

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНОГО ГРУЗОПОДЪЁМНОГО УСТРОЙСТВА

Д. Т. Н.¹ **Омаров Т.И.**, к. ф.-м. н. ¹ **Тулегенова К.Б.**, ¹ **Бекенов Е.Т.**,
к. ф.-м. н. ² **Кончина Л.В.**, к.п.н ² **Гончарова И.А.**

¹ *Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева, Алма-Ата, Казахстан*

² *Филиал Московского энергетического института, Смоленск, Россия*

Для определения истинных нагрузок в контурах звеньев исполнительных механизмов действующих машин удобно использовать дифференциальные уравнения, описывающие процессы, происходящие в процессе работы исследуемых машин. В частности, это относится к различным видам подъёмно-транспортных машин. Грузоподъемные устройства с консольным расположением рабочего органа, применяемые в горно-металлургической, строительной и других отраслях промышленности подвергаются в процессе эксплуатации значительным перегрузкам. Основная причина их – изгибные колебания консольной балки с параметрическим возбуждением, вызываемые изменением массы разгружаемого материала. Исследование таких устройств с помощью дифференциальных уравнений позволит выявить причины перегрузок несущих деталей привода и предложить меры по их усовершенствованию.

Консольное грузоподъемное устройство завалочной машины мартеновского цеха представляет собой двухопорную упругую балку 1 на подвижном основании 2 с закрепленной на свободном конце мульты с шихтой 1. Для удобства исследования заменяем реальную дискретно-континуальную систему (рисунок 1) расчетной динамической схемой (рисунок 2) с двумя дискретными массами, одна из которых содержит переменную составляющую. Задача приведения распределенной по длине массы балки в точку D решалась на основе метода Рэлея из условия равенства кинетической энергии приведенной и исходной системы [1].

Основание хобота заключено в недеформированную качающуюся раму 4, которая с исходными дискретными массами $m_B, m_d, m_{рд}, m_t, m_p$ и моментом инерции поворотной рамы J_p может быть приведена к системе с одной массой m_1 , равной

$$m_1 = m_A + m_B + m_d + m_{рд} + m_t + m_p$$

и сосредоточенной в центре O масс данной системы, и с моментом инерции J_1 , равным моменту инерции исходной системы относительно центра масс

$$J_1 = J_p + m_A l_{OA}^2 + m_B l_{OB}^2 + m_d l_d^2 + m_{рд} l_{рд}^2 + m_t l_t^2.$$

Здесь обозначено: J_p – момент инерции рамы относительно центра O масс системы; массы: m_d – электродвигателя; $m_{рд}, m_t$ – редуктора и тормоза; m_p – рамы; $l_{OA}, l_{OB}, l_d, l_{рд}, l_t$ – соответственно расстояния от центра масс системы до центров указанных масс.

Основным видом движения при работе исследуемого консольного грузоподъемного устройства будут изгибные колебания балки хобота 1 (рисунок 1). Колебательный процесс оказывает наиболее разрушительное действие на детали и узлы машины. При разгрузке содержимого мульты в свод мартеновской печи происходит резкое изменение массы. Изменение какого-либо параметра (масса, жесткость) в механических системах с упругими звеньями и связями вызывает интенсивный процесс, называемый параметрическими колебаниями.

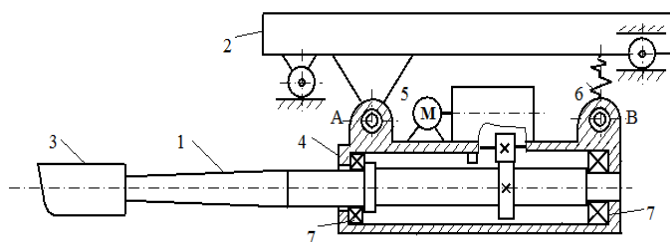


Рисунок 1. - Схема исходной системы консольного грузоподъемного устройства

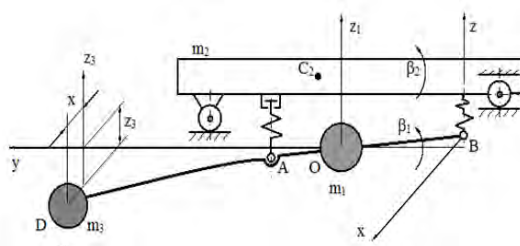


Рисунок 2. - Схема приведенной системы консольного грузоподъемного устройства

При особо неблагоприятных условиях возникает угроза разрушительного параметрического резонанса. В рассматриваемом случае параметрическое возбуждение колебаний происходит из-за изменения массы разгружаемого металлолома. Вид дальнейших колебаний определяет характер изменения массы, который рассматривается далее. Таким образом, математическая модель описывает в основном колебательный процесс с переменными параметрами (масса, жесткость, наличие зазоров).

В точке D конца хобота (исходная система, рисунки 1 и 2) сосредоточена масса m_3 , выражение для которой с учетом переменной массы имеет вид

$$m_3 = m_D + a_{10}(m_M + m_k \cos kt),$$

где m_D - приведенная масса балки хобота; m_M - масса мульды; $m_v = m_k \cos kt$ - переменная масса шихты (m_k - полная масса загруженного лома); a_{10} - коэффициент смещения центра масс мульды. Переменная масса m_v в первом приближении может быть представлена так [2]

$$m_v = \begin{cases} m_k \cos kt, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t \geq T \end{cases},$$

Время разгрузки равно $T = \frac{\Psi}{\omega}$, где ω - угловая скорость вращения хобота при выполнении операции разгрузки. Значение k определим из условия, что в момент времени $t = T$ $\cos kt = 0$, т.е. $k = \frac{\pi\omega}{2\Psi}$.

Массы m_1 и m_2 связаны невесомым, упругим двухопорным стержнем. Опоры стержня имеют нелинейные характеристики из-за наличия зазора в опоре А и переменной жесткости упругой связи в опоре В, что обозначено диаграммами на рисунке 2.

Изменение массы шахты при разгрузке вызывает реактивную составляющую усилия, действующую на систему. Отделившуюся массу можно представить в виде

$$m^* = a m_k (1 - \cos kt) \text{ при } 0 < t < T \text{ и } m^* = 0 \text{ при } t > T,$$

где T - время полной разгрузки шихты.

Расчётная схема (рисунок 2) имеет пять обобщённых координат:

z_1 и β_1 - плоское движение части АВ балки; z_3 и x - колебания дискретной массы в вертикальной и горизонтальной плоскостях; β_2 - колебания основания на котором смонтирована балка. При составлении дифференциальных уравнений из-за незначительности горизонтальных колебаний (координата x) и не существенного влияния на основной процесс движения основания (координата β_2) учитываются три обобщённые координаты.

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение консольного грузоподъемного устройства (преимущественно изгибные колебания) имеет вид

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} &= \frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR_{DA}^z}{dt} + \frac{H_A}{c_A} \cdot \frac{dP_A}{dt} + \frac{H_B}{c_B} \cdot \frac{dP_B}{dt} + R_{DA}^z + P_A + P_B - m_1 g \quad J_1 \frac{d^2 \beta}{dt^2} = -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dM_{DA}}{dt} \\ &- \frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR_{DA}^z}{dt} \ell_{OA} - \frac{H_A}{c_A} \frac{dP_A}{dt} \ell_{OA} + R_{DA}^z \ell_{OA} - P_A \ell_{OA} + P_B \ell_{OB} \\ J_1 \frac{d^2 \beta}{dt^2} &= -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dM_{DA}}{dt} - \frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR_{DA}^z}{dt} \ell_{OA} - \frac{H_A}{c_A} \cdot \frac{dP_A}{dt} \ell_{OA} + \\ &+ \frac{H_B}{c_B} \cdot \frac{dP_B}{dt} \ell_{OB} - M_{DA} - R_{DA}^z \ell_{OA} - P_A \ell_{OA} + P_B \ell_{OB} \\ [m_D + a_{10}(m_M + m_v)] \frac{d^2 z_3}{dt^2} &= -\frac{H_D}{c_u} \cdot \frac{dR_{DA}^z}{dt} - R_{DA}^z - [m_D + a_{10}(m_M + m_v)] g + R_z. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь обозначено: J_1 – момент инерции совершающего плоское движение участка АВ относительно точки О – центра масс системы; C_A, H_A, C_B, H_B – коэффициенты, определяющие жесткости и диссипативные сопротивления упругих связей соответственно в точках А и В. $R_{DA}^z, R_{DA}^x, M_{DA}$ – реактивные составляющие, характеризующие взаимодействие частей исследуемой системы при расчленении в точке А:

$$R_{DA}^z = c_u (z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{OD}) \ell_1; \quad R_{DA}^x = c_u x; \quad M_{DA} = R_{DA}^z \ell_{DA} = c_u (z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{OD}) \ell_1,$$

где c_u – изгибная жесткость балки хобота; H_D – коэффициент диссипативного сопротивления материала балки хобота при деформации изгиба; P_A и P_B – восстанавливающие силы в шарнирах А и В; g – ускорение свободного падения.

Система нелинейных дифференциальных уравнений (1) имеет переменную структуру из-за наличия переменной массы, зазора в шарнире А, кусочно-линейной характеристики упругой связи в шарнире В. Поэтому выражения для сил P_A , P_B и коэффициентов H_B и C_B имеют различный вид. Ниже приводятся выражения для сил P_A , P_B и коэффициентов H_B и C_B .

$$P_A = -c_A [z_1 - \beta_1 \ell_{OA} - \delta_A \operatorname{sign} (z_1 - \ell_{OA} \beta_1)],$$

$$\text{если } |z_1 - \beta_1 \ell_{OA}| > \delta_A \text{ и } P_A = 0, \text{ если } |z_1 - \beta_1 \ell_{OA}| \leq \delta_A.$$

$$P_B = -c_{B1} (z_1 + \beta_1 \ell_{OB}), \text{ если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| \leq \delta_B$$

$$\text{и } P_B = -[c_{B1} \delta_B + c_{B2} (|z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| - \delta_B)] \operatorname{sign} (z_1 + \beta_1 \ell_{OB}), \text{ если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B.$$

$$H_B = H_{B1}, \text{ если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| \leq \delta_B; \quad H_{B2}, \text{ если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B.$$

$$c_B = c_{B1}, \text{ если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| \leq \delta_B; \quad c_B = c_{B2}, \quad \text{если } |z_1 + \beta_1 \ell_{OB}| > \delta_B.$$

где c_{B1} – эквивалентная жесткость пружин 1 (рисунок 1) в упругом соединении В шатуна с рамой качания хобота; c_{B2} – эквивалентная жесткость на растяжение пальцев, фиксирующих пружины на шатуне механизма качания хобота, $2\delta_A$ – величина зазора в точке А, δ_B – величина максимальной деформации пружин 1 (рисунок 2).

Реактивные составляющие усилия, появляющиеся в результате изменения массы в проекциях на оси координат

$$R_x = A_x a_{10} m_k \frac{\pi}{4} \sin 2kt \quad \text{и} \quad R_z = A_z a_{10} m_k \frac{\pi}{4} \sin 2kt,$$

$$\text{где } A_z = -g \cos \varphi (\cos \varphi + \mu \sin \varphi), \quad A_x = -g \cos \varphi (\sin \varphi - \mu \cos \varphi),$$

Зависимости между обобщенными координатами Z_1, β_1 и координатами перемещения точек А и В, Z_A и Z_B , расчетной схемы выражается равенствами

$$Z_A = Z_1 - \beta_1 \ell_{OA} \quad \text{и} \quad Z_B = Z_1 + \beta_1 \ell_{OB},$$

где ℓ_{OA} и ℓ_{OB} – расстояния от центра масс О системы до точек А и В.

Деформация λ изгиба хобота в вертикальной плоскости, замеряемая в точке D хобота, определяется по формуле

$$\lambda = z_3 - z_1 + \beta_1 \ell_{DO}.$$

Система уравнений (1) решена численным методом (Рунге-Кутта) для параметров завалочной машины мартеновского цеха относительно усилий в шарнирах А и В – P_A и P_B . Решение показывает, что изменение массы возбуждает в консольной балке интенсивные изгибные колебания, вызывающие знакопеременные нагрузки на опоры А и В и подвижное основание. Шарнир А, где периодически раскрывается зазор испытывает ударные нагрузки. Максимальные по модулю значения нагрузок совпадают во времени, что дает значительную перегрузку системы.

Результаты решения системы дифференциальных уравнений движения (1) показывают, что динамические реакции в опорных точках при эксплуатации консольных грузоподъемных устройств значительно превосходят статические. Наиболее рациональным путем уменьшение нагрузок в элементах подобных устройств является изменение их структуры. На одно из таких решений получено авторское свидетельство [3].

РЕЗЮМЕ

В работе рассматриваются колебания, возникающие при работе грузоподъемных устройств с консольным расположением рабочего органа и причины их вызывающие. Показано влияние переменной массы, нелинейных характеристик упругих связей и зазоров на возникновение динамических нагрузок в устройстве. Составлены дифференциальные уравнения движения системы, учитывающие все указанные выше реальные факторы. Дан анализ решения системы дифференциальных уравнений движения, который наглядно показывает наличие повышенных динамических нагрузок, появляющихся в процессе работы консольных грузоподъемных устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рэлей. Теория звука. – М.: Гостехтехиздат, том 1, 1940. – 500 с.
2. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. – М.: Наука, 1967, - 279 с.
3. А.с. 1164198 (СССР). Тележка подъемно – транспортного средства / С.Н. Кожевников, Е.Я. Антонюк, Т.И. Омаров. – Оpubл. в Б. И., 1985, №36.

SUMMARY

In work the fluctuations arising at work of load-lifting devices with a console arrangement of working body and their reason causing are considered. Influence of variable weight, nonlinear characteristics of elastic communications and backlashes on occurrence of dynamic loadings in the device is shown. The differential equations of movement the systems considering all real factors specified above are worked out. The analysis of the decision of system of the differential equations of movement which visually shows presence of the raised dynamic loadings appearing in the course of work of console load-lifting devices is given.

Поступила в редакцию 15.10.2013