералов

Структура характеризует форму, размеры и характер срастания минеральных индивидов в минеральном агрегате.

Форма минеральных индивидов

При рассмотрении кристалла можно оценить степень совершенства его формы (выраженность граней, наличие дефектов формы и др.).

Идиоморфные кристаллы (от греч. «идио» – сам, «морфо» – форма) по форме и симметрии близки к идеальным кристаллами данного минерального вида. Габитус идиоморфных кристаллов связан с их внутренней кристаллической структурой, и такие кристал-

лы могут изучаться с применением методов геометрической кристаллографии. Но встречаются такие кристаллы нечасто. Они либо образуются в благоприятных нестесненных условиях, например, в магматическом расплаве или в полостях горных пород, либо вырастают в твердой среде среди других минералов, «расталкивая» их и «завоеывая» себе пространство. В последнем случае кристаллы разрастаются благодаря окружающим их тонким пленкам питающего раствора. Эта насыщенная химическими компонентами пленка питает растущие кристаллы и оказывает растворяющее воздействие на окружающие минералы. Пленка на границе растущего метакристалла и окружающего его кристаллического агрегата создает оболочку для растущего минерала, создавая пространство для роста. Замещая окружающие минералы, кристалл непосредственно с ними не соприкасается. Чтобы различать кристаллы, образованные этими двумя путями, необходимо иметь в виду, что в выросших в твердой среде кристаллах могут сохраняться захваченные при их росте частицы замещаемых минералов или породы, «теневые структуры» – унаследованные контуры элементов строения замещенных минералов (зональность, трещины).

Гипидиоморфные кристаллы (от греч. «гип» – почти) обладают частично собственной формой, частично искаженной на границе с другими кристаллами (из-за необходимости «приспособления» в ходе роста в стесненных условиях). Нередко в сростаниях гипидиоморфные кристаллы приобретают идиоморфный облик около окончаний.

Ксероморфные кристаллы (от греч. «ксено» – вынужденный) имеют искаженные очертания, со всех сторон ограничены смежными кристаллами. Формирование происходит в стесненных условиях, поэтому форма кристаллов зависит от пространства, которое они заполняют. Такие кристаллы имеют неправильную форму, часто образуют зернистые сростания.

Облик минеральных индивидов

Облик минерального индивида определяется характером его развития в трех взаимно перпендикулярных направлениях линейными параметрами a , b , c , т. е. соотношением его высоты, ширины и длины. По соотношению этих параметров различают следующие облики:

1. $a \approx b \approx c$ – изометричный облик (рис. 7.3).
2. $a \approx b < c$ – удлинённый облик:
 - $c:a < 10:1$ – столбчатый облик (рис. 7.4, *а-в*);
 - $c:a < 50:1$ – шестоватый облик (рис. 7.4, *г-д*);
 - $c:a < 100:1$ – игольчатый облик (рис. 7.4, *е-ж*);
 - $c:a > 100:1$ – волокнистый облик (рис. 7.4, *з-и*).
3. $a \approx b > c$ – уплощенный облик:
 - $a:c < 10:1$ – таблитчатый облик (рис. 7.5, *а-в*);
 - $a:c < 100:1$ – пластинчатый облик (рис. 7.5, *г-е*);
 - $a:c < 1000:1$ – листоватый, чешуйчатый облик (рис. 7.4, *ж-и*).



Рис. 7.3. Изометричные кристаллы шеелита

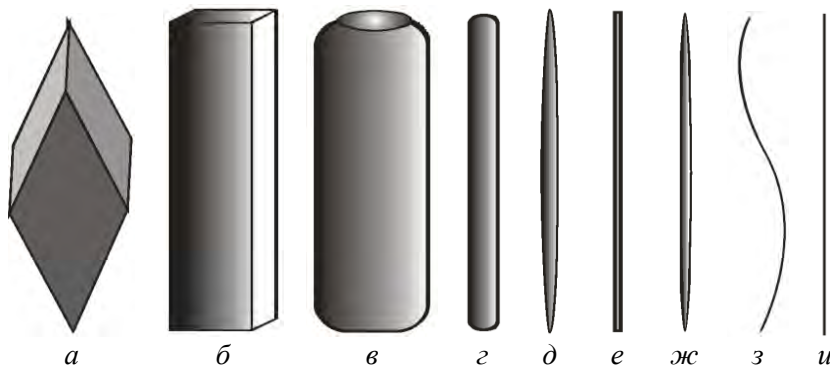


Рис. 7.4. Удлинённый облик минеральных индивидов:

- а* – удлинённо-ромбоэдрический; *б* – тетрагонально-призматический столбчатый;
- в* – цилиндрически-зернистый столбчатый; *г* – шестоватый; *д* – шестовато-игольчатый;
- е* – игольчатый; *ж* – остроигольчатый; *з* – волосовидный; *и* – волокнистый

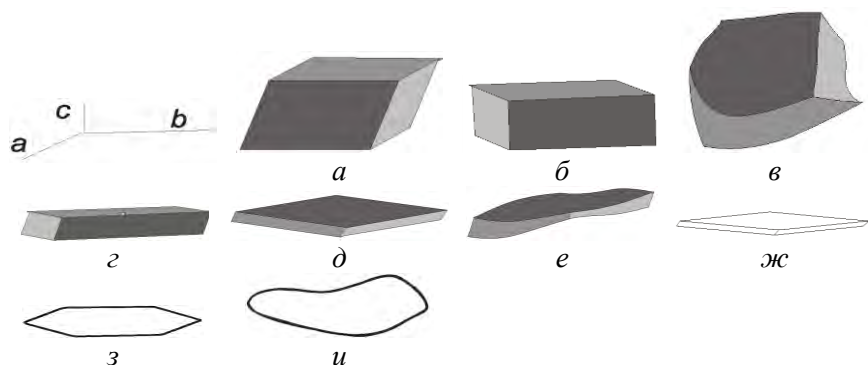


Рис. 7.5. Уплощенный облик минеральных индивидов:

a – триклинный толстотаблитчатый; *б* – ромбический пинакоидально-таблитчатый; *в* – ксеноморфно-зернистый таблитчатый; *г* – пинакоидальный пластинчатый; *д* – ромбоэдрический пластинчатый; *е* – пластинчатый зернистый; *ж* – тетрагональный листоватый; *з* – гексагональный листоватый; *и* – ксеноморфный листоватый

Размеры минеральных индивидов

Размеры минеральных индивидов могут быть относительные и абсолютные.

По относительной шкале минеральные индивиды разделяют на **равномерно-кристаллические** (равномерно-зернистые) и **неравномерно-кристаллические** (неравномерно-зернистые).

По абсолютной шкале минеральные индивиды делят на классы крупности (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Гранулометрическая классификация минералов

Гранулометрический класс	Диаметры индивида, мм	Минеральные индивиды	Метод определения
1	2	3	4
Гигантские кристаллы	> 100	Макро- и средне-кристаллические	Визуально, невооруженным глазом
Грубокристаллические	10–90		
Крупнокристаллические	1–9		
Среднекристаллические	0,1–0,9		Лупа

1	2	3	4
Мелкокристаллические	0,01–0,09	Мелко- и скрыто-кристаллические	Оптический микроскоп
Тонкокристаллические	0,001–0,009		
Микрокристаллические	0,0001–0,0009		Электронный микроскоп
Криптокристаллические	0,00001–0,00009		
Аморфные (стекла)	< 0,000001		

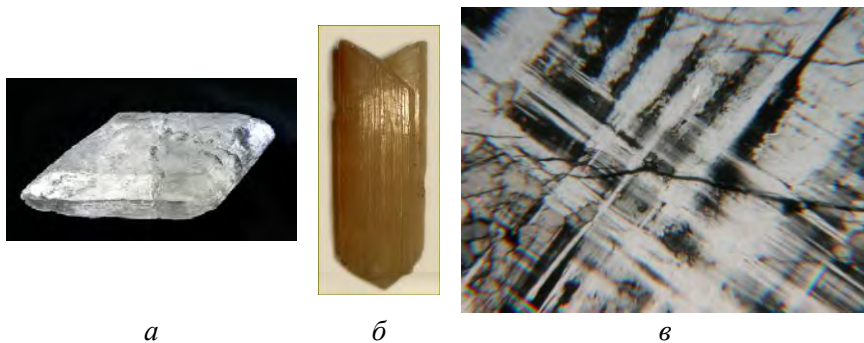
По каждому минералу определяют размеры самых больших, самых малых и наиболее распространенных минеральных индивидов. Если размеры различные и попадают в разные классы, гранулометрическая структура описывается комбинированными терминами, например, среднекрупнозернистая.

Для лучшего обзора исследуемого образца минералов линзу лупы максимально приближают к ресницам, а затем приближают образец к лупе, добиваясь максимальной резкости. При этом поворачиваются к источнику света так, чтобы исследуемая часть образца была хорошо освещена. При таком наблюдении можно определить форму (облик) индивида, его размеры по всем линейным параметрам, спайность, блеск и цвет минерала. Определенные размеры минеральных индивидов записывают в миллиметрах и характеризуют соответствующим классом крупности.

Срастания и прорастания минералов

Срастания и прорастания минералов происходят при их формировании. Эти срастания могут быть **закономерные** (двойники, параллельные, радиально-лучистые) и **незакономерные**.

Двойники – закономерные срастания (рис. 7.6) или прорастания (рис. 7.7) минеральных индивидов. Различают двойники **простые** (рис. 7.6, б; 7.7, а) и **полисинтетические** (рис. 7.6, в; 7.7, б).

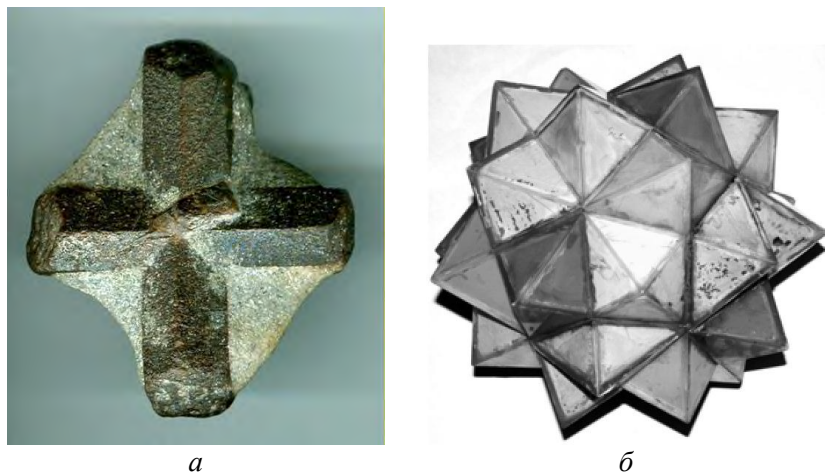


a

б

в

Рис. 7.6. Двойниковые сростания:
a – монокристалл гипса; *б* – простой двойник гипса типа «ласточкин хвост»;
в – полисинтетический двойник плагиоклаза



a

б

Рис. 7.7. Двойники прорастания:
a – ставролит, двойник прорастания (5 см); *б* – полисинтетический двойник прорастания пяти октаэдров магнетита

Параллельные сростания (рис. 7.8) образуются в процессе геометрического отбора растущих в стесненных условиях кристаллов. В процессе роста, соприкасаясь друг с другом, кристаллы выживают только в том случае, если они ориентированы субперпендикулярно к поверхности нарастания и субпараллельно друг другу.



Рис. 7.8. Целестин. Параллельно-шестоватый агрегат

Примером субпараллельного срастания минеральных индивидов являются друзы.

Друза – это закономерное субпараллельное срастание минералов, возникшее в процессе геометрического отбора при их росте (рис. 7.9). Если присмотреться, верхняя часть кристаллов друзы идиоморфна и многогранна, удлинённые, прилегающие друг к другу кристаллы параллельны, стройно располагаются на общем основании. А вот у основания часто видны небольшие, ориентированные по-разному кристаллики. Следовательно, рост минералов начался не в одном направлении, но одновременный рост множества кристаллов, изначально беспорядочно ориентированных на какой-либо поверхности, в конечном счете привел к образованию агрегата с закономерно ориентированными кристаллами. Это можно объяснить тем, что рост кристаллов на стенках трещин и полостей начинается с возникновения множества зародышей, ориентированных случайным образом и растущих в разных направлениях. По мере роста кристаллы соприкасаются друг с другом, что создает препятствие их росту. С этого момента могут продолжать расти лишь те кристаллы, которые изначально были ориентированы в направлении открытой полости (т. е. перпендикулярно поверхности нарастания). Кристаллы, ориентированные в иных направлениях, упираются в соседние и не имеют пространства для дальнейшего роста. Таким образом происходит геометрический отбор.



Рис. 7.9. Друзовые сростания:
a – кальцита; *б* – аметист, друза кристаллов (6 см)

Радиально-лучистые сростания

Сферолиты – близкие к сферическим минеральные агрегаты, сложенные волокнистыми, игольчатыми, столбчатыми или пластинчатыми кристаллами, расположенными по радиусам вокруг общего центра. Центром, вокруг которого происходит нарастание минерального вещества, выступает расщепленный в процессе быстрого роста зародышевый кристалл. В процессе расщепления кристалл принимает сначала форму вязки, затем снопа, и наконец, сферолита (рис. 7.10).

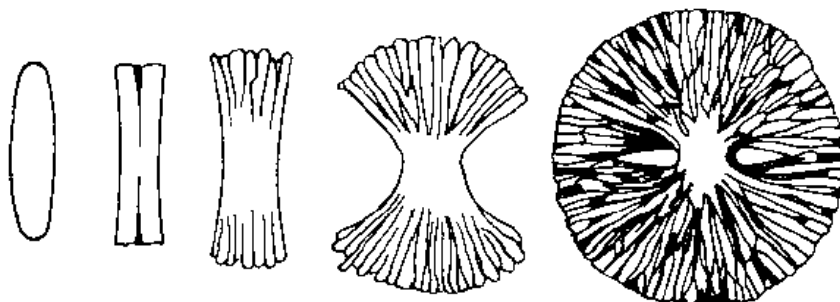


Рис. 7.10. Схема расщепления кристалла и образования сферолита

При рассмотрении таких агрегатов можно заметить концентрическую зональность в их строении, а еще более пристальное рас-

смотрение позволяет обнаружить радиально-лучистое строение, связанное с геометрическим отбором в процессе нарастания материала. В случае, если рост в длину превышает разрастание кристаллов в ширину, сферолиты могут приобретать форму игольчатых шариков. Часто сферолитовые агрегаты имеют полусферический вид, т. к. нарастают на подложку. Срастаясь между собой, они образуют агрегаты в виде сферолитовых корок.

Сходными по форме агрегатами являются оолиты, также образованные за счет нарастания минерального вещества вокруг общего центра. **Оолиты** – это небольшие по размеру ($d < 5$ мм) образования шаровидной или эллипсоидальной формы. Обычно в центре оолита находится песчинка или фрагмент раковины какого-либо организма, вокруг которого происходит последовательное нарастание тонких корочек осаждающегося вещества, вследствие чего оолиты имеют концентрически-скорлуповатое или радиально-лучистое строение. Образуются оолиты в процессе осадконакопления (в воде во взвешенном состоянии) и при циркуляции минерализованных растворов в пустотах осадочных и горных пород. Оолиты крупнее 5 мм называются **пизолитами**.

В осадочных породах встречаются тела, резко отличающиеся от вмещающих пород по физическим свойствам, структуре и составу. Это – **конкреции** ($d > 20$ мм). Формирование конкреций происходит за счет концентрации рассеянных в породе компонентов вокруг центров кристаллизации, в качестве которых могут выступать минеральные зерна или органические остатки. Рост минеральных зерен конкреции происходит во всех направлениях от (или вокруг) одного или многочисленных центров. По форме конкреции чаще округлые, но в зависимости от условий роста могут иметь самые разнообразные, иногда причудливые, очертания. Для всех конкреций характерны отчетливо выраженная внешняя поверхность (они обычно легко извлекаются из вмещающей породы) и целостная внутренняя структура. Если агрегат в породе не обладает отчетливой внутренней структурой и внешними границами, к нему обычно применяется термин **стяжение** (например, землистые скопления вивианита в торфяниках) или **желвак**. Форма желваков изменчива, часто весьма причудлива.

В глинисто-карбонатных конкрециях иногда образуются радиальные трещины, расширяющиеся к центру конкреции, системы трещин и внутренние полости. Причина их возникновения – сокра-

шение в объеме усыхающего полужидкого сгустка исходного вещества конкреции (трещины усыхания). Конкреции такого облика называют **септариями** (рис. 7.11). Встречаются также концентрически-зональные сферолиты (например, жемчуг).

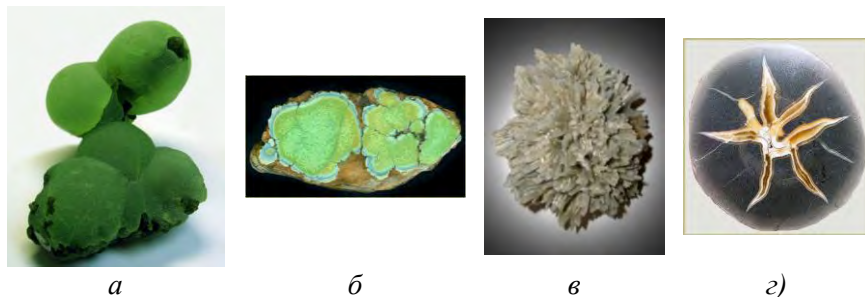


Рис. 7.11. Радиально-лучистые сростания:

а – сферолиты пренита на кристаллах эпидота; *б* – бирюза, 3 см с зональными конкрециями, внутри которых происходили зарождение и рост более мелких конкреций; *в* – радиально-лучистая конкреция целестина (10 см); *г* – карбонатно-глинистая конкреция септария с кальцитом в трещинах

Текстура минералов

Текстура характеризует форму, размеры и характер сростания минеральных агрегатов, отличающихся либо минеральным составом, либо структурой, в массиве руды, шлака или горной породы.

По форме минеральных агрегатов текстура может быть:

1) **массивная**, или **однородная** – состоит из одинаковых по форме и размерам агрегатов одного минерального вида или равномерно вкрапленных разных минералов (рис. 7.12);

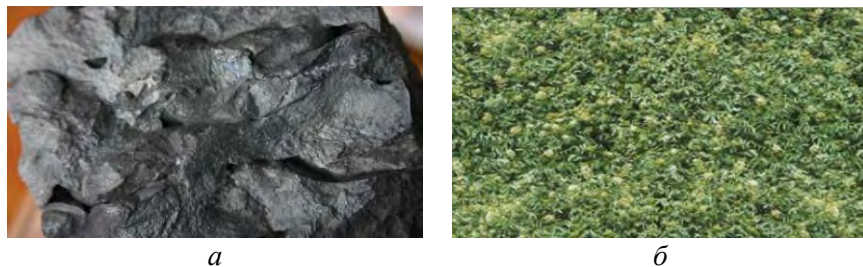


Рис. 7.12. Массивная текстура:
а – магнетитовая руда; *б* – серпентинит

2) **полосчатая** – образуется при ритмичной кристаллизации, характерна для агрегатов, кристаллизующихся из расплава или при перекристаллизации в твердом состоянии при метаморфизме (рис. 7.13, *а, б*);

3) **слоистая** – образуется при осадкоотложении (рис. 7.13, *в–е*).

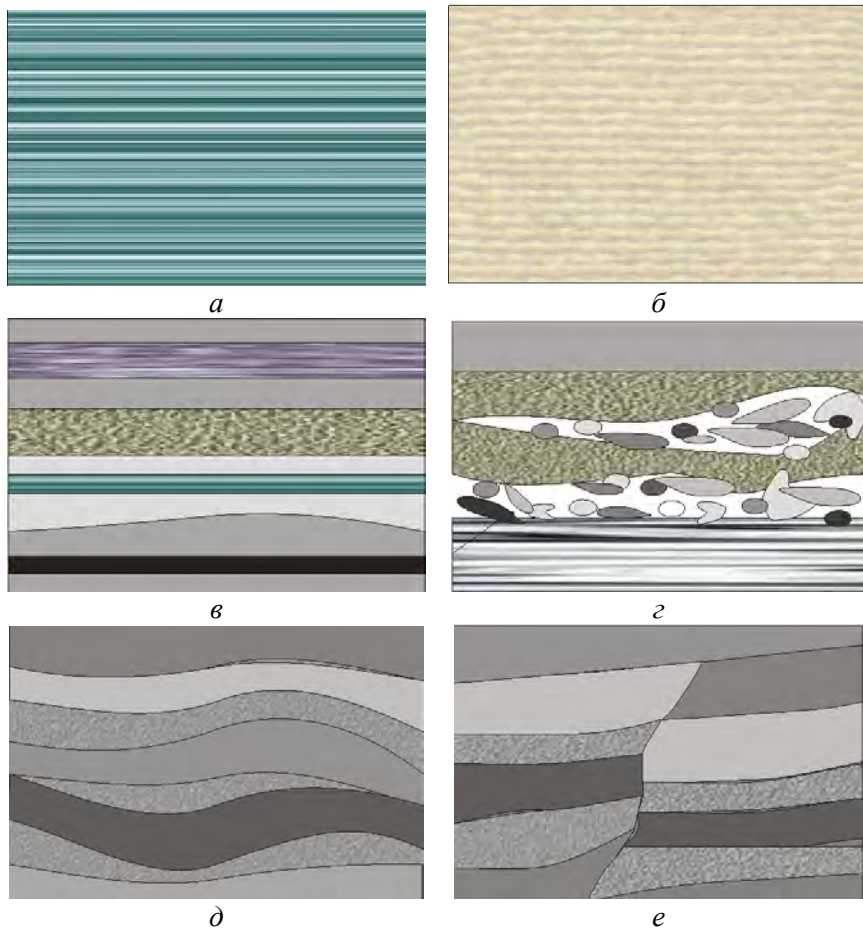


Рис. 7.13. Полосчатая и слоистая текстуры:

а – параллельно-полосчатая; *б* – неясно-полосчатая; *в* – параллельно- и косо-слоистая; *г* – размыто-слоистая; *д* – волнисто-слоистая; *е* – смещенно-слоистая

Такая текстура характерна для рыхлых минеральных агрегатов или минералов, отложившихся в рыхлом состоянии, но впоследствии зацементированных. В свою очередь делится на следующие виды:

3.1) **параллельно-слоистая** – мощность слоя на всем протяжении одинакова;

3.2) **горизонтально-слоистая**;

3.3) **наклонно-слоистая**;

3.4) **косо-слоистая** – мощность слоя в разных участках различная, происходит выклинивание слоя в определенном направлении;

3.5) **волнисто-слоистая**;

3.6) **перисто-слоистая** – образуется при турбулентном осаждении;

3.7) **прерывисто-слоистая**;

4) **вкраплено-пятнистая** – состоит из среды – основной массы минералов и примесных минеральных включений, которые могут представлять собой вкрапления монокристаллов примесного минерала или пятнистые поликристаллические скопления (рис. 7.14);

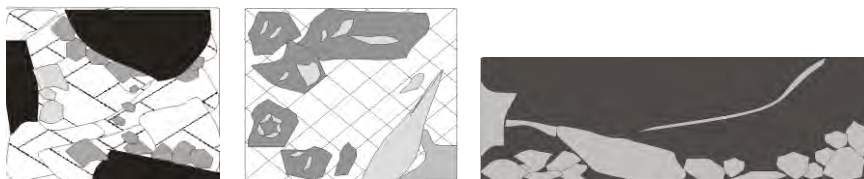


Рис. 7.14. Варианты вкраплено-пятнистых текстур

5) **текстуры деформаций (нарушений)**:

5.1) **трещинные** – в минеральном агрегате образуются трещины, которые могут быть параллельными, скрещенными, образовывать сетку, покрывающую весь минеральный агрегат и др. (рис. 7.15);



Рис. 7.15. Трещинные текстуры

5.2) **прожилковые** – трещины заполнены минеральным веществом (рис. 7.16);

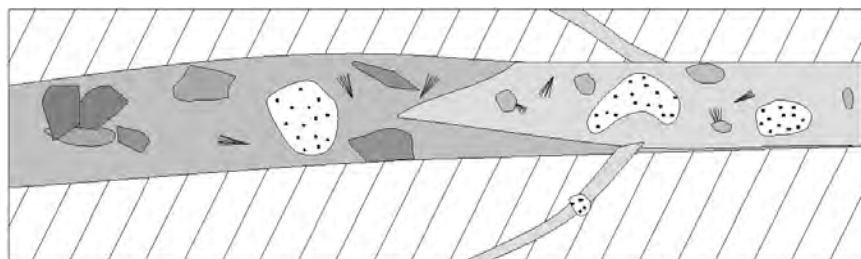
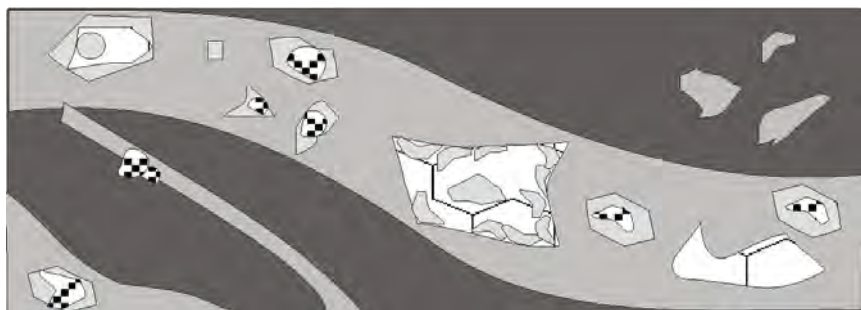


Рис. 7.16. Варианты прожилковых текстур

5.3) **брекчиевые** – остроугольные обломки, сцементированные более поздним минеральным веществом. Прожилковые часто переходят в брекчиевые текстуры (рис. 7.17);



Рис. 7.17. Брекчиевая бокситная руда

5.4) **конгломерат** – крупнообломочный окатанный материал, сцементированный глинистым или карбонатным минеральным агрегатом (рис. 7.18).

Таким образом, брекчия состоит из сцементированных угловатых кусков щебня, а конгломерат – из сцементированных окатанных галек;



Рис. 7.18. Пример конгломерата

б) **колломорфная**, или **метаколлоидная** – характеризуется скрытокристаллической структурой и послойной или concentрически-послойной текстурой (натечные структуры: сосульки, наплывы, сталактиты в пещерах и др.) (рис. 7.19).



Рис. 7.19. Натечные текстуры

Оптические свойства минералов

Цвет минералов. Цвет минерала обусловлен избирательной поглощающей и отражающей способностью минерала к излучению разной частоты и длины световой волны и является одним из важнейших его свойств. Различают три рода окрасок по происхождению: идиохроматическую, аллохроматическую и псевдохроматическую.

Идиохроматическая окраска обусловлена химическим составом и кристаллической структурой минерала. Так, например, магнетит (FeFe_2O_4) – черный, пирит (Fe_2S) – желтый, киноварь (HgS) – красная, малахит – зеленый, азурит и лазурит – синие и т. д.

Аллохроматическая окраска обусловлена примесью красящих веществ или хромофор. К ним относятся металлы переменной валентности: Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni – элементы семейства железа, также в меньшей степени – W, Mo, U, Cu.

Окраска некоторых минералов может быть связана с изменением однородности строения кристаллических решеток в связи с их радиационным облучением или изменением электростатического состояния ионов, способных превращаться под влиянием тех или иных причин в нейтральные или возбужденные (слабо заряженные) атомы.

Зачастую один и тот же минерал бывает окрашен в различные цвета и оттенки. Например, кварц, обычно бесцветный, совершенно

прозрачный (горный хрусталь), бывает окрашен в фиолетовый (аме-тист), розовый, желто-бурый (от окислов железа), золотистый (цит-рин), серый или дымчатый (раухтопаз), густой черный (морион), наконец, в молочно-белый цвета. Такими же свойствами изменения цвета обладает каменная соль. Окраска в таких минералах связана с посторонними тонко рассеянными механическими примесями, окрашенными в тот или иной цвет. Подобные окраски, не завися-щие от химической природы самого минерала, носят название **ал-лохроматических** (т. е. чуждых самим минералам).

В некоторых прозрачных минералах иногда наблюдается «игра цветов», обусловленная интерференцией падающего света в связи с отражением его от внутренних поверхностей, трещин спайности, иногда от поверхности каких-либо включений. Примером ложной окраски является лабрадорит, в котором, особенно на полированных плоскостях при некоторых углах поворота, вспыхивают местами красивые синие и зеленые переливы, обусловленные совершенной спай-ностью, вдоль которой выделились тончайшие пластинки ильменита. Подобные свойства минералов называют **псевдохроматизмом**.

Цвет черты. Под этим термином подразумевается цвет тонкого порошка минерала. Этот порошок легко получить, если провести испытуемым минералом черту на матовой поверхности фарфоровой пластинки. Порошок получается в виде следа на пластинке, окра-шенного в тот или иной цвет, характерный для данного минерала. Этот признак по сравнению с окраской минералов является постоян-ным и более надежным диагностическим признаком. Цвет черты в ряде случаев совпадает с цветом самого минерала (у киновари окраска и цвет черты красные, у магнетита – черные, у лазурита – синие, и т. д.), но может и резко отличаться (у гематита цвет кри-сталлического минерала стально-серый или черный, а черта крас-ная; у пирита цвет минерала желтый, а черта черная, и т. п.).

Блеск. Блеск – это отражательная способность минералов. Ин-тенсивность блеска, т. е. количество отраженного света, тем боль-ше, чем больше разница между скоростями света при переходе его в кристаллическую среду, т. е. чем больше показатель преломления минерала. Блеск не зависит от окраски минерала.

Принята следующая **шкала интенсивности блеска минералов**:

1. **Стекланный блеск** свойствен минералам с показателем пре-ломления $n = 1,3-1,9$. Отражательная способность при стеклянном

блеске – менее 10 %. Сюда относятся лед ($n = 1,309$), криолит ($n = 1,34-1,36$), флюорит ($n = 1,43$), кварц ($n = 1,544$), многочисленные галоидные соединения, карбонаты, сульфаты, силикаты и другие кислородные соли; заканчивается этот ряд такими минералами, как шпинель ($n = 1,73$), корунд ($n = 1,77$) и гранаты (n до 1,84).

2. **Алмазный блеск** характерен для минералов с показателем преломления $n = 1,9-2,6$. Отражательная способность при алмазном блеске – от 11 до 20 %. В качестве примеров сюда следует отнести: циркон ($n = 1,92-1,96$), касситерит ($n = 1,99-2,09$), самородная сера с алмазным блеском на плоскостях граней ($n = 2,04$), сфалерит ($n = 2,3-2,4$), алмаз ($n = 2,4-2,46$), гринокит ($n = 2,5$), рутил ($n = 2,62$), часто обладающий полуметаллическим блеском, свойственным густоокрашенным разностям.

3. **Полуметаллический блеск** – для прозрачных и полупрозрачных минералов с показателем преломления $n = 2,6-3,0$. Отражательная способность при полуметаллическом блеске – от 20 до 25 %. Пример: алабадин ($n = 2,7$), куприт ($n = 2,85$), киноварь ($n = 2,91$).

4. **Металлический блеск** – для минералов с показателями преломления n выше 3. Отражательная способность при металлическом блеске – более 25 %. Примеры в порядке возрастающей отражательной способности: гематит ($n = 3,01$), пиролюзит кристаллический, молибденит, пирротит, антимонит, галенит, халькопирит, пирит, арсенипирит, висмут и др.

Эти четыре основных блеска в зависимости от структуры поверхности минерала имеют разновидности, указанные в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Разновидности блеска

Структура поверхности	Разновидности блеска
Совершенно гладкая	Зеркальный
Шероховатая	Матовый
Зернистая	Сахаровидный
Волокнистая	Шелковистый
Слоистая	Перламутровый
Поверхность растворенная, оплавленная	Жирный, восковой, маслянистый

Прозрачность. Прозрачность – это способность минерала пропускать лучи видимого спектра. Различают прозрачные, полупрозрачные и непрозрачные минералы.

Механические свойства минералов

Спайность и излом. Спайностью называется способность кристаллов и кристаллических зерен раскалываться или расщепляться по определенным кристаллографическим направлениям. Это свойство обусловлено решетчатым строением кристаллов. При ударе минерал раскалывается по плоскостям, соответствующим плоским сеткам с максимальной ретикулярной плотностью и ослабленными межплоскостными связями. Спайность является характерным признаком при диагностике минерала.

По степени совершенства спайной поверхности различают:

1. **Спайность весьма совершенная** (слюда, хлориты). Кристалл способен расщепляться на тонкие листочки с зеркально-гладкой поверхностью. Получить излом иначе как по спайности весьма трудно.

2. **Спайность совершенная** (кальцит, галенит, галит и др.). При ударе молотком всегда получают выколки по спайности, внешне очень напоминающие настоящие кристаллы. Спайная поверхность зеркальная, но тонкослоистая.

3. **Спайность средняя** (плагиоклаз, ортоклаз, роговая обманка и др.). На обломках минералов отчетливо наблюдаются как плоскости спайности, так и неровные изломы по случайным направлениям. Структура спайной поверхности грубослоистая, ступенчатая.

4. **Спайность несовершенная** (апатит, касситерит, самородная сера, оливин и др.). Спайные плоскости обнаруживаются с трудом, их приходится искать на обломке минерала. Изломы распространены и, как правило, представляют собой неровные поверхности.

5. **Спайность весьма несовершенная**, т. е. практически отсутствует (корунд, золото, платина, магнетит и др.). Она обнаруживается в исключительных случаях в форме ограниченных по площади ровных плоскостей. Минералы с такой спайностью обычно имеют раковистый излом, похожий на поверхность раковины с concentрически расходящимися слоями.

Твердость. Твердость – это способность минерала противостоять внедряющему или царапающему воздействию другого эталонного по твердости минерала.

В минералогической практике применяется способ определения твердости царапанием одного минерала другим, т. е. устанавливается относительная твердость минералов. Для оценки этой твердости принимается шкала Мооса, представленная десятью минералами, из которых каждый последующий своим острым концом царапает все предыдущие. За эталоны этой шкалы приняты следующие минералы в порядке возрастания твердости от 1 до 10 баллов:

1. Тальк (8 HV) – мягче кожи.
2. Гипс (50 HV) – мягче ногтя.
3. Кальцит (170 HV).
4. Флюорит (190 HV).
5. Апатит (550 HV) – равен стеклу и стальному ножу.
6. Ортоклаз (800 HV).
7. Кварц (1100 HV).
8. Топаз (1400 HV).
9. Корунд (2100 HV).
10. Алмаз (12500 HV).

Определение твердости исследуемого минерала производится путем установления, какой из эталонных минералов он царапает последним. Например, если исследуемый минерал царапает апатит, а сам царапается ортоклазом, это значит, что его твердость заключается между 5 и 6.

Прочие свойства минералов

Существует очень немного минералов, которые обладают явно выраженными **магнитными свойствами**. Сильными ферромагнитными свойствами обладает магнетит – FeFe_2O_4 . Минералы со слабыми парамагнитными свойствами легко притягиваются магнитом (бедные серой разности пирротина). Диамагнитным минералом, отталкивающимся магнитом, является сфалерит. Испытание на магнитность производится с помощью свободно вращающейся магнитной стрелки, к концам которой подносится испытуемый образец.

Запах, издаваемый некоторыми минералами при ударе или разломе, иногда указывает на присутствие тех или иных элементов в

руде. Например, самородный мышьяк, арсенопирит (FeAsS) и некоторые другие арсениды металлов при резком ударе издают характерный чесночный «запах мышьяка», особенно сильно чувствуемый при нагревании и прокаливании на огне. Нефтяные газы часто содержат сероводород, также обладающий характерным запахом.

Некоторые минералы, особенно в порошковатых массах, иногда легко узнаются **на ощупь**. Тальк на ощупь кажется жирным, чем отличается от похожего на него пиррофиллита.

При определении качества некоторых полезных ископаемых, употребляемых в пищу, прибегают к **вкусовым ощущениям**. Например, галит обладает нормально соленым, а похожий на него сильвин – горько-соленым вкусом.

Карбонаты, похожие друг на друга, можно диагностировать **по реакции с соляной кислотой**: кальцит бурно вскипает, доломит реагирует только в виде порошка, магнезит не вступает в реакцию.

Удельный вес минерала – это безразмерная единица, равная отношению плотности минерала к плотности воды. Рудные минералы, содержащие тяжелые элементы, как правило, обладают высоким удельным весом. Большим удельным весом обладают минералы с металлическим и полуметаллическим блеском. Минералы со стекляннным блеском обычно имеют малый удельный вес. Исключение составляет барит BaSO_4 .

Парагенетические ассоциации минералов

Совместное образование минералов в природе называют **парагенезисом**. **Парагенетическая ассоциация минералов** (или минеральный парагенезис минералов) – это группа минералов, закономерно образовавшаяся в ходе единого процесса, ограниченного в пространстве и во времени и протекающего в определенных физико-химических условиях. Так, в зависимости от процесса минералообразования выделяют магматические, пегматитовые и др. минеральные парагенезисы минералов. Знание минеральных парагенезисов существенно помогает в определении минералов. По наличию некоторых легкоузнаваемых минералов можно предположить, а затем и найти другие минералы, характерные для данного парагенезиса. Например, знание типичных и широко распространенных минеральных парагенезисов магматических пород позволяет легко опре-

делить их минеральный состав: узнав в светлоокрашенной породе черный листоватый биотит, можно предположить наличие кварца и полевых шпатов. Не менее важно знание и так называемых запрещенных парагенезисов, т. е. пар и групп минералов, которые не могут образовываться совместно. К запрещенным парагенезисам в магматических породах относят, например, пару кварц–нефелин. Наиболее типичные минеральные парагенезисы приведены в минералогических таблицах.

Задание и методические указания

Порядок выполнения работы

1. В начале занятия получить коробку с пятью образцами минералов. Образцы могут состоять из одного, двух и более минералов. Задача студента заключается в подробном описании и определении всех минералов, входящих в состав образцов.

2. Поочередно, согласно приведенному ниже порядку работы при диагностике минералов, для каждого минерала образца определить и записать в рабочую тетрадь его диагностические признаки.

3. Результаты работы представить преподавателю в рекомендуемой ниже форме и сопроводить устным отчетом. В записях и при отчете указывать только те из признаков, которые отнесены к главным диагностическим.

Порядок работы при диагностике минералов

1. Сначала надо внимательно рассмотреть образец и определить число содержащихся в нем минералов, наметить последовательность их диагностики по принципу «от простого к сложному».

2. Затем следует определить и зафиксировать в рабочей тетради важнейшие диагностические признаки выбранного минерала в следующей последовательности:

- **морфология** (облик и габитус кристаллов, тип минерального агрегата);

- **цвет кристаллов и агрегатов, цвет черты.**

Тон окраски минералов является легко устанавливаемым и часто используемым диагностическим признаком. Среди темноокрашен-

ных минералов можно различить черную, темно-серую, буровато-черную, зеленовато-черную и близкие к ним тона окраски. Бесцветные, белые, светло-серые и бледно окрашенные минералы слагают другую градацию окрасок, особенно характерных для минералов немагнитной фракции. Ярко окрашенные минералы характеризуются визуально оцениваемым тоном и оттенком: фиолетовые; чисто синие и голубые; синевато-зеленые, зеленые, желтовато- и буровато-зеленые; желтые, оранжевые, розовые; красные, малиновые; бурые, коричневые.

У некоторых минералов тон и оттенок окраски бывает стабильным, становясь важным диагностическим признаком; у других окраска изменчива и зависит от вариаций состава. Иногда окраска распределяется зонами или пятнами, что характерно для немногих минералов:

- **блеск.**

Блеск надежно устанавливается на гранях кристаллов, спайных плоскостях или очень хорошо окатанных зернах. Минералы со спайностью при окатывании приобретают неровную поверхность и жирный блеск (рутил, ставролит, оливин и др.). Правильность оценки степени блеска можно подтвердить по просвечиваемости минерала (и наоборот): минералы с металлическим блеском непрозрачны и, как правило, дают черную черту, минералы просвечивающие дают окрашенную черту;

- **твердость** (по шкале Мооса).

Для определения твердости зерно минерала при небольшом сдавливании перемещают между двумя стеклами. Появление мелких царапин свидетельствует о твердости больше 5 по шкале Мооса. Мелкий порошок растирают на стекле и наблюдают царапинки под биноклем. У минералов со спайностью и твердостью не выше 6 царапины иногда не появляются. Твердые минералы без спайности (циркон, шпинель, корунд, турмалин и др.) оставляют на стекле царапины или выбоины, а при их раздавливании слышен щелчок-хруст. Ковкие минералы, даже твердые, царапин не оставляют; они расплющиваются между стеклами и не рассыпаются в порошок;

- **хрупкость/ковкость** (пластичность);

- **спайность:**

- а) совершенство;
- б) число плоскостей;

в) кристаллографическая ориентировка плоскостей или величина углов между плоскостями спайности.

Если зерно – спайный обломок, то при его переворачивании заметны плоскости спайности, дающие отблески. У хорошо окатанного зерна или целого кристалла заметить спайность труднее. Для выявления у такого зерна спайности его накрывают стеклами и стараются раздавить, прилагая усилие к верхнему стеклу. Необходимое усилие зависит от твердости, вязкости, упругости и спайности минерала.

Не очень твердые зерна можно раздавить на 2–3 обломка, наблюдая этот процесс под лупой. При наличии спайности на обломках будут заметны зеркальные отблески, а сами обломки могут принять правильную форму. Минерал без спайности раздавить труднее, а твердые минералы оставляют при этом выщерблины на стекле. Зерна могут раздаться на очень мелкие осколки, а стекло – лопнуть. Таким образом, раздавливаемость – свойство, зависящее от ряда механических характеристик минерала и часто используемое при диагностике. Мелкозернистые агрегаты раздавливаются легко, даже если сам минерал отличается высокой твердостью и отсутствием спайности.

Твердые минералы со спайностью при окатывании приобретают неровную, шероховатую поверхность и специфический жирный блеск:

- **плотность** (в случаях, когда образец представлен преимущественно одним минералом).

Точное определение плотности производят в лабораторных условиях. При макроскопической диагностике минерала важно уметь определить его плотность приблизительно, путем взвешивания минерала на руке, и установить его принадлежность к легкой, средней или тяжелой по плотности группе, дать оценку «легкий», «средний», «тяжелый». При приблизительной оценке плотности используют либо отдельные кристаллы, либо мономинеральные агрегаты минерала. Для сравнения по плотности различных минералов используют близкие по размерам образцы. Некоторые пористые агрегаты могут демонстрировать пониженную плотность минералов в сравнении с истинной. Определять плотность минералов, слагающих полиминеральный агрегат, не представляется возможным, т. к. взвешивание образца в руке покажет его усредненную плотность, а не плотность каждого минерала в отдельности:

- **особые свойства:** магнитность, радиоактивность, люминесценция и др.

У темноцветных минералов необходимо проверить наличие магнитных свойств. Светлые минералы следует проверить на реакцию с разбавленной соляной кислотой. Также необходимо изучить плотность или удельный вес минерала и наличие прочих свойств: запаха, в исключительных случаях – вкуса.

3. Найти в табл. 7.3 минерал, подходящий под описание. При этом алгоритм поисков таков:

- находится часть таблицы, в которой приводятся минералы с блеском, соответствующим описанию (металлическим, полуметаллическим или неметаллическим);
- в случае минералов с неметаллическим блеском находится подраздел таблицы, включающий минералы с определенным цветом черты (белым или цветным);
- находятся минералы, имеющие соответствующий цвет черты;
- среди них находятся минералы, которые могут иметь соответствующую окраску в агрегате или кристалле;
- среди них находятся минералы, имеющие соответствующую твердость по шкале Мооса;
- из них исключаются минералы, имеющие слишком высокую или слишком низкую плотность (определение производится качественно: большинство минералов имеет плотность $2,5-3,0 \text{ г/см}^3$, слишком легкий или тяжелый агрегат указывает на отклонение от средних значений);
- среди оставшихся находятся минералы, имеющие соответствующую спайность;
- при необходимости результат уточняется по излому, форме агрегатов или особым отметкам.

4. Убедиться, что выбранный вариант диагностики подтверждается парагенезисом данного минерала и наличием в нем типичных вторичных изменений.

5. После положительных результатов проверки (в соответствии с пп. 3 и 4) минерал относят окончательно к тому или иному минеральному виду, к той или иной разновидности, выделяемой по особенностям морфологии, составу, структуре или свойствам.

Диагностические признаки минералов

№	Минерал	Блеск	Цвет	Цвет черты	Твердость	Плотность, г/см ³	Спайность	Излом	Особые замечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Минералы с металлическим и полуметаллическим блеском									
1	Графит	Полуметаллический	Серостальной	Серостальной	1,5	2,2	Совершенная по одной плоскости	Зернистый	
2	Пирит	Металлический	Латунно-желтый	Черный	6,0–6,5	5,2	Ясная по трем плоскостям	Раковистый	
3	Халькопирит	Металлический	Латунно-желтый	Черный	3,5–4,0	4,2	Ясная по трем плоскостям	Раковистый	
4	Галенит	Металлический	Свинцово-серый	Серочерный	2,0–3,0	7,5	Совершенная по кубу	Раковистый	
5	Ильменит	Металлический	Железнодорожный	Черный	5,0–6,0	4,8	Несовершенная	Раковистый	
6	Бронзит	Полуметаллический	Бронзовый, зеленоватый, коричневый	Серый	5,0–6,0	3,4	Ясная	Раковистый	
7	Сера	Жирный	Желтый, оранжевый, красный	Соломенно-желтый	1,5–2,0	2,0	Несовершенная	Раковистый	Таблитчатые кристаллы
8	Сидерит	Матовый	Серый, бежевый, коричневый	Серый, коричневый	4,0–4,5	3,7	Ясная	Раковистый	Ромбоэдры с искривленными гранями

Продолжение табл. 7.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2. Минералы с неметаллическим блеском									
2.1. Минералы, дающие цветную черту									
9	Малахит	Матовый, шелковистый	Зеленый	Светло-зеленый	3,5–4,0	4,0	Ясная	Раковистый	
10	Лимонит	Полуметаллический, матовый, жирный	От желтого до черного	Бурый	5,0–5,5	4,0	Несовершенная	Раковистый	
11	Гематит	Матовый, полуметаллический	От красного до черного	Вишневый	5,5–6,5	5,0	Несовершенная	Раковистый	
12	Магнетит	Жирный, полуметаллический	Черный	Черный	5,5–6,0	5,0	Несовершенная	Раковистый	
13	Боксит	Матовый	От белого до коричневого	От белого до коричневого	2,5–3,0	3,0	Несовершенная	Землистый	
14	Вивианит	Стеклянный, перламутровый	Синий, зеленый	Синева-тый	2,0	2,7	Совершенная по одной плоскости	Занозистый	
15	Галит	Жирный	Белый, реже цветной	Белый	2,0	2,2	Совершенная	Раковистый	Соленый
16	Сильвин	Жирный, стеклянный	Произвольный	Белый	2,0	2,0	Совершенная	Раковистый	Горький
17	Флюорит	Стеклянный	Бесцветный, зеленый, фиолетовый	Белый	4,0	3,2	Совершенная	Раковистый	
18	Кальцит	Стеклянный, перламутровый	Белый, бесцветный или перламутровый	Белый	3,0	2,6	Совершенная по ромбоздру	Раковистый	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
19	Доломит	Стеклянный, матовый	Произвольный	Белый, реже цветной	3,5–4,0	2,8	Совершенная по ромбоэдру	Раковистый	
20	Кварц	Стеклянный	Произвольный	Белый (!)	7,0	2,7	Несовершенная	Раковистый	
21	Опал	Жирный, перламутровый	Произвольный	Белый (!)	5,5–6,5	2,0–2,5	Несовершенная	Раковистый или занозистый	Аморфный
22	Апатит	Стеклянный, жирный	Серый, зеленый, желтый	Белый	5,0	3,2	Несовершенная	Раковистый	
23	Корунд	Стеклянный	Произвольный	Белый (!)	9,0	4,0	Несовершенная	Раковистый	
24	Гранат	Стеклянный	Красный, желтый, коричневый, зеленый	Белый (!)	6,5–7,5	4,3	Несовершенная	Раковистый	
25	Гипс	Стеклянный, жирный, перламутровый, шелковистый	Белый, бесцветный, серый	Белый	2,0	2,3	Совершенная по одной плоскости	Занозистый, ступенчатый	
26	Барит	Стеклянный	Произвольный	Белый	3,0–3,5	4,5	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	Тяжелый
27	Оливин	Стеклянный	От черного до зеленого	Белый (!)	6,5–7,0	3,5	Ясная по одной плоскости	Раковистый	
28	Роговая обманка	Стеклянный, шелковистый	Серый, зеленый, черный	Белый	5,5–6,0	3,4	Совершенная по призме	Занозистый	Игольчатые агрегаты

Окончание табл. 7.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29	Тальк	Жирный, перламутровый	Белый, серебристый, зеленый	Белый	1,0	2,8	Совершенная по одной плоскости	Землистый	
30	Биотит	Перламутровый	Темно-коричневый, темно-зеленый, черный	Белый	2,5–3,0	2,8	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	Слюда
31	Мусковит	Перламутровый, стеклянный	Белый, серый, темно-коричневый	Белый	2,5	2,8	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	Слюда
32	Каолинит	Матовый, перламутровый	Белый	Белый	2,0–2,5	2,6	Совершенная по одной плоскости	Землистый	
33	Серпентин	Матовый, стеклянный, жирный	Зеленый, серо-желтый	Белый	3,0–4,0	2,5	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	Иногда волокнистый
34	Плагиоклаз	Стеклянный, перламутровый	Белый, серый, черный (обычно бледно окрашенный)	Белый (!)	6,0–6,5	2,7	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	
35	Калиевый полевой шпат	Стеклянный, перламутровый	Красный, белый, зеленый (обычно ярко окрашен)	Белый (!)	6,0	2,6	Совершенная по одной плоскости	Раковистый	
36	Нефелин	Стеклянный, жирный	Грязно-красный, зеленый, серый	Белый	5,5–6,0	2,6	Несовершенная	Раковистый	

(!) – минерал высокой твердости, не оставляющий черты на бисквите.

Форма представления результатов выполнения лабораторной работы

Рекомендуется придерживаться следующей примерной формы записей результатов выполнения лабораторной работы.

Образец № 3.

Крупнокристаллический агрегат двух минералов.

Минералы:

1. ГАЛЕНИТ – PbS. Кристаллы величиной 0,5–1,0 см.

- Облик кристаллов – изометрический.
- Цвет – свинцово-серый.
- Черта – свинцово-серая, блестящая.
- Блеск – металлический.
- Твердость – 3, слабоковкий.
- Спайность – совершенная, три системы плоскостей, ориентированных взаимно перпендикулярно. Заметна отдельность по октаэдру.

2. СФАЛЕРИТ (марматит) – (Zn, Fe)S. Одиночные зерна (5–7 мм в поперечнике), сростающиеся с галенитом.

- Облик кристаллов – изометрический.
- Цвет – темно-коричневый.
- Черта – светло-бурая, матовая.
- Блеск – алмазный.
- Твердость – 3–4.
- Спайность – совершенная, несколько систем плоскостей, ориентированных под тупым углом друг к другу.
- Под действием разбавленной HCl мгновенно распространяется запах сероводорода.

Образец № 2.

Обломок крупнокристаллического агрегата.

Минералы:

1. ГРАНАТ (андрадит) – $\text{Ca}_3\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]_3$. Представлен сростком идиоморфных кристаллов ромбододекаэдрического габитуса.

- Цвет – темно-коричнево-красный.
- Блеск – стеклянный.
- Твердость – 7.
- Спайность – весьма несовершенная.
- Характерная для андрадита ассоциация с эпидотом и кальцитом.

2. ЭПИДОТ – $\text{Ca}_2(\text{Al}_2\text{Fe})(\text{SiO}_4)[\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$. Представлен агрегатами игольчатых кристаллов, нарастающих на грани кристаллов андрадита в виде друз.

- Облик кристаллов – удлинённый, игольчатый.
- Цвет – темно-фиолетово-зеленый.
- Блеск – стеклянный.
- Твердость – 6.
- Спайность – наблюдается одна плоскость совершенной спайности вдоль удлинения.
- Характерная ассоциация с андрадитом и кальцитом.

Содержание отчета о работе

Отчет о лабораторной работе должен включать:

- цель данной работы;
- инструменты и принадлежности для работы;
- краткое описание основных диагностических свойств минералов;
- результаты выполнения лабораторной работы в рекомендуемой форме.

Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Приведите примеры минеральных индивидов и минеральных агрегатов.
2. Назовите необходимые условия образования идиоморфных кристаллов.
3. Поясните механизм геометрического отбора при образовании друз.
4. Приведите примеры радиально-лучистых сростаний.
5. Какая может быть текстура минеральных агрегатов?
6. Назовите причины различной окраски минералов.
7. Объясните разницу между цветом минерала и цветом его черты.
8. Приведите порядок определения твердости минералов.

Литература

1. Бетехтин, А. Г. Курс минералогии / А. Г. Бетехтин. – М. : Госнаучтехиздат, 1961. – 538 с.
2. Ермолов, В. А. Кристаллография, минералогия и геология кам-несамоцветного сырья / В. А. Ермолов, В. А. Дунаев, В. В. Мойсейкин. – М. : Издательство МГГУ, 2001. – 386 с.
3. Смольянинов, Н. А. Практическое руководство по минералогии / Н. А. Смольянинов. – М. : Госгеотехиздат, 1955. – 430 с.

Учебное издание

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Лабораторный практикум
для студентов специальности
1-52 02 01 «Технология и оборудование
ювелирного производства»

Составители:

КИСЕЛЕВ Михаил Григорьевич
ДРОЗДОВ Алексей Владимирович

Редактор В.О. Кутас
Компьютерная верстка Н.А. Школьниковой

Подписано в печать 12.04.2012. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 7,5. Уч.-изд. л. 5,86. Тираж 50. Заказ 1036.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.