

ФОРМИРОВАНИЕ ШАГОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Кузнецов В.В., Марко А.Ф.

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», Минск

Введение. При цифровом управлении мехатронными системами перемещений на дискретных приводах прямого действия [1–3] в ряде случаев требуется вычислять текущее значение угла α между вращающимся радиусом и осями прямоугольной системы координат или значения некоторых элементарных функций, таких как $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\ln z$ и др. Так например, значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ могут быть использованы для формирования эквидистантных траекторий.

Текущие значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ можно получить при обработке окружности радиуса R с использованием знаков оценочной функции [4, 5]. При этом предусматривается оп-ределение дискретных значений угла α между подвижным радиусом R и осью Ox . На рис. 1 приведен пример обработки отрезка окружности в первом квадранте при движении исполнительного органа против часовой стрелки. Значение угла α , измеряемое между подвижным радиусом и осью Ox , изменяется от 0 до 90° .

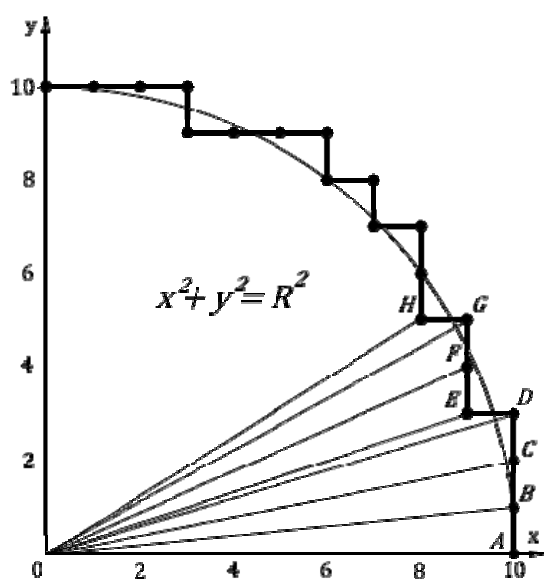


Рис. 1. Вспомогательная шаговая траектория для формирования функций $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$

Алгоритмизация формирования траектории. Для обработки шаговых траекторий или вычисления последовательных значений $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ при изменении угла α от 0 до 360° необходимо построить круговую шаговую траекторию во всех четырех квадрантах.

Для формирования шаговой траектории кривой вида $x^2 + y^2 = R^2$ выполним подстановку в это выражение значения переменных $x = x_i + 0,5 + R$, $y = y_i + 0,5$ и получим числовой аналог на основе знака оценочной функции для формирования круговых траекторий:

$$\sum_{i=1}^n (i-R) + \sum_{j=1}^m (j+0,5R) = F_{ij}^3. \quad (1)$$

Выбор направлений элементарных шагов приращений при обработке отрезка окружности и движении исполнительного органа против часовой стрелки осуществляется следующим образом. Если оценочная функция $F_{ij} \geq 0$, то выполняется элементарный шаг $-\Delta x$, затем вычисляется новое значение оценочной функции F_{i+1j} путем увеличения в выражении (1) значения n на единицу; если оценочная функция $F_{ij} < 0$, то выполняется элементарный шаг $+\Delta y$ и затем вычисляется новое значение оценочной функции F_{ij+1} путем увеличения в выражении 6.18 значения m на единицу. Последовательные значения y_i/R и x_i/R , образуемые в результате процесса обработки круговой траектории, соответствуют значениям элементарных функций $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$. Для определения последовательных значений угла α этих функций можно воспользоваться тем, что они пропорциональны значениям площади, заключенной между подвижным радиусом и осью Ox . Например, перемещению конца подвижного радиуса из точки A в точку B (рис. 1) будет соответствовать величина приращения площади $0,5R\Delta y$, а из точки A в точку C – величина приращения площади $R\Delta y$ и так далее.

Если элементарную площадь треугольника AOB выбрать за базовую величину отсчета, то в процессе обработки отрезка окружности, начиная с точки A , можно найти суммарную площадь, заключенную между осью Ox подвижным радиусом и отрезком формируемой траектории, а следовательно, и величину угла между осью Ox и подвижным радиусом. Суммируя приращения площадей элементарных треугольников $S \Delta AOB$, $S \Delta OBC$ и т.д., получаем общую площадь, пропорциональную углу α . Из рис. 1 следует, что приращение площади, покрываемое радиусом при его повороте и выполнении элементарных шагов Δy и Δx , пропорционально соответственно величинам x_i и y_i . В общем случае получим дискретные значения угла α :

$$\alpha_{ij} = \arctg \frac{y_j}{x_i} = 0,5C_1 \left[\sum_{i=1}^n (R-i_j) + \sum_{i=1}^m j_i \right], \quad (2)$$

где C_1 – масштабный коэффициент, определяющий единицу измерения угла; $i_j = \Delta y_i$, $j_i = \Delta x_j$, α_{ij} – угол между радиусом, соединяющим узловую точку x_i , y_i круговой траектории с началом системы координат и осью Ox .

Величину угла с помощью выражения (1) можно найти следующим образом: если $F_{ij}^3 < 0$ то в уравнении (2) на единицу увеличивается значение m , если $F_{ij}^3 \geq 0$, то на единицу увеличивается значение n .

Масштабный коэффициент перерасчета C_1 при отсчете угла в градусах, можно получить из выражения площади сектора, образованного неподвижным радиусом AO и отрезком круговой траектории:

$$\alpha = C_1 S, \text{ где } C_1 = \frac{360}{\pi R^2}, \quad S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}.$$

Значения функций синуса и косинуса можно получить в виде:

$$\sin \alpha = \sum_{i=1}^n j_i; \quad (3)$$

$$\cos \alpha = j \sum_{i=1}^m i_j, \quad (4)$$

$$\text{где } j_i = \begin{cases} 1/R, & \text{если } F_{ij}^3 < 0, \\ 0, & \text{если } F_{ij}^3 \geq 0; \end{cases} \quad i_j = \begin{cases} 1/R, & \text{если } F_{ij}^3 \geq 0, \\ 0, & \text{если } F_{ij}^3 < 0. \end{cases}$$

Расчета аргумента при этом выполняется согласно выражению:

$$\operatorname{arctg} \frac{y_j}{x_i} - C_1 \sum_{k=1}^{n+m} v_k = \varepsilon_k, \quad (5)$$

где ε_k – невязка аргумента, $v_k = \begin{cases} +\Delta\alpha, \text{ если } \varepsilon_{k-1} \geq 0, \\ 0, \text{ если } \varepsilon_{k-1} < 0. \end{cases}$

Отработка элементарных шагов при формировании синусной и косинусной траекторий осуществляется следующим образом: если значение оценочной функции $F_{ij}^3 \geq 0$, то для формирования траектории $\cos\alpha$ выполняется элементарный шаг $-\Delta y$, если $F_{ij}^3 < 0$, то при формировании траектории $\sin\alpha$ выполняется элементарный шаг $+\Delta y$; если значение параметра $\varepsilon_k \geq 0$, то при формировании любой из траекторий $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ – элементарный шаг $+\Delta\alpha$. На рис. 2 приведен пример сформированных траекторий $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ в соответствии с выражениями (3)–(5), причем значения оценочной функции получены, по выражению (3), для окружности радиуса $R = 10$, а значения ε_k вычислялось по формуле (5).

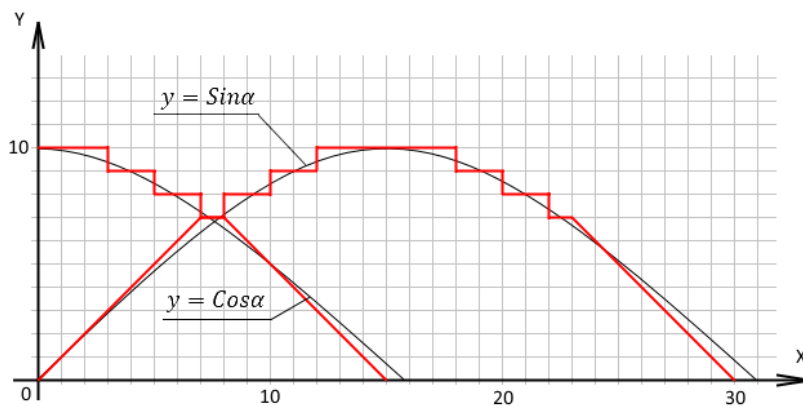


Рис. 2. Трансцендентные шаговые траектории $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ сформированные в результате отработки круговой траектории

Общим свойством рассмотренного выше способа формирования шаговых траекторий $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ является использование знаков оценочных функций, вычисляемых в процессе формирования круговых или гиперболических траекторий. Формирование вторичных шаговых траекторий базируется на применении знаков оценочной функции, получаемых при обработке первичных шаговых траекторий. Определение независимой переменной при этом осуществляется путем отсчета площади, заключенной между осью Ox и отрезком первичной шаговой траектории. Такой подход позволяет расширить функциональные возможности метода за счет увеличения набора генерируемых функциональных зависимостей для трансцендентных траекторий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпович, С.Е. Системы многокоординатных перемещений и исполнительные механизмы для прецизионного технологического оборудования / С.Е. Карпович [и др.]; под ред. д-ра техн. наук, проф. С.Е. Карповича. – Минск : Бестпринт, 2013. – 208 с.
2. Жарский, В.В. Привод прямого действия / В.В. Жарский // Ремонт. Инновации. Технологии. Модернизация : специализированный журнал. – 2009. – № 7(45). – С. 26.
3. Система управления шаговым приводом для оборудования производства электронной техники / В.В. Заведеев [и др.] // Новые технологии изготовления мно-

гокристальных модулей : материалы докл. Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 30 сент. – 4 окт. 2002 г. – Минск : БГУИР, 2002. – С. 161–162.

4. Бегун, Д.Г. Формирование шаговых траекторий с использованием экстраполированных значений оценочной функции / Д.Г. Бегун // Материалы Юбилейной науч.-практ. конф., посвященной 85-летию Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины, Гомель, Респ. Беларусь, 17 июня 2015 г. : в 4 ч. / Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель, 2015. – Ч. 4. – С. 12–16.

5. Кузнецов, В.В. Формирование шаговых траекторий при контурном управлении систем многокоординатных перемещений / В.В. Кузнецов // *Mathematical methods in the technics and technologies - MMTT-31: works of the 30d International scienc. conf., Minsk, 8–12 Oktober. 2018 / BSUIR. - Minsk, 2018. – С. 61–64.*