

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

УДК 539.3:620.193:669

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ

Кузнецова В.О.

Научный руководитель Трещев А.А.

Тульский государственный университет

Разработан алгоритм решения задач наводороживания оболочек из титанового сплава. Представлено решение уравнения диффузии водородосодержащей среды, произведено сравнение полученного решения с результатами классической теории без учета агрессивного воздействия водородосодержащей среды. Для решения системы разрешающих дифференциальных уравнений применён метод конечных разностей.

При химической адсорбции молекулы водорода распадаются на атомы, которые диффундируют вглубь материала [5, 6].

Для небольших перепадов концентрации возможно применение так называемого первого закона Фика, согласно которому количество вещества, проходящее через воображаемое сечение, перпендикулярное направлению диффузии, пропорционально величине градиента концентрации в этом сечении, площади сечения и времени диффузии:

$$J = -D \text{grad} \lambda = -D \frac{\delta \lambda}{\delta z}, \quad (1)$$

где D - коэффициент диффузии,

z - координата в направлении диффузии.

Для случая одномерной задачи уравнение (1) переходит в первый закон Фика, имеющий вид:

$$J = -D \delta \lambda_{,z},$$

Для титановых сплавов ВТ1-0 коэффициент диффузии не зависит от концентрации, поэтому из первого закона Фика вытекает второй закон в виде:

$$\frac{\partial \lambda(z, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \lambda(z, t)}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где t – текущее время.

В качестве решения уравнения (2) для процесса односторонней диффузии принимаем известные аналитические решения, представленные в работе [6]:

$$\lambda(z, t) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)z/h + (2/\pi) \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \cdot \pi \cdot z/h) \exp(-F_0 \pi^2 i^2) \times \\ \times [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1] / i, \quad (3)$$

где $F_0 = Dt/h^2$ – число Фурье;

i – число членов ряда;

λ_1 и λ_2 – краевые условия для концентрации среды сверху и снизу оболочки;

h – толщина оболочки;

z – координата точки по толщине оболочки.

Краевые условия представлены следующим образом:

1) при воздействии среды со стороны приложения поперечной силовой нагрузки:

$$\lambda(-h/2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_1; \quad \lambda(+h/2, t) = 0 = \lambda_2; \quad (4)$$

где λ_{∞} – равновесная концентрация водородосодержащей среды.

Начальные условия имеют вид:

$$\lambda(z, 0) = 0. \quad (5)$$

Заменяв производные конечными разностями в программном комплексе MATLAB полученные ранее разрешающие уравнения, и обработав вычислительный алгоритм, приходим к следующим результатам решения поставленной задачи:

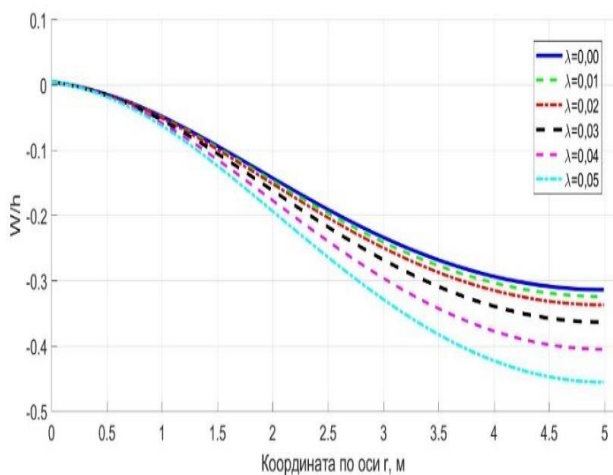


Рис. 1 – Прогибы в оболочке

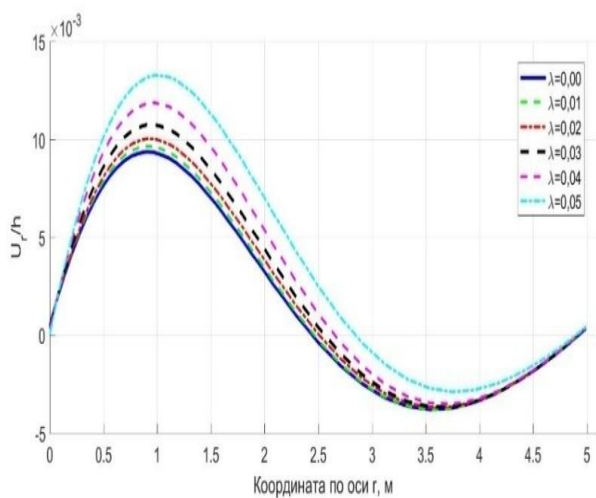


Рис. 2 – Горизонтальные перемещения вдоль радиуса

Рисунки 1 и 2 отражают графики прогибов и горизонтальных перемещений оболочки.

Сравним полученные результаты с результатами Овчинникова И.Г. [2], при получении которых использовались простейшие физические соотношения, в зависимости от степени концентрации λ [2]:

$$\sigma_r = k \frac{\psi}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\varphi)$$

$$\sigma_\varphi = k \frac{\psi}{1-\nu^2} (\varepsilon_\varphi + \nu \varepsilon_r)$$

$$\psi = \sigma_i / \varepsilon_i ,$$

где ψ – функция, учитывающая влияние вида и уровня напряжённого состояния, а также водородного воздействия на характер физических соотношений,

k – главная кривизна оболочки,

σ_i – интенсивность напряжений,

ε_i – интенсивность деформаций,

ν – к-т поперечной деформации.

Сравнив в программном комплексе MATLAB полученные решения по разработанной модели [5, 6] с результатами по теории И.Г. Овчинникова [1, 2], приходим к выводу, что результаты отличаются из-за того, что в этой теории не учитывается влияние наводороживания при разных сложных видах напряжённого состояния.

На рисунках 3 – 4 показано, что расхождение в значениях максимальных прогибов и перемещений с учетом и без учета наводороживания значительное и составляет 16,5 %, что недопустимо, так как превышает предельное значение погрешности для строительных конструкций, равное 5 %.

Учет воздействия водородосодержащей среды в данной работе был построен на основе нелинейных определяющих соотношений, учитывающих наведённую чувствительность к наводороживанию в широком диапазоне изменения видов напряжённого состояния [5, 6].

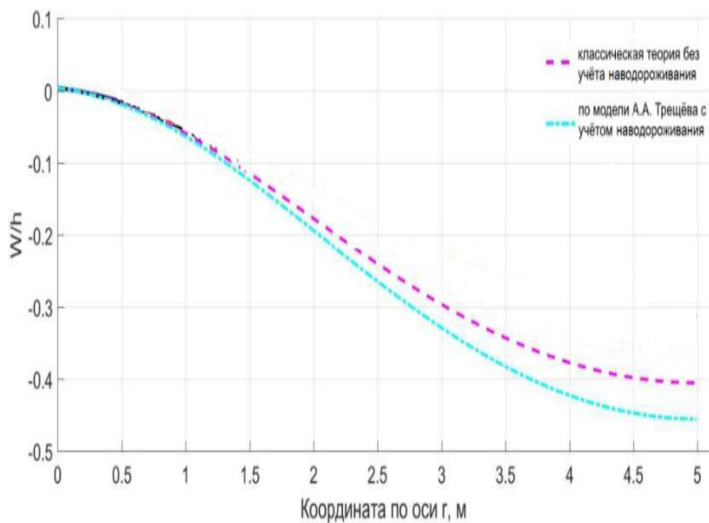


Рис. 3 – Прогибы в оболочке

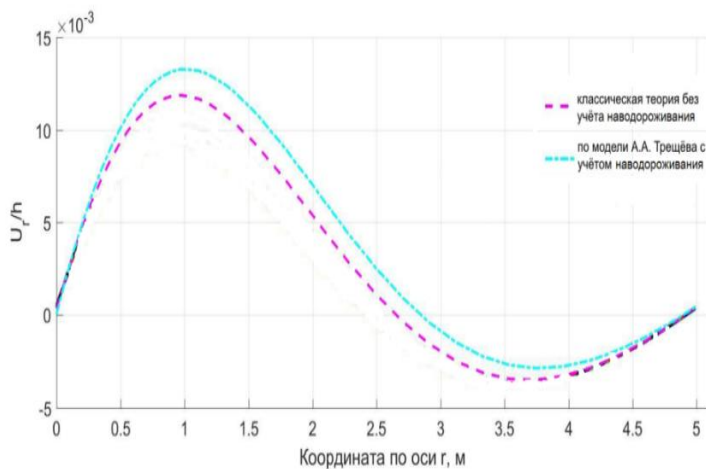


Рис. 4 – Горизонтальные перемещения в оболочке

Библиографический список

1. Овчинников, И.Г. Модифицированная модель деформирования и разрушения материала, подвергающегося облучению // *Строительная механика и расчёт сооружений*, 2014. №1 С. 29–35.
2. Овчинников, И.Г., Анализ экспериментальных данных по влиянию водорода при нормальных температурах на механические свойства металлов и сплавов и построению модели взаимодействия конструктивных элементов с водородом. Ч.1. Проблема воздействия водорода на металлы и пути ее решения. Закономерности проникания водорода в конструктивные элементы / И.Г. Овчинников, А.Б. Рассада. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. – 28 с.
3. Петров, В.В. Теория наведенной неоднородности и ее приложения к проблеме устойчивости пластин и оболочек / В.В. Петров, В.К. Иноземцев, Н.Ф. Синева. – Саратов: Сарат. госуд. технич. ун - т, 1996. – 311с.
4. Петров, В.В., Кривошеин И.В. Методы расчёта конструкций из нелинейно-деформируемого материала / Учебное пособие: – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 208 с.
5. Трещев, А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения: монография. –М.; Тула; РААСН; ТулГУ, 2016. – 236 с.
6. Сергеева С.Б., Трещев А.А. Расчет круглых пластин, выполненных из титановых сплавов, подверженных совместному воздействию нагрузки и водородосодержащей среды. // *Изв. ТулГУ. Серия: математика, механика, информатика.* – Тула: ТулГУ, 2001. – Т. 7. – Вып. 2. – С. 167 – 172.