

4. Чернобривенко, Ю. С. Определение оптимальной жесткости рабочей клетки сортовых станов / Ю. С. Чернобривенко, В. И. Биба // Теоретические проблемы прокатного производства. Теория прокатки: материалы всесоюзн. науч.-техн. конф. – М.: Металлургия, 1975. – С. 416 – 419.

5. Переработка гильз снарядов в тонкополосовой прокат / Л. А. Исаевич, Е. Б. Ложечников, Л. Е. Симонов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1999. – № 11. – С. 27–29.

6. Вол, А. Е. Цинк и его сплавы. Свойства цинка, его промышленное применение / А. Е. Вол. – М.; Л.: Металлургия, 1933. – 304 с.

7. Бобылев, А. В. Механические и технологические свойства металлов: справочник / А. В. Бобылев. – М.: Металлургия, 1980. – 296 с.

8. Павлов, И. М. Материалы по теории прокатки / И. М. Павлов. – М.: Металлургиздат, 1941. – Т. 3. – 245 с.

9. Теория прокатки: справочник / А. И. Целиков [и др.]. – М.: Металлургия, 1982. – 335 с.

10. Губкин, С. И. Теория обработки металлов давлением / С. И. Губкин. – М.: Металлургиздат, 1947. – 531 с.

11. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендлев. – М.: Наука, 1981. – 720 с.

УДК 621.771.63

Л. А. ИСАЕВИЧ, д-р техн. наук,  
Д. М. ИВАНИЦКИЙ, канд. техн. наук,  
М. И. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук,  
М. М. МАЛЕКИАН (БНТУ)

## ПРОКАТКА ПОЛОС ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С РЕГЛАМЕНТИРОВАННЫМ УШИРЕНИЕМ

Процесс прокатки полос в гладких валках сопровождается явлением уширения, которое в ряде случаев крайне нежелательно. Например, при прокатке заготовок малолистовых рессор с изменяющейся по длине толщиной на их концевых участках наблюдается максимальное уширение, что не допускается конструкцией самого изделия. Для его устранения требуется дополнительная операция – фрезерование, или обрезка концов прокатанной заготовки по ширине.

Расчет уширения основан на принципе наименьшего сопротивления [1]. При прокатке зона очага деформации в плане представляет собой трапецию высотой, соответствующей длине зоны дефор-

мации, и средней шириной, которая равна полусумме ширины полосы до и после прокатки [2].

Для вычисления уширения без учета влияния внешних зон и ширины полосы используем известное [2] уравнение

$$\Delta B = \left( \sqrt{R\Delta h} - \frac{\Delta h}{2f} \right) \left[ 2 \left( \frac{h}{\Delta h} \right)^2 \ln \left( \frac{H}{h} \right) - \frac{2h}{\Delta h} + 1 \right], \quad (1)$$

где  $R$  – радиус прокатных валков;  $\Delta h$  – обжатие за проход;  $f$  – коэффициент контактного трения;  $h$  – конечная толщина полосы;  $H = h + \Delta h$  – начальная толщина полосы.

По данному уравнению проведен расчет величины уширения в конце прохода для случая горячей прокатки в валках радиусом  $R = 100$  мм полосы с исходными размерами (ширина  $B_0 = 80$  мм и толщина  $H_0 = 44$  мм) при коэффициенте контактного трения  $f = 0,5$  за 6 проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм. По результатам расчета построен график (рис. 1).

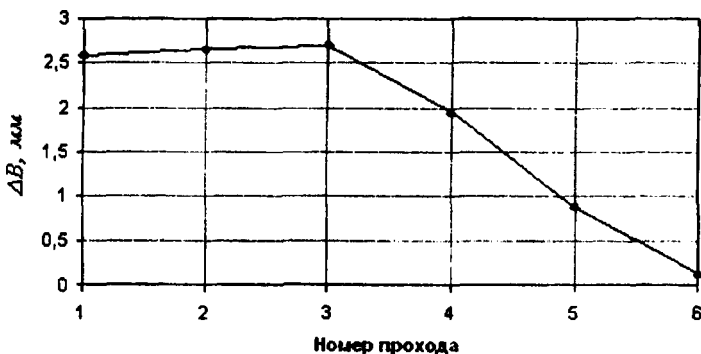


Рис. 1. График изменения уширения  $\Delta B$  в конце каждого прохода для случая горячей прокатки в валках радиусом  $R = 100$  мм полосы с исходными значениями ширины  $B_0 = 80$  мм и толщины  $H_0 = 44$  мм за 6 проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм

Из представленного графика следует, что для разных значений абсолютного обжатия  $\Delta h$  при заданных значениях исходной ширины  $B_0$  и начальной толщины  $H$  с уменьшением  $\Delta h$  значения уширения  $\Delta B$  вначале возрастают, а потом уменьшаются. Это связано с тем, что от прохода к проходу изменяется соотношение между единичным обжатием, начальной и конечной толщиной полосы.

На рис. 2 представлен график изменения уширения  $\Delta B$  полосы во втором и четвертом проходах в зависимости от ее конечной толщины  $h$ . Как видно из графиков, при уменьшении конечной толщины значения уширения возрастают.

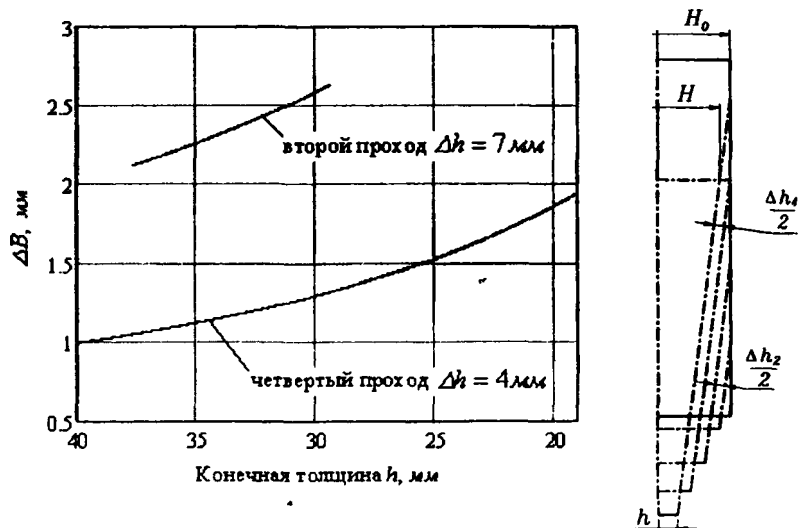


Рис. 2. Графики изменения уширения  $\Delta B$  в зависимости от конечной толщины  $h$  полосы при прокатке ее во втором и четвертом проходах в условиях переменной начальной толщины  $H = h + \Delta h$

При периодической прокатке полосовых заготовок малолистовых рессор образующееся в первом и последующих проходах уширение является величиной переменной, поскольку обжатие заготовки по длине изменяется от нуля в ее середине до максимума на конце. В силу этого наибольшее уширение имеет место на концах полосы.

Устранение уширения возможно за счет обжатия заготовки после каждого прохода до исходной ширины посредством неприводных боковых роликов (рис. 3). Прокатанная после первого прохода полоса *1* при увеличении зазора между постоянно вращающимися приводными валками *2* подается специальным механизмом в исходное крайнее правое положение, раздвигая своей уширенной частью подпружиненные неприводные ролики *3*. Затем зазор между валками *2* уменьшается до величины, устанавливаемой вторым проходом, и происходит обжатие полосы, которая, перемещаясь влево, за счет сил контактного трения смещает ролики *3* до упоров *4* с образованием между ними зазора величиной  $B_0$ . После этого происходит процесс обжатия (волочения) заготовки через неприводные ролики с уменьшением ее ширины до исходного значения  $B_0$ . В последующих проходах данный цикл повторяется.

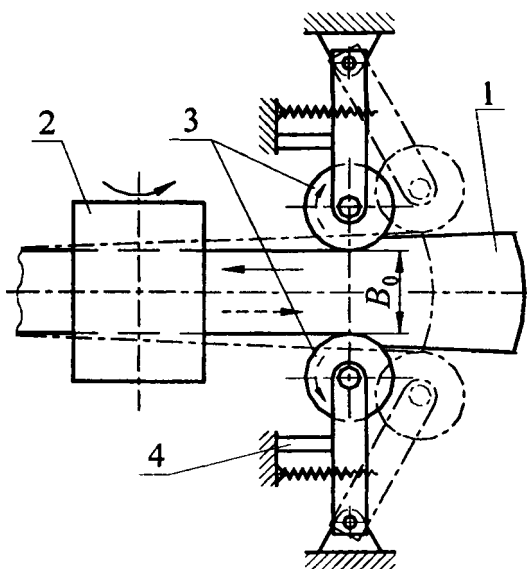


Рис. 3. Роликовое волочение, используемое для устранения уширения прокатываемой полосы: *1* – полоса; *2* – прокатные валки; *3* – неприводные ролики; *4* – упоры

Процесс обжатия (волочения) в неприводных боковых роликах осуществляется исключительно за счет натяжения полосы, возникающего между парой неприводных роликов 3 и прокатных валков 2 в процессе самой прокатки. При этом тянущее напряжение  $\sigma_0$  обжатия (волочения) в неприводных роликах по сути дела является напряжением заднего натяжения при прокатке полосы в валках.

Для определения значения заднего натяжения, которое возникает на этапе волочения в неприводных роликах при реализации процесса в целом, запишем уравнение равновесия в виде (рис. 4, а)

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(B_x + dB_x) - \sigma_x B_x + 2p_x \operatorname{tg}\varphi_x dx \mp 2\tau_x dx = 0. \quad (2)$$

Примем, что контактные касательные напряжения по дуге касания постоянны и заданы условием Зибеля [2]

$$\tau_x = 2fk, \quad (3)$$

где  $k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T$  — пластическая постоянная;  $f$  — среднее значение коэффициента контактного трения металла о ролики.

Знак «минус» перед  $\tau_x$  относится к зоне отставания, а знак «плюс» — к зоне опережения. Подставляя в данное уравнение значение  $dx = dB_x / 2\operatorname{tg}\varphi_x$  и пренебрегая бесконечно малой величиной  $d\sigma_x dB_x$ , получим

$$B_x d\sigma_x + \sigma_x dB_x + p_x dB_x \mp 2kf \frac{dB_x}{\operatorname{tg}\varphi_x} = 0. \quad (4)$$

Воспользуемся условием пластичности для двумерной деформации [1]

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm 2k.$$

Примем, что главные оси напряжений в элементе  $dx$  соответствуют горизонтальной и вертикальной осям  $x, y$ . В этом случае  $\sigma_1 = -p_x$ ;  $\sigma_3 = \sigma_x$ .

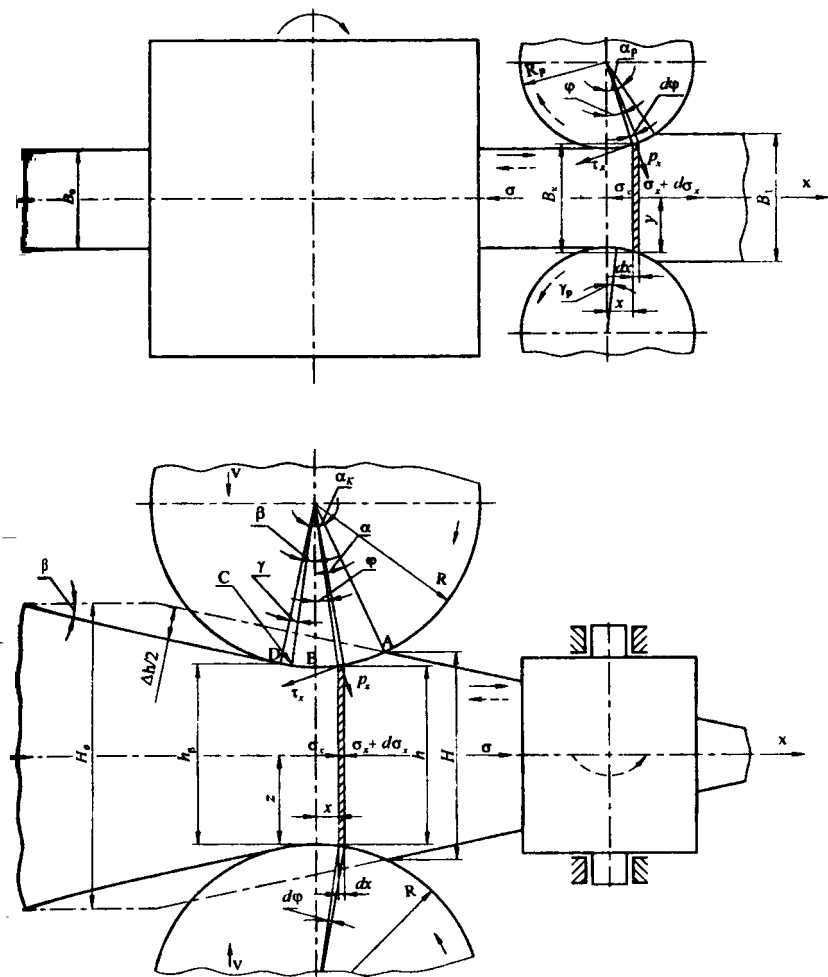


Рис. 4. Схема действия сил в очаге деформации при: а – роликовом волочении для устранения уширения прокатываемой полосы; б – прокатке полосы переменной толщиной

Тогда из уравнения пластичности следует, что

$$P_x + \sigma_x = 2k.$$

Решив данное выражение совместно с (4), получим дифференциальное уравнение для определения нормального напряжения, действующего на ролики

$$-B_x dp_x + 2kdB_x \mp 2kf \frac{dB_x}{\operatorname{tg} \varphi_x} = 0, \quad (5)$$

где  $dp_x = -d\sigma_x$ .

Если принять, что для зоны отставания  $\operatorname{tg} \varphi_x = \operatorname{tg} \left[ (\alpha_p + \gamma_p) / 2 \right]$ , а для зоны опережения  $\operatorname{tg} \varphi_x = \operatorname{tg} (\gamma_p / 2)$ , предварительно заменив дугу касания с углом  $\varphi$  хордой [2], из уравнения (5) получим:

для зоны отставания

$$-dp_x + 2k(1 - \delta_0) \frac{dB_x}{B_x} = 0; \quad (6)$$

для зоны опережения

$$-dp_x + 2k(1 + \delta_1) \frac{dB_x}{B_x} = 0, \quad (7)$$

где

$$\delta_0 = \frac{f}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_p + \gamma_p}{2}}; \quad \delta_1 = \frac{f}{\operatorname{tg} \frac{\gamma_p}{2}};$$

$\alpha_p$  – угол прокатки;  $\gamma_p$  – угол, отвечающий критическому сечению.

После интегрирования запишем:

для зоны отставания

$$p_{x\text{от}} = 2k(1 - \delta_0) \ln B_x + C_0; \quad (8)$$

для зоны опережения

$$p_{x_{\text{ОП}}} = 2k(1 + \delta_1) \ln B_x + C_1. \quad (9)$$

Постоянные интегрирования  $C_0$  и  $C_1$  найдем из граничных условий, согласно которым при  $B_x = B_1$   $p_{x_{\text{ОТ}}} = 2k$ , а при  $B_x = B_0$   $p_{x_{\text{ОП}}} = 2k - \sigma_0$ .

С учетом этого:

$$C_0 = 2k - 2k(1 - \delta_0) \ln B_1; \quad C_1 = 2k[1 - (1 + \delta_1) \ln B_0] - \sigma_0.$$

Подставляя значения  $C_0$  и  $C_1$  соответственно в уравнения (8) и (9), можно записать:

для зоны отставания

$$p_{x_{\text{ОТ}}} = 2k \left[ 1 + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_x}{B_1} \right]; \quad (10)$$

для зоны опережения

$$p_{x_{\text{ОП}}} = 2k \left[ 1 + (1 + \delta_1) \ln \frac{B_x}{B_0} \right] - \sigma_0. \quad (11)$$

Напряжение волочения полосы  $\sigma_0$  можно определить из условия, что в критическом сечении при  $B_x = B_\gamma$   $p_{x_{\text{ОТ}}} = p_{x_{\text{ОП}}}$ . Решив с учетом этого совместно (10) и (11), получим

$$\sigma_0 = 2k \left[ (1 + \delta_1) \ln \frac{B_\gamma}{B_0} + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_1}{B_\gamma} \right]. \quad (12)$$

Величину ширины  $B_\gamma$  в критическом сечении можно выразить следующим соотношением [2]:



$$B_{\gamma} = B_0 + R_p \gamma_p^2, \quad (13)$$

где  $R_p$  – радиус роликов.

Для определения критического угла  $\gamma_p$  построим эпюру распределения контактных касательных напряжений  $\tau$  по длине очага деформации, учитывая, что  $\tau = 2fk$  (рис. 5).

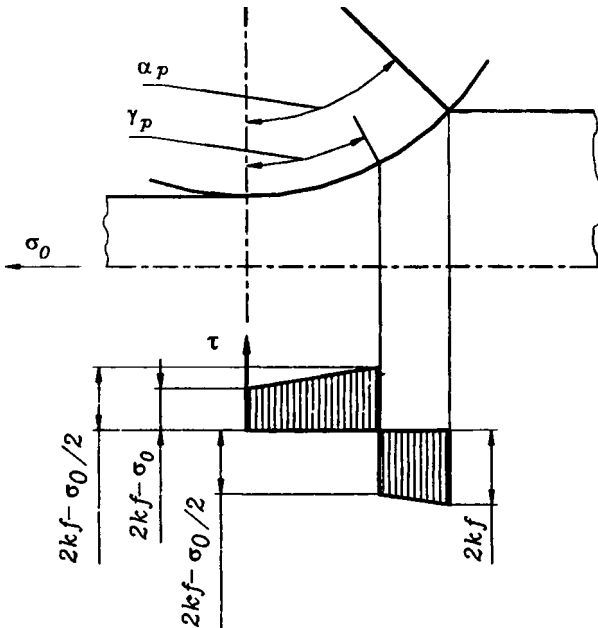


Рис. 5. Эпюра распределения контактных касательных напряжений в неприводных роликах

Поскольку вращение неприводных роликов осуществляется исключительно за счет сил контактного трения в зоне опережения [3], из этого следует, что сумма сил трения в зоне опережения должна быть больше или равной сумме этих сил в зоне отставания  $\sum \tau_{оп} \geq \sum \tau_{от}$ . Примем, что касательные напряжения на контакте

полосы с роликами изменяются линейно от  $2fk$  на входе в очаг деформации до  $2fk - \sigma_0$  на выходе из него. Далее для упрощения расчетов будем полагать, что  $\gamma_p \approx \frac{1}{2} \alpha_p$ . Тогда после преобразований запишем:

$$\sum \tau_{P_{от}} = \frac{1}{2} R_p (\alpha_p - \gamma_p) \left( 4fk - \frac{\sigma_0}{2} \right); \quad (14)$$

$$\sum \tau_{P_{оп}} = \frac{1}{2} R_p \gamma_p \left( 4fk - \frac{3\sigma_0}{2} \right). \quad (15)$$

После этого, решая совместно выражения (14) и (15), получим

$$\gamma_p = \frac{\alpha_p (8fk - \sigma_0)}{4(4fk - \sigma_0)}. \quad (16)$$

В результате численного решения системы уравнений (12), (13) и (16) найдем значения критического угла  $\gamma_p$ , ширины в критическом сечении  $B_\gamma$  и напряжения волочения полосы  $\sigma_0$ .

Для учета потерь на трение в подшипниках роликов необходимо определить распорное усилие  $P$  в самих роликах. При практических расчетах величину распорного усилия в роликах находят как произведение среднего контактного нормального напряжения  $p_{ср}$  на площадь соприкосновения металла с роликами [2]

$$P = p_{ср} h_{ср} R_p \sin \alpha_p. \quad (17)$$

Здесь

$$p_{ср} = \frac{1}{\Delta B} \left( \int_{B_0}^{B_\gamma} p_{x_{оп}} dB_x + \int_{B_\gamma}^{B_1} p_{x_{от}} dB_x \right). \quad (18)$$

Подставив  $p_{x_{от}}$  и  $p_{x_{оп}}$  соответственно из уравнений (10) и (11) в выражение (18), а затем, интегрируя, получим

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{\Delta B} \{ (-\sigma_0 - 2k\delta_1)(B_\gamma - B_0) + 2kB_\gamma \left[ (1 + \delta_1) \ln \frac{B_\gamma}{B_0} + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_1}{B_\gamma} \right] + 2k\delta_0 (B_1 - B_\gamma) \}. \quad (19)$$

Согласно [2] можно принять

$$h_{\text{ср}} \approx (h_0 + h_1)/2, \quad (20)$$

где  $h_0$  и  $h_1$  – толщина полосы на выходе из роликов и на входе в них соответственно.

Поскольку при определении критического угла  $\gamma_p$  исходили из того, что площадь эпюры касательных напряжений в зоне опережения должна быть больше или равна площади эпюры в зоне отставания, из этого следует вывод, согласно которому центр тяжести эпюры нормальных контактных напряжений при обжатии полосы в неприводных роликах совпадает с положением критического сечения  $B_\gamma$ . Следовательно, равнодействующая усилия прокатки  $P$  должна находиться в этом же сечении.

На рис. 6 угол  $\theta$  наклона силы  $P$  к вертикали можно найти [2] из треугольника  $OKL$ , из которого следует, что  $\theta = \gamma_p + \theta_1$ , где  $\theta_1$  – угол между силой  $P$  и радиусом  $OL$ .

Угол  $\theta_1$  определяем из уравнения [2]

$$\sin(\theta_1) = \frac{d_{\text{ц}}}{D_p} f_{\text{п}}, \quad (21)$$

где  $d_{\text{ц}}$  – диаметр цапф подшипников роликов;  $D_p$  – диаметр роликов и  $f_{\text{п}}$  – коэффициент трения в подшипниках.

Силу, необходимую для протягивания металла через неприводные ролики, можно найти из уравнения [2]

$$T = 2P \sin(\gamma_p + \theta_1). \quad (22)$$

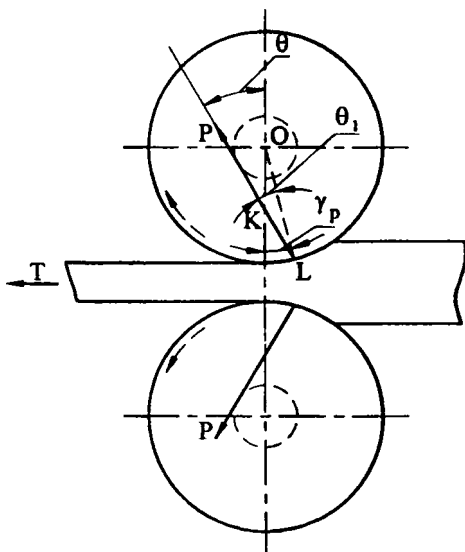


Рис. 6. Направление равнодействующих сил, действующих на неприводные ролики [2]

Если полученное значение  $T$  разделить на площадь полосы на выходе из роликов, найдем величину заднего натяжения  $\sigma$

$$\sigma = T / (h_{\text{ср}} B_0). \quad (23)$$

После этого найденное значение  $\sigma$  подставляем в уравнение (16), повторно определяем  $p_{\text{ср}}$ ,  $P$ ,  $T$  и новое значение  $\sigma$  соответственно с помощью уравнений (19), (17), (22), и (23). Процесс расчета продолжается до требуемой точности значения  $\sigma$ .

На рис. 7 показаны зависимости значений напряжений заднего натяжения  $\sigma_{(1)}$  (диаметр цапфы  $d_{\text{ц}} = 50$  мм) и  $\sigma_{(2)}$  ( $d_{\text{ц}} = 100$  мм), напряжения волочения полосы  $\sigma_0$  и отношения  $\gamma_p / \alpha_p$  от величины уширения  $\Delta B$ . Как видно из графиков, при увеличении значений  $\Delta B$  возрастают значения  $\sigma_{(1)}$ ,  $\sigma_{(2)}$ ,  $\sigma_0$  и отношение  $\gamma_p / \alpha_p$ . Напряжение  $\sigma_{(1)}$  или  $\sigma_{(2)}$  для процесса обжатия по толщине поло-

сы в прокатных валках является по существу напряжением заднего натяжения. Поэтому вектор его  $\sigma$  на рис. 4, б повернут по отношению к рис. 4, а в противоположную сторону.

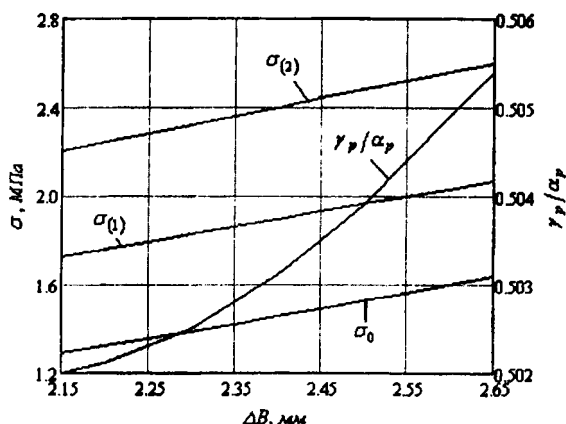


Рис. 7. Графики изменения значений напряжений заднего натяжения  $\sigma(1)$  и  $\sigma(2)$ , напряжения волочения полосы  $\sigma_0$  и отношения  $\gamma_p/\alpha_p$  в зависимости от уширения  $\Delta B$ , которые построены по данным, рассчитанным соответственно по формуле (23) и при численном решении системы уравнений (12), (13) и (16), для случая волочения полосы шириной  $B_0 = 80$  мм из стали 50ХГФА в неприводных роликах  $D_p = 150$  мм, при температуре  $1100^\circ\text{C}$ , коэффициенте контактного трения  $f = 0,5$  и абсолютном обжа- тии  $\Delta h = 7$  мм ( $\sigma(1)$  — диаметр цапфы  $d_{ц} = 50$  мм ;  $\sigma(2)$  —  $d_{ц} = 100$  мм )

Напряжение заднего натяжения влияет на величину критического угла  $\gamma$  в очаге деформации при прокатке. Для совмещения процесса прокатки и волочения в неприводных роликах необходимо, чтобы  $\gamma > 0$ , так как это обеспечивает необходимый резерв сил контактного трения [2] в прокатных валках для осуществления процесса в целом.

Чтобы определить значения критического угла  $\gamma$  при прокатке полосы с задним натяжением, необходимо знать распределение нормальных контактных напряжений по длине очага деформации [2]. При выводе формул для расчета нормальных контактных напряжений рассмотрим схему, представленную на рис. 4, б.

Дифференциальное уравнение равновесия сил согласно Карману [2] можно представить в виде

$$\frac{dp_x}{dx} - \frac{2k}{z} \frac{dz}{dx} \pm \frac{\tau_x}{z} = 0, \quad (24)$$

где  $p_x$  – нормальное контактное напряжение по дуге касания металла с валком;  $x$  и  $z$  – текущие координаты дуги касания.

Знак «плюс» перед  $\tau_x$  относится к зоне отставания, а знак «минус» – к зоне опережения.

Приняв, что

$$dx = R \cos \varphi \, d\varphi; \quad z = 0,5[h + 2R(1 - \cos \varphi)]; \quad \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg} \varphi,$$

уравнение (24) с учетом выражения (3) запишется в виде

$$\frac{dp_\varphi}{R \cos \varphi \, d\varphi} - \frac{4k}{h + 2R(1 - \cos \varphi)} (\operatorname{tg} \varphi \mp f) = 0,$$

где  $R$  – радиус валков.

После преобразований последнего выражения получим

$$dp_\varphi = \frac{4kR}{h + 2R(1 - \cos \varphi)} (\sin \varphi \mp f \cos \varphi) d\varphi. \quad (25)$$

Подставим соотношение  $1 - \cos \varphi = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$  в уравнение (25) и после этого запишем

$$dp_{\varphi} = \frac{4k}{\frac{h}{R} + 4 \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)} (\sin \varphi \mp f \cos \varphi) d\varphi, \quad (26)$$

где знак «минус» относится к участку  $AB$  зоны отставания и к участку  $CD$  зоны опережения очага деформации, а знак «плюс» к участку  $BC$  зоны отставания при прокатке с нарастающим обжатием.

Интегрируя уравнение (26), а также подставляя значения  $\sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \approx \left( \frac{\varphi}{2} \right)^2$  и  $\operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) \approx \frac{\varphi}{2}$ , находим  $p_{\varphi}$ :

для участка  $AB$  зоны отставания

$$p_{\varphi} = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + 2kf\varphi + C_{OT_1}; \quad (27)$$

для участка  $CD$  зоны опережения

$$p_{\varphi} = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) + 2kf\varphi - \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{OP_1}; \quad (28)$$

для участка  $BC$  зоны отставания

$$p_{\varphi} = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - 2kf\varphi + \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{OT_2}. \quad (29)$$

Величины  $C_{OT_1}$  и  $C_{OP_1}$  находим из граничных условий, рассматривая процесс прокатки с натяжением  $\sigma$  полосы.

В точке  $A$  при  $\varphi = \alpha_K - \beta$  будет  $p_\varphi = 2k - \sigma$ , а в точке  $D$  при  $\varphi = \beta$  величина  $p_\varphi = 2k$ .

После подстановки значений  $p_\varphi$  и  $\varphi$  в уравнения (27) и (28), запишем

$$C_{OT_1} = 2k \left\{ \xi_0 - \ln \left( \frac{h}{R} + \alpha^2 \right) + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - f \alpha \right\},$$

где

$$\xi_0 = 1 - \frac{\sigma}{2k};$$

$$C_{OI_1} = 2k \left\{ 1 - \ln \left( \frac{h}{R} + \beta^2 \right) + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\beta}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - f \beta \right\}.$$

Подставив из последних выражений величины постоянных интегрирования  $C_{OT_1}$  и  $C_{OI_1}$  в (27) и (28), получим уравнения для определения распределения нормальных контактных напряжений по дуге касания:

в зоне отставания на участке  $AB$

$$p_\varphi = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\alpha - \varphi)}{1 + \frac{\alpha \varphi}{4} \left( 1 + 4 \frac{R}{h} \right)} \right] - \right. \\ \left. - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \alpha^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) + f (\varphi - \alpha) \right\}; \quad (30)$$



в зоне опережения на участке  $CD$

$$p_{\varphi} = 2k \left\{ 1 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\beta - \varphi)}{1 + \left( 1 + 4 \frac{R}{h} \right) \frac{\beta \varphi}{4}} \right] - \right. \\ \left. - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) + f(\varphi - \beta) \right\}, \quad (31)$$

где  $\beta$  — центральный угол, определяющий положение сечения выхода раската из валков (угол клиновидности), рад.

После решения для точки  $B$  (при  $\varphi = 0$ ) совместно уравнений (29) и (30) можно определить постоянную интегрирования  $C_{OT_2}$

$$C_{OT_2} = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - \ln \left( \frac{h}{R} + \alpha^2 \right) - f \alpha \right\}.$$

Тогда уравнение (29) для определения нормальных контактных напряжений в зоне отставания на участке  $BC$  можно записать в следующем виде

$$p_{\varphi} = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\varphi + \alpha)}{1 - \frac{\varphi \alpha}{4} \left( 1 + 4 \frac{R}{h} \right)} \right] - \right. \\ \left. - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \alpha^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) - f(\varphi + \alpha) \right\}. \quad (32)$$

Если сечение, отвечающее критическому углу  $\gamma$ , будет расположено справа от плоскости осей валков (рис. 4, б), то для участка  $CB$ , в данном случае находящегося в зоне опережения, дифференциальное уравнение прокатки (26) нужно использовать со знаком «плюс».

После интегрирования уравнения (26) со знаком «плюс» запишем

$$p_{\varphi} = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - 2k f \varphi + \frac{4k f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{\text{ОП}_2} \cdot (33)$$

В свою очередь постоянную интегрирования  $C_{\text{ОП}_2}$  определяем после совместного решения уравнений (31) и (33) для точки В при  $\varphi = 0$ . В этом случае

$$C_{\text{ОП}_2} = 2k \left\{ 1 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \beta \right) - \ln \left( \frac{h}{R} + \beta^2 \right) - f \beta \right\}.$$

В результате подстановки значения  $C_{\text{ОП}_2}$  в (33) получим уравнение для определения нормальных контактных напряжений по дуге касания в зоне опережения на участке  $CB$

$$p_{\varphi} = 2k \left\{ 1 + \frac{2f \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\beta + \varphi)}{1 - \frac{\beta \varphi}{4} \left( 1 + 4 \frac{R}{h} \right)} \right] - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) - f (\beta + \varphi) \right\}. \quad (34)$$

Мгновенное значение угла, характеризующего положение критического сечения и определяющего границу раздела между зоной опережения и зоной отставания, можно найти из условия, что в критическом сечении [2]

$$P_{\text{оп}\gamma} = P_{\text{от}\gamma}.$$

Тогда из совместного решения уравнений (30) и (34) при  $\varphi = \gamma - \beta$  или уравнений (31) и (32) при  $\varphi = \beta - \gamma$ , в зависимости от положения критического сечения относительно плоскости осей валков, после подстановки значений  $\text{tg}\left(\frac{\varphi F}{2G}\right) \approx \frac{\varphi F}{2G}$ ,  $\left(\frac{\varphi}{2} A\right)^2 \frac{\text{tg} Q}{G} \approx 0$  получим уравнение

$$\gamma = \frac{1 + 2\frac{R}{h}}{\frac{R}{h}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}} \text{tg} \left\{ 0,5 \left[ \text{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}} \right) - \text{arctg} \left( \frac{\beta}{2} \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)} \left[ \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2} \right) - \frac{\sigma}{2k} \right] + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)} \cdot (\beta - \alpha) \right\} + \beta, \quad (35)$$

где

$$F = \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}; \quad G = \left(1 + 2\frac{R}{h}\right); \\ Q = \frac{F}{4fG} \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2} \right) + \frac{1}{2} \left[ \text{arctg} \left( \frac{F\alpha}{2} \right) - \text{arctg} \left( \frac{F\beta}{2} \right) \right] + \frac{F}{4G} (\beta - \alpha).$$

Для вычисления критического угла в первом проходе без натяжения воспользуемся уравнением

$$\gamma = \frac{1 + 2\frac{R}{h}}{\frac{R}{h}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}} \operatorname{tg} \left\{ 0,5 \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{\beta}{2} \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}} \right) \right] \right\} + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4f \left( 1 + 2\frac{R}{h} \right)} \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2} \right) + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4 \left( 1 + 2\frac{R}{h} \right)} (\beta - \alpha) \left. \right\} + \beta \quad (36)$$

С использованием формул (35) и (36) построены графики, представленные на рис. 8.

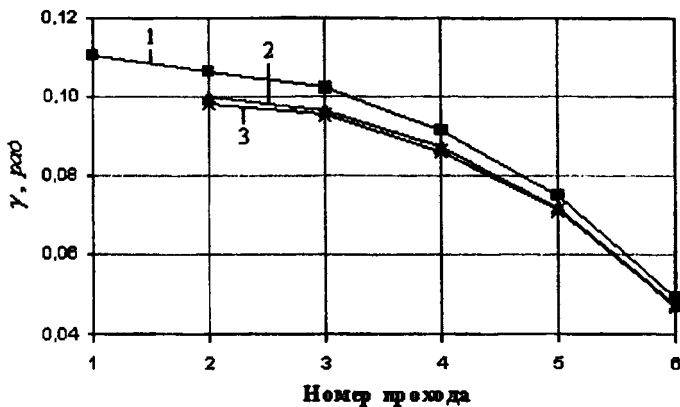


Рис. 8. Графики изменения значений критического угла  $\gamma$  в конце каждого прохода при прокатке полосы с исходными значениями ширины  $B_0 = 80$  мм и толщины  $H_0 = 44$  мм за 6 проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм без натяжения и с натяжением, обеспечиваемым за счет волочения в неприводных роликах диаметром  $D_p = 150$  мм, и коэффициенте трения  $f_n = 0,1$  [4]: 1 — без натяжения; 2 — с натяжением и диаметром цапф  $d_{ц} = 50$  мм; 3 — с натяжением и диаметром цапф  $d_{ц} = 100$  мм

Из графиков видно, что в случае прокатки с натяжением (кривые 2 и 3) значение  $\gamma$  меньше, чем при прокатке без натяжения (кривая 1). При увеличении диаметра цапф подшипников (кривая 3) значение  $\gamma$  снижается. Разница в значениях  $\gamma$  достигает наибольшей величины на втором проходе и уменьшается на последующих. При больших обжатиях  $\Delta h$  разница между значениями  $\gamma$  в случае прокатки без натяжения и с натяжением больше, чем при малых обжатиях. Однако общим для обоих случаев остается то, что значения  $\gamma$  при любых обжатиях всегда больше нуля.

Из этого следует, что в рассмотренном интервале значений уширения  $\Delta B$  возможно совмещение периодической прокатки полос с изменяющейся по длине толщиной и процесса калибровки их ширины в неприводных роликах.

## Выводы

1. Представлена технологическая схема устранения уширения полосовых заготовок после каждого прохода в валках с изменяющимся зазором между ними.

2. Приведено решение для определения тянущего напряжения в случае волочения прокатываемой полосы в неприводных роликах.

3. Получено решение для определения значений критического угла в случае прокатки полос переменной толщины с натяжением при неизменной величине обжатия  $\Delta h$  по длине, но с изменяющимся отношением  $R/h$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Громов, И. П. Теория обработки металлов давлением / И. П. Громов. – М.: Металлургия, 1978. – 360 с.
2. Целиков, А. И. Теория продольной прокатки / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М.: Металлургия, 1980. – 319 с.
3. Перлин, И. Л. Теория волочения / И. Л. Перлин, М. З. Ерманок. – М.: Металлургия, 1971. – 448 с.
4. Анурьев, В. И. Справочников конструктора-машиностроителя / В. И. Анурьев. – М.: Машиностроение, 1980. – Т. 1. – 728 с.