

## ОЦЕНКА ПОВРЕЖДЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ, ИСПЫТЫВАЕМЫХ НА ВИБРОПРОЧНОСТЬ

д.т.н. Сурин В.М., к.т.н. Пачинин В.И.

УО «Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники», Минск

**Введение.** Самым распространенным методом стендовых испытаний изделий на вибропрочность [1] является метод качающейся частоты (метод 103-1) при действии синусоидальной вибрации. Он заключается в плавном изменении частоты возбуждения  $f(t)$  в заданном диапазоне от нижней частоты  $f_H$  до верхней  $f_B$  и обратно, чтобы последовательно возбуждались резонансы элементов испытываемого изделия при постоянном во всем диапазоне уровне воздействия.

Разнообразные по конструктивному исполнению элементы изделий представляем в виде линейной механической модели масса – демпфер – пружина. Временная функция отклика  $A$  модели при рассматриваемом нагружении – синусоидальная, с изменяющейся частотой. Амплитуда отклика  $A$  в число раз, равное коэффициенту передачи  $\beta$  отлична от амплитуды  $a$  задаваемого стендом постоянного ускорения. Для установившихся колебаний коэффициент передачи равен [2]

$$\beta = A(t)/a = 1/\sqrt{(1 - Z^2)^2 + Z^2/Q^2} \quad (1)$$

где  $Z = f(t)/f_o$  – нормированная частота, позволяющая исключить влияние разброса значений собственной частоты  $f_o$  элементов изделия при сравнении результатов испытаний;  $Q$  – механическая добротность элемента, которая связана [2] с логарифмическим декрементом колебаний  $\delta$  выражением  $Q = \pi/\delta$  и определяется при испытаниях как отношение максимальной амплитуды отклика к амплитуде задаваемого воздействия. Максимального значения коэффициент передачи ( $\beta_{max} = Q$ ) достигает при резонансе, когда  $f = f_o$ .

Передачный коэффициент зависит от  $Z$ , добротности и скорости изменения частоты в резонансной полосе, границы которой определяются частотами  $f_1$  и  $f_2$ , при которых амплитуда отклика в  $\sqrt{2}$  раз меньше амплитуды отклика на резонансе. Полагаем, что в полосе резонанса имеют место установившиеся колебания, а добротность  $Q$  не зависит от величины  $f_o$ .

Рассчитанные значения передаточного коэффициента для отдельных точек диапазона испытаний ( $Z_H - Z_B$ ) приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Значения передаточного коэффициента  $\beta$  на частотах диапазона испытаний  $Z_H - Z_B$  в зависимости от величины добротности

$Z=f(t)/f_o$	$\beta$			
	Q=10	Q=20	Q=50	Q=100
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
0,5	1,330	1,332	1,333	1,333
0,9	4,756	5,121	5,239	5,257
0,93	6,096	6,998	7,332	7,384
0,95	7,345	9,220	10,067	10,208
0,975	9,150	14,412	18,837	19,869

Окончание таблицы 1

1,0	10	20	50	100
1,03	8,357	12,538	15,554	16,190
1,05	6,814	8,683	9,557	9,705
1,1	4,218	4,606	4,735	4,755
1,413	0,990	0,998	1,000	1,000

Как видно, влияние добротности проявляется на величину передаточного коэффициента только в интервале частот  $(0,95-1,05)f_0$ . При частотах  $f_B > \sqrt{2} \cdot f_0$ , когда  $Z > 1,413$ , а передаточный коэффициент становится меньше единицы и резко уменьшается с увеличением частоты, отклик становится меньше воздействия, испытания проходят в квазиамортизационном режиме нагружения. Поэтому верхнюю частоту диапазона воздействия ограничивают значением  $f_B = 1,5f_0$  или  $Z_B = 1,5$ .

**Оценка повреждений.** Причиной отказов элементов при испытаниях на вибропрочность является усталостное повреждение. Число циклов до разрушения всегда больше  $10^5$  [3]. Принимая во внимание условную границу долговечности между мало- и многоциклового усталостью [4] полагаем, что имеет место механизм многоциклового усталости. Для оценки усталостных повреждений использовали степенное уравнение кривой усталости. Считая возникающие в элементах напряжения пропорциональными ускорению отклика оно имеет вид

$$(a \cdot \beta)^m N = C \quad (2)$$

где  $a$  – задаваемое стендом ускорение;  $\beta$  – передаточный коэффициент;  $N$  – долговечность в циклах при заданной нагрузке;  $m$  – показатель наклона кривой усталости в двойных логарифмических координатах, определяемый экспериментально, значения которого возможны от 2 до 20 [5]. Величину  $C$  можно отождествить с усталостным повреждением при предельном состоянии.

Повреждение, полученное элементом за одно колебание на разных частотах диапазона испытаний ( $Z_H - Z_B$ ) в связи с изменением коэффициента передачи будет разным. Максимальное повреждение элемент получит на резонансной частоте, когда  $\beta = Q$ . Известно [6], что при прохождении монотонно возрастающего (понижающего) уровня воздействия получают повышенные (заниженные) значения долговечностей. Качающаяся частота исключает монотонность, поэтому полагаем, что на возникновение повреждений не влияет последовательность изменения частоты и уровня воспринимаемого ускорения. При оценке повреждений, полученных во всем диапазоне испытаний, воспользуемся линейной гипотезой суммирования, согласно которой все повреждения, полученные на всех уровнях вибрационного воздействия, суммируются вне зависимости от их последовательности.

Обозначим время прохождения частотного диапазона  $f_H - f_B$  через  $T$ , а время прохождения резонансной полосы  $\Delta Z_0$  – через  $\Delta t_0$ .

При испытании по данному методу могут быть использованы следующие зависимости изменения частоты возбуждения.

1. Экспоненциальная (логарифмическая), когда время прохождения резонансной полосы постоянно ( $\Delta t_0 = const$ ):

$$f(t) = f_H \exp(k_1 t) \quad (3)$$

где  $k_1 = \ln(f_B/f_H) / T$  – коэффициент, характеризующий скорость изменения частоты.

2. Линейная, когда скорость изменения частоты во всем диапазоне постоянна ( $df/dt = const$ ):

$$f(t) = f_H + k_2 t \quad (4)$$

где  $k_2 = (f_B - f_H)/T$ , Гц/с – скорость изменения частоты.

3. Гиперболическая, при которой число колебаний в резонансной полосе для всех элементов изделия постоянно ( $\Delta n_o = const$ )

$$f(t) = f_H / (1 - k_3 t), \quad (5)$$

где  $k_3 = k_2/f_B$  – относительная скорость изменения частоты,  $c^{-1}$ .

Частота возбуждения в (3) – (5) дана для случая ее увеличения, при ее уменьшении величина  $t$  в уравнениях меняется на  $(T-t)$ . **Вероятность появления амплитуд отклика на некоторой частоте  $f$  заменим вероятностью пребывания возбуждения на этой частоте, т.е.  $dn = f(t) \cdot dt$ .** Общее число колебаний за время  $T$  полуцикла качания при изменениях частоты по (3) – (5) определяется как:

$$n_1 = T \cdot \frac{f_B - f_H}{\ln(f_B/f_H)}, \quad n_2 = T \frac{f_B + f_H}{2}, \quad n_3 = T \frac{f_B \cdot f_H}{f_B - f_H} \ln \frac{f_B}{f_H} \quad (6)$$

Нижнюю частоту диапазонов испытаний согласно рекомендациям [1] приняли равной 10 Гц.

Наибольшее число колебаний дает линейная зависимость изменения частоты, а наименьшее – гиперболическая, и это различие увеличивается с расширением частотного диапазона испытаний. Повреждение, полученное элементом за время  $T$ , т. е. за полуцикл качания, равно:

$$C_T = \int_0^T (a\beta)^m f(t) \cdot dt \quad (7)$$

Для рассматриваемых зависимостей (3) – (5) выражение (7) примет вид:

$$\begin{aligned} C_{1T} &= T f_0 a^m \frac{1}{\ln(Z_B/Z_H)} \int_{Z_H}^{Z_B} \beta^m dZ, \\ C_{2T} &= T f_0 a^m \frac{1}{Z_B - Z_H} \int_{Z_H}^{Z_B} \beta^m Z dZ, \\ C_{3T} &= T f_0 a^m \frac{Z_B \cdot Z_H}{Z_B - Z_H} \int_{Z_H}^{Z_B} \beta^m dZ/Z, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $Z_B = f_B/f_0$ ;  $Z_H = f_H/f_0$ .

Рассмотрим влияние на накопления усталостных повреждений не только зависимостей изменения частоты, но и отдельных интервалов: дорезонансного  $Z_H - Z_1$ ; резонансной полосы  $\Delta Z_0$  и зарезонансного  $Z_2 - Z_B$ . Нижняя частота была принята 10 Гц, для элемента с  $f_0 = 400$  Гц  $Z_H = 0,025$ , верхняя ограничена условием  $\beta \leq 1$  ( $Z_B = 1,5$ ).

Рассчитанные значения границ  $Z_1 - Z_2$  резонансной полосы, вычисленные для разных величин добротности приведены в табл. 2

Таблица 2 – Значения границ полосы резонанса  $Z_1, Z_2$  в зависимости от добротности

Q	5	7	10	20	30	50	100
$Z_1$	0,883	0,920	0,946	0,974	0,983	0,989	0,995
$Z_2$	1,083	1,064	1,046	1,024	1,016	1,009	1,005

**Ширина резонансной полосы  $\Delta Z_0$  зависит от добротности, но при любых значениях Q имеет место равенство  $\Delta Z_0=1/Q$ .**

Значения подинтегрального выражения в зависимостях (8) находили численным методом. Считая величину повреждений в интервале от  $Z_H$  до  $Z_B$  за 100%, определили распределение повреждений на интервалах при рекомендуемых значениях Q и m [4, 5]. Для рассматриваемых зависимостей они равны в интервалах, симметричных относительно резонанса. Для интервала  $(0,9-1,1)f_0$  значения интегралов можно посчитать с достаточной точностью по формуле

$$J = 1,5Q^{m-1}m^{-0,56}.$$

Распределение повреждений в % по интервалам частотного диапазона при разных зависимостях изменения частоты приведено в табл. 3.

Таблица 3 – Распределение накопленных повреждений в % по интервалам частотного диапазона при экспоненциальной ( $C_1$ ), линейной ( $C_2$ ) и гиперболической ( $C_3$ ) зависимостях изменения частоты

m	Q	$Z_H - Z_1$			$Z_1 - Z_2$			$Z_2 - Z_H$			$(0,9-1,1)f_0$		
		$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
2	10	40,8	35,2	53,1	30,2	31,5	24,9	29	33,3	22	72,0	75,3	59,8
	20	27,4	24,0	35,7	50,7	51,8	45,8	21,9	24,2	18,5	85,1	87,2	77,4
	50	12,7	11,2	16,9	76,3	76,9	73,2	11	11,9	9,9	94,2	95	90,2
4	10	25,4	23,9	27,1	54,7	55	54,2	19,9	21,1	18,7	95,1	95,1	95
	20	9,3	8,8	9,6	82	82,3	82,2	8,7	8,9	8,2	99,5	99,5	99,5
	50	1,05	1,0	1,1	97,8	97,8	97,8	1,15	1,2	1,1	100	100	100
6	10	17,8	17	18,5	68,7	68,2	68,4	13,5	14,1	13,1	100	100	100
	20	3,6	3,5	3,7	92,8	92,7	92,7	3,6	3,8	3,6	100	100	100
	50				100	100	100				100	100	100
8	10	13	12,3	13,6	77,5	77,7	77,2	9,5	10	9,2	100	100	100
	20	1,5	1,5	1,5	97	97	97	1,5	1,5	1,5	100	100	100
	50				100	100	100				100	100	100

Отметим, что рассчитанные повреждения в интервале высоких нормированных частот ( $Z > 1,5$ ), когда  $\beta < 1$ , при условии их учета, не превышают 0.5% повреждений рассматриваемого диапазона.

Чем выше значения m и Q, тем больше элементы получают повреждений в резонансной полосе. В интервале дорезонансных частот  $Z_H - Z_1$  наибольшее относительное накопление повреждений наблюдается при гиперболической зависимости изменения

частоты воздействия и наименьшее – при линейной. Противоположно влияние зависимостей  $f(t)$  на относительную повреждаемость в интервале частот  $Z_2 - Z_B$ . В интервале полосы резонанса  $Z_1 - Z_2$  влияние первой и второй зависимостей изменения частоты на относительный объем накопленных усталостных повреждений примерно одинаково, менее всего способствует повреждению полоса резонанса при третьей зависимости изменения частоты. Такое влияние можно объяснить разным относительным временем прохождения рассмотренных интервалов и соответственно, различным числом колебаний в них. Типичные кривые изменения частоты от времени для рассматриваемых зависимостей  $f(t)$  представлены на рис. 1 для элемента с  $f_0=400$  Гц в интервале 10–600 Гц ( $0,025-1,5$ )  $Z$ . Так, нахождение интервала частот  $f_H - 0,5f_0$  требуется при экспоненциальной зависимости время  $0,75 T$ , при линейной –  $0,35 T$  и при гиперболической –  $0,93 T$ .

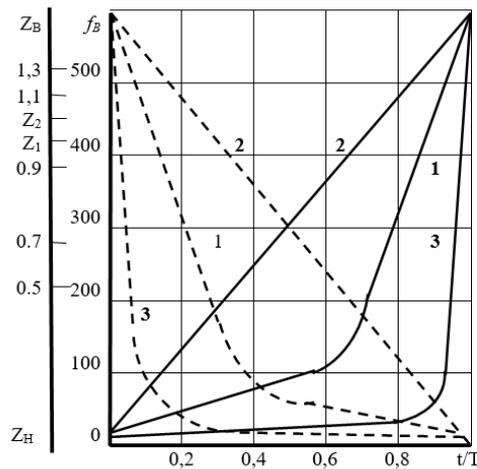


Рис. 1. Изменение частоты по времени в диапазоне 10–600 Гц при экспоненциальной (1), линейной (2) и гиперболической (3) зависимостях:  
 — — прямой ход от  $f_H$  к  $f_B$ ; - - - - обратный ход от  $f_B$  к  $f_H$

Отметим, что при разных зависимостях изменения частоты уровень повреждений приходящийся на интервал  $(0,025-0,5)f_0$  очень незначителен.

При оценке суммарного повреждения на всех частотах диапазона  $f_H - f_B$  с захватом резонансной полосы, прежде всего нужно учитывать время прохождения  $\Delta t_0$  резонансной полосы, которое для рассматриваемых зависимостей соответственно равно

$$\Delta t_{01} = \frac{T}{Q \ln(Z_B/Z_H)}; \quad \Delta t_{02} = \frac{T}{Q(Z_B - Z_H)}; \quad \Delta t_{03} = \frac{T Z_B \cdot Z_H}{Q(Z_B - Z_H)}. \quad (9)$$

Влияние величины  $\Delta t_0$ , как основной, в накоплении повреждений, подтверждают соотношения, полученные при сравнении зависимостей (8) и (9)

$$\frac{C_{2T}}{C_{1T}} = \frac{\Delta t_{02}}{\Delta t_{01}} = \frac{\ln(Z_B/Z_H)}{Z_B - Z_H}; \quad \frac{C_{2T}}{C_{3T}} = \frac{\Delta t_{02}}{\Delta t_{03}}; \quad \frac{C_{1T}}{C_{3T}} = \frac{\Delta t_{01}}{\Delta t_{03}}. \quad (10)$$

При испытаниях в узких диапазонах частот, захватывающих резонанс, не превышающих по ширине  $0,3f_0$  и симметричных относительно резонансной частоты, рассматриваемые зависимости не влияют на повреждаемость, а зависимости, представленные на рис. 1 для таких диапазонов, приближаются к прямым линиям. Влияние зависи-

мостей изменения  $f(t)$  на повреждение увеличивается с расширением диапазона нормированных частот.

**Результаты испытаний.** Полученные выше зависимости проверили на электродинамическом стенде УВЭ-5/10000, грузоподъемностью 5 кг, с диапазоном частот возбуждения 5–10000 Гц и максимальным ускорением воздействия  $450 \text{ м/с}^2$ . Режим испытаний задавали с помощью системы управления стендом СУВУ4 (15УС-10<sup>4</sup>-002), которая обеспечивает постоянный задаваемый уровень воздействия на столе стенда, автоматическую развертку частоты в установленном диапазоне (5–10000) Гц по экспоненциальной или линейной зависимостям изменения частоты с задаваемой скоростью (1–100 Гц/с), а так же измерение частоты с погрешностью 2 % и измерение ускорения с погрешностью 4 %.

Испытывали резисторы МЛТ-1, закрепленные по схеме центральнонагруженного стержня с расстоянием 49 мм между жестко закрепленными концами  $f_0$  ср = 440 Гц, партиями по 12 штук при ускорении в 16g с экспоненциальной и линейной зависимостями изменения частоты в диапазонах  $(0,1-1,5)f_0$  и  $(0,5-1,5)f_0$ . Скорость развертки частоты принимали при экспоненциальной зависимости равной одной октаве в минуту, а при линейной – подбирали из условия равенства времени прохождения диапазона  $Z_H - Z_B$ . Используя соотношения (10) рассчитали, что повреждения, полученные при линейной зависимости изменения частоты должны быть в 1.84 раза при испытании в интервале  $(0,1-1,5)f_0$  и в 1.097 раз при испытании в интервале  $(0,5-1,5)f_0$  больше повреждений, полученных при испытаниях с экспоненциальной зависимостью.

Предельное состояние резисторов фиксировали по разрушению их медных волоочных выводов. Для сравнения использовали медианы долговечностей в минутах испытываемых выборок. Долговечность резисторов, испытанных в диапазоне (50–660) Гц и (230–660) Гц при линейной зависимости изменения частоты в 2,05 и 1,2 раза была соответственно меньше долговечности при испытаниях с экспоненциальной зависимостью.

Большее по сравнению с расчетной влияние на повреждаемость линейной зависимости изменения  $f(t)$  можно объяснить тем, что меньшее время прохождения резонансной полосы при экспоненциальной зависимости уменьшает не только количество колебаний с наибольшими амплитудами, но и величину этих амплитуд.

**Выводы.** 1. Использование нормированных относительно резонанса интервалов частоты возбуждения позволило количественно оценить их влияние на вибропрочность изделий, что важно как при создании надежных изделий (уход от резонанса за счет изменения жесткости конструкции), так и при выборе режимов ускоренных испытаний на вибропрочность.

2. Линейная зависимость изменения частоты возбуждения наиболее эффективна при испытаниях на вибропрочность, особенно в диапазоне дорезонансных частот.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Межгосударственный стандарт ГОСТ 20.57.406-81 Комплексная система испытания качества. Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнические. Методы испытаний / Минск, Госстандарт. – М.: Издательство стандартов, 1982. – 165 с.

2. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

3. Держинский, С.М. Долговечность электронных элементов, испытываемых на вибропрочность / С.М. Держинский, В.М. Сурин // Проблемы инфокоммуникаций. – 2015. – № 1. – С. 62–65.

4. Когаев, В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 220 с.

5. Межгосударственный стандарт ГОСТ 25.504-82 Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости / Минск, Госстандарт. М.: Издательство стандартов, 1982. – 81 с.

"б. Межгосударственный стандарт ГОСТ 25.507-85 Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы испытаний на усталость при эксплуатационных режимах нагружения. Общие требования / Минск, Госстандарт. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 31 с.