

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Экономика и организация энергетики»

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ

Лабораторный практикум
для студентов специальности 1-27 01 01
«Экономика и организация производства»

В 2 частях

Часть 2

Минск
БНТУ
2013

УДК 330.4(076.5)

ББК 65в631я7

Э40

Составитель

А. В. Куприк

Рецензент

В. Н. Радкевич

Экономико-математические методы и модели: лабораторный практикум для студентов специальности 1-27 01 01 «Экономика и организация производства» : в 2 ч. / сост. А. В. Куприк. – Минск : БНТУ, 2012–2013. – Ч. 2. – 2013. – 42 с.

ISBN 978-985-550-102-3 (Ч. 2).

В лабораторном практикуме приведены рекомендации по выполнению лабораторных работы по дисциплине «Экономико-математические методы и модели» для студентов специальности 1-27 01 01 «Экономика и организация производства».

Лабораторные работы включают в себя задания, решение которых позволит закрепить теоретический материал и получить навыки соответствующих расчетов и анализа.

Часть 1 вышла в 2012 г.

УДК 330.4(076.5)

ББК 65в631я7

ISBN 978-985-550-102-3 (Ч. 2)

ISBN 978-985-525-958-0

© Белорусский национальный
технический университет, 2013

МЕТОДЫ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ (МСПиУ)

Цель работы: приобретение навыков построения моделей сетевого планирования и управления, определения временных параметров сети проекта, построения графика Ганта.

Теоретические основы

Сетевое планирование и управление – это комплекс графических и расчетных методов, организационных мероприятий, обеспечивающих моделирование, анализ и динамическую перестройку плана выполнения сложных проектов и разработок, например, таких как строительство и реконструкция каких-либо объектов; выполнение научно-исследовательских и конструкторских работ; подготовка производства к выпуску продукции.

Характерной особенностью таких проектов является то, что они состоят из ряда отдельных, элементарных работ. Они обуславливают друг друга так, что выполнение некоторых работ не может быть начато раньше, чем завершены некоторые другие. Например, укладка фундамента не может быть начата раньше, чем будут доставлены необходимые материалы; эти материалы не могут быть доставлены раньше, чем будут построены подъездные пути; любой этап строительства не может быть начат без составления соответствующей технической документации и т.д.

Сетевое планирование и управление включает три основных этапа:

- 1) структурное планирование;
- 2) календарное планирование;
- 3) оперативное управление.

Структурное планирование начинается с разбиения проекта на четко определенные операции, для которых определяется продолжительность. Затем строится сетевой график, который представляет взаимосвязи работ проекта. Это позволяет детально анализировать все работы и вносить улучшения в структуру проекта еще до начала его реализации.

Календарное планирование предусматривает построение календарного графика, определяющего моменты начала и окончания каждой работы и другие временные характеристики сетевого графика. Это позволяет, в частности, выявлять критические операции, которым необходимо уделять особое внимание, чтобы закончить проект в срок. Во время календарного планирования определяются временные характеристики всех работ с целью проведения в дальнейшем оптимизации сетевой модели, которая позволит улучшить эффективность использования какого-либо ресурса.

В ходе оперативного управления используются сетевой и календарный графики для составления периодических отчетов о ходе выполнения проекта. При этом сетевая модель может подвергаться оперативной корректировке, вследствие чего будет разрабатываться новый календарный план остальной части проекта.

Основой МСПиУ является сетевой график (сетевая модель), который отражает логическую взаимосвязь и логическую взаимообусловленность всех входящих в проект элементарных операций (работ).

Основными понятиями сетевых моделей являются понятия события и работы.

Работа – это некоторый процесс, приводящий к достижению определенного результата, требующий затрат каких-либо ресурсов и имеющий протяженность во времени.

Существуют 3 вида работ (операций):

1) ———— действительная: работа, которая требует затрат времени и ресурсов, например, разработка проекта, выполнение СМР и т.д.;

2) - · - · - ожидания: процесс, требующий только затрат времени, например, затвердевание бетона, естественная сушка краски и т.д.;

3) - - - - - фиктивная работа или логическая зависимость: отражает ресурсную или логическую зависимость при выполнении некоторых операций. Фиктивная работа имеет нулевую продолжительность.

Работа называется **критической**, если она должна начинаться и заканчиваться в строго отведенное время, т.е. не имеет резерва времени своего начала и окончания, который не влиял бы на продолжительность выполнения всего проекта.

Для **некритических** работ возможен некоторый сдвиг времени их начала, но в определенных пределах, которые не влияют на срок выполнения всего проекта.

Событие – это момент времени, когда завершаются одни работы и начинаются другие. Например, фундамент залит бетоном, старение отливков завершено, комплектующие поставлены, отчеты сданы и т.д. Событие представляет собой результат проведенных работ и, в отличие от работ, не имеет протяженности во времени.

Различают 3 вида событий: исходное – соответствует началу выполнения проекта, не имеет предшествующих работ; завершающее – соответствует достижению конечной цели, не имеет последующих работ; промежуточное – все остальные события.

На сетевом графике работы изображаются стрелками, которые соединяют вершины, изображающие события. Начало и окончание любой работы описываются парой событий, которые называются начальным и конечным событиями. Поэтому для определения конкретной работы используют код работы (i, j) , состоящий из номеров начального i -го и конечного j -го событий (рисунок 1.1).

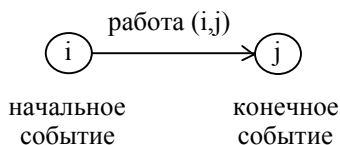


Рисунок 1.1 – Кодирование работы

При построении сетевого графика **необходимо следовать правилам**: длина стрелки не зависит от времени выполнения работы; стрелка может не быть прямолинейным отрезком; для действительных работ используются сплошные, а для фиктивных – пунктирные стрелки; каждая операция должна быть представлена только одной стрелкой; между одними и теми же событиями **не должно быть параллельных работ**, т.е. работ с одинаковыми кодами; следует избегать пересечения стрелок; не должно быть стрелок, направленных справа налево; номер начального события должен быть меньше номера конечного события; не должно быть **висячих** событий (т.е. не имеющих предшествующих событий), кроме исходного; не должно быть **тупиковых** событий (т.е. не имеющих последующих событий), кроме завершающего; не должно быть циклов.

Анализ проектов методом критического пути. Расчет временных параметров сетевого графика. График Ганта

Введем следующие обозначения:

$t_p(j)$ – самое раннее возможное время свершения j -го события. Это время, которое необходимо для выполнения всех работ, предшествующих данному событию j . Оно равно наибольшей из продолжительности путей, предшествующих данному событию.

$t_n(j)$ – самое позднее возможное время свершения j -го события. Это такое время наступления события j , превышение которого вызовет аналогичную задержку наступления завершающего события сети. Поздний срок наступления любого события j равен разности между продолжительностью критического пути и наибольшей из продолжительностей путей, следующих за событием j .

$R(j)$ – резерв времени наступления события j . Это такой промежуток времени, на который может быть отсрочено наступление события j без нарушения сроков завершения проекта в целом. Начальные и конечные события критических работ имеют нулевые резервы событий.

d_{ij} – длительность работы (i, j) .

Расчет временных параметров сетевого графика проходит в два этапа:

1) вычисляются ранние сроки свершения событий.

$t_p(1) = 0$. Для узла j определим узлы p, q, \dots, v , которые связаны с узлом j работами $(p, j), (q, j), \dots, (v, j)$ и для которых уже вычислены самые ранние сроки свершения начальных событий, тогда

$$t_p(j) = \max \{ t_p(p) + d_{pj}; t_p(q) + d_{qj}; \dots; t_p(v) + d_{vj} \}. \quad (1.1)$$

Первый этап заканчивается, когда будет вычислен t_p последнего n -го события. $t_p(n) = t_{кр}$. Критический путь – наибольший путь от начального события до завершающего.

2) вычисляются поздние сроки свершения событий.

Полагаем, что $t_n(n) = t_p(n) = t_{кр}$. Для узла j определим узлы p, q, \dots, v , которые связаны с узлом j работами $(j, p), (j, q), \dots, (j, v)$ и для которых уже вычислены самые поздние сроки свершения соответствующих событий

$$t_n(j) = \min \{ t_n(p) - d_{jp}; t_n(q) - d_{jq}; \dots; t_n(v) + d_{jv} \}. \quad (1.2)$$

Второй этап заканчивается, когда будет вычислено $t_n(1) = 0$.
Резервы времени событий

$$R(j) = t_n(j) - t_p(j). \quad (1.3)$$

Рассчитанные численные значения временных параметров записываются прямо в вершины сетевого графика (рисунок 1.2).

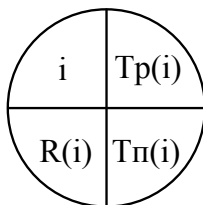


Рисунок 1.2 – Отображение временных параметров событий в вершинах сетевого графика

Для критических работ должна получиться непрерывная последовательность от начального события до завершающего. Сумма продолжительностей работ, лежащих на критическом пути, равна минимальному сроку выполнения проекта и равна $t_{кр}$.

Резервы времени событий, лежащих на критическом пути, равны нулю. Для сетевого графика может быть несколько критических путей.

Удобным дополнением к сетевому графику является линейный график (график Ганта). На таком графике каждая работа изображается горизонтальным отрезком в привязке к оси времени, длина которого равна продолжительности выполнения работы. Начало каждой работы совпадает с ранним сроком свершения ее начального события. Критические работы образуют на графике Ганта непрерывный путь от начала выполнения проекта до его завершения без временных зазоров и перекрытий. Их суммарная длительность равна длительности выполнения всего проекта.

Некритические работы предпочитают начинать в самый ранний возможный срок, в этом случае остается запас времени, который можно использовать для решения неожиданно возникающих в ходе выполнения проекта проблем. Вместе с тем можно перенести начало выполнения какого-либо некритического процесса.

Задания

Вариант 1. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Продолжительность работы, дни	8	6	6	8	3	4	7	7	12	9	5

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) A, E и F – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;
- 2) работы B и I начинаются сразу по окончании работы F;
- 3) работа J следует за E, а работа C – за A;
- 4) работы H и D следуют за B, но не могут начаться, пока не завершена работа C;
- 5) работа K следует за I;
- 6) работа G начинается после завершения H и J.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 2. Проект представлен следующим комплексом операций:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Продолжительность работы, дни	3	4	1	4	5	7	6	5	8

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) D – исходная работа проекта;
- 2) работа E следует за D;
- 3) работы A, G и C следуют за E;

- 4) работа В следует за А;
- 5) работа Н следует за G;
- 6) работа F следует за C;
- 7) работа I начинается после завершения В, Н, и F.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 3. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	5	5	4	7	12	3	6	2	8	3

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) C, E и F – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;
- 2) работа A начинается сразу по окончании работы C;
- 3) работа H следует за F;
- 4) работа I следует за A, а работы D и J – за H;
- 5) работа G следует за E, но не может начаться, пока не будут завершены работы D и I;
- 6) работа B следует за G и J.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 4. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	12	8	15	9	14	9	15	10	11	13

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) C, J и D – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;
- 2) работа A следует за D, а работа I – за A;
- 3) работа H следует за I;

- 4) работа F следует за H, но не может начаться, пока не завершена C;
- 5) работа G следует за I;
- 6) работа E следует за J, а работа B – за E.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 5. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	12	6	10	7	9	8	10	10	6	5

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) D – исходная работа проекта;
- 2) работы C, E и F начинаются сразу по окончании работы D;
- 3) работы A и J следуют за C, а работа G – за F;
- 4) работа I следует за A, а работа B – за G;
- 5) работа H начинается после завершения E, но не может начаться, пока не будут завершены работы I и B.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 6. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	9	3	12	6	8	4	7	10	7	12

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) F, C и B – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;
- 2) работа E следует за F;
- 3) работа A следует за B, а работа G – за A;
- 4) работы D и J следуют за E;
- 5) работа I следует за C, но не может начаться прежде, чем закончатся работы J и G;
- 6) работа H следует за D.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 7. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	7	6	8	9	10	11	5	9	12	6

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) G – исходная работа проекта;
- 2) работы A, I и D следуют за G и могут выполняться одновременно;
- 3) работы C и J следуют за A, работа F – за I, а работа B – за D;
- 4) работа E следует за C;
- 5) работа H следует за B, но не может начаться, пока не завершена F.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 8. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	9	10	6	5	16	12	14	15	11	3

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) C, D и E – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;
- 2) работа A следует за C, а работа F начинается сразу по окончании работы A;
- 3) работа G следует за F;
- 4) работа B следует за D, а работы I и J следуют за B;
- 5) работа H следует за I и E, но не может начаться, пока не завершена работа G.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 9. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	9	15	12	5	10	6	5	11	7	8

Последовательность выполнения работ следующая:

1) A, I и D – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;

2) работа F следует за A, работа B – за I, а работа C – за D;

3) работы J и G следуют за F;

4) работа E следует за J;

5) работа H начинается после завершения E, G, B и C.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 10. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Продолжительность работы, дни	3	5	6	9	7	2	6	9	4	6	7

Последовательность выполнения работ следующая:

1) A, F и G – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;

2) работы H и B начинаются сразу по окончании работы F;

3) работа J следует за A, а работа I – за G;

4) работа E следует за H;

5) работы C и K следуют за B и I, но не могут начаться, пока не будет завершена работа J;

6) работа D следует за E и C.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 11. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	2	4	8	9	6	12	10	6	7	4

Последовательность выполнения работ следующая:

1) С, I и G – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;

2) работы J и B начинаются сразу по окончании работы I;

3) работа H следует за С, а работа А – за H;

4) работа F следует за G;

5) работа E следует за B;

6) работа D следует за А и E, но не может начаться, пока не будет завершена работа F.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Вариант 12. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Продолжительность работы, дни	7	9	5	7	6	12	10	11	4	6

Последовательность выполнения работ следующая:

1) С, G и B- исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно;

2) работа D следует за С, а работа E начинается сразу по окончании работы D;

3) работы А и J следуют за B;

4) работа I следует за А;

5) работа F следует за G и E, но не может начаться, пока не завершена работа I;

6) работа H следует за J, но не может начаться, пока не завершена F.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать его временные параметры, определить критический путь, построить график Ганта.

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Условие задачи.
4. Сетевая модель проекта с рассчитанными ранними и поздними сроками свершения событий, резервами времени.
5. Определить критический путь и отметить его на сетевом графике.
6. График Ганта.
7. Сделать вывод о сроке выполнения всего проекта.
8. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Определение события, виды событий, практические примеры событий, обозначение событий на графике, временные параметры событий.
2. Определение работы, классификация работ с приведением соответствующих практических примеров, обозначение работ на графике.
3. Правила построения сетевых графиков.
4. Определение критического пути в сетевом графике.
5. Умение вычислять временные параметры на сетевом графике.

ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕСУРСАМ (ИСПОЛНИТЕЛЯМ)

Цель работы: познакомиться с методикой и приобрести навыки проведения оптимизации сетевых моделей по ресурсам («минимум исполнителей»).

Теоретические основы

При оптимизации использования ресурса рабочей силы чаще всего сетевые работы стремятся организовать таким образом, чтобы количество одновременно занятых исполнителей было минимальным; выровнять потребность в людских ресурсах на протяжении срока выполнения проекта.

Суть оптимизации загрузки сетевых моделей по ресурсам заключается в следующем: необходимо таким образом организовать выполнения сетевых работ, чтобы количество одновременно работающих исполнителей было минимальным. Для проведения подобных видов оптимизации необходимо построить и проанализировать график привязки (график Ганта) и график загрузки.

График Ганта отображает взаимосвязь выполняемых работ во времени и строится на основе данных о продолжительности работ. По вертикальной оси графика привязки откладываются коды работ, по горизонтальной оси – длительность работ.

На графике загрузки по горизонтальной оси откладывается время, например в днях, по вертикальной – количество человек (ресурсов), занятых работой в каждый конкретный день.

Для удобства построения и анализа графики загрузки и привязки следует располагать один над другим.

Описанные виды оптимизации загрузки выполняются за счет сдвига во времени не критических работ, т.е. работ, имеющих резервы времени. Сдвиг работы означает, что она будет выполняться уже в другие дни (т.е. изменится время ее начала и окончания), что в свою очередь приведет к изменению количества исполнителей, работающих одновременно (т.е. уровня ежедневной загрузки сети).

ПРИМЕР 1: Для выполнения комплекса операций по ремонту энергетического оборудования предприятие в первых три дня выделяет 7 единиц ресурсов (ед. рес.), в четвертые и пятые дни – 6, в следующие – 8. Сетевой график представлен на рисунке 2.1. Каждой работе графика приписаны два числа: 1) временная оценка, дни; 2) интенсивность потребления ресурса, ед. рес. Работа (1, 2) – 3; 4; (1, 3) – 5; 5; (1, 4) – 7; 2; (2, 3) – 2; 3; (2, 4) – 4; 4; (3, 4) – 4; 1.

Определить сроки выполнения операций таким образом, чтобы завершить весь комплекс работ за минимальное время, при условии, что операции не допускают перерывов в выполнении.

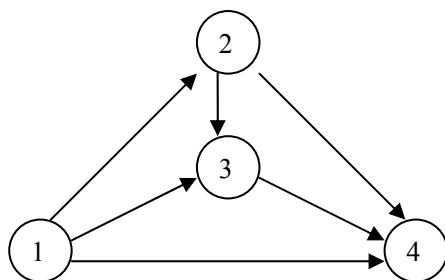


Рисунок 2.1 – Сетевой график выполнения комплекса работ

РЕШЕНИЕ: 1. Рассчитав временные параметры сетевого графика, определили, что весь проект может быть выполнен за 9 дней ($t_{кр} = 9$). На критическом пути лежат работы (1,2), (2,3), (3,4). Представим график Ганта и график загрузки на рисунке 2.2, а. Из графика загрузки видно, что в первых пять дней потребность в ресурсах больше их наличия (на графике выделено серым цветом). Следовательно, выполнить проект за девять дней невозможно, поэтому необходимо провести оптимизацию по ресурсам, чтобы выполнить работы с помощью имеющихся ресурсов.

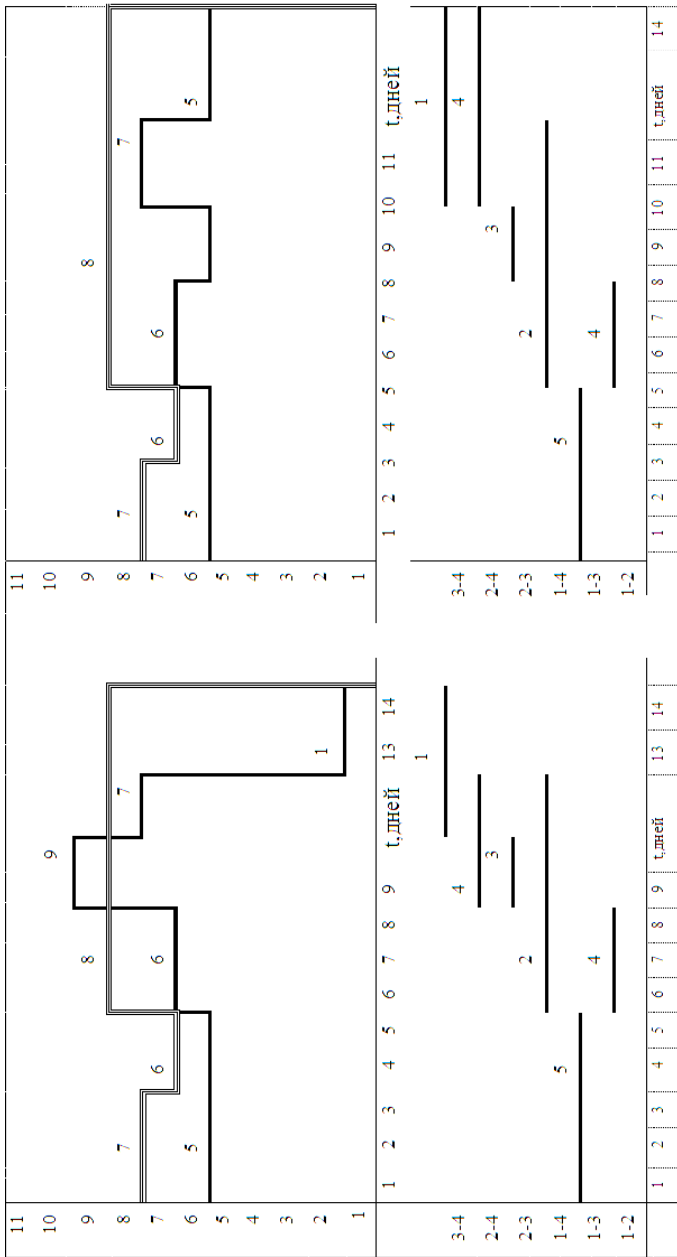
2. Проецируем на ось времени начало и окончание каждой работы. Проекцию, совпадающую с началом координат, обозначим $t_0 = 0$, $t_1 = 3$ – окончание работы (1,2). Определим полные резервы времени R_{ij}^n операций, расположенных на промежутке от t_0 до t_1 , нумеруем эти операции в порядке возрастания полных резервов. Операции с одинаковыми резервами времени нумеруют в порядке убывания интенсивности. $R_{12}^n = 0$, $R_{13}^n = 0$, $R_{14}^n = 9 - 7 = 2$ дня. Нумеруем работы по важности: I – (1,3), II – (1,2), III – (1,4).

3. Последовательно суммируем интенсивности работ, расположенных над промежутком от t_0 до t_1 , в порядке возрастания их номеров и сравниваем полученные суммы с заданной величиной имеющихся ресурсов R . Все операции, сумма интенсивностей которых не превышает наличие ресурсов R , оставляем в первоначальном положении. Если после добавления интенсивности какой-либо операции окажется, что суммарное потребление ресурсов больше R , то эту операцию сдвигают вправо на величину рассматриваемого промежутка. Переходят к добавлению интенсивности следующей операции, расположенной на промежутке от t_0 до t_1 . Результатом выполнения этого действия будет новый график Ганта, момент t_1 которого считаем началом оставшейся части комплекса операций (рисунок 2.2, б). Операции (i, j) , расположенные над промежутком от t_0 до $t_{кр}$, изображают так, чтобы их начала совпадали с новыми сроками свершения событий.

4. Проецируем на ось времени начало и окончание операций, расположенных на промежутке от t_0 до $t_{кр}$. Ближайшую к $t_1 = 3$ проекцию обозначим $t_2 = 5$ дней. Определим полные резервы операций, расположенных на промежутке от t_1 до t_2 , и нумеруем их. Сначала нумеруют операции, *начатые левее момента t_1 согласно возрастанию разностей между полными резервами времени этих операций и длительностью от начала до t_2 . Операции с одинаковыми разностями нумеруют в порядке убывания интенсивностей*. Все остальные операции нумеруют как в п. 2. Выполняют действия, аналогичные действиям из п. 3. Если сдвигается операция, начатая левее t_1 , начало ее устанавливают в t_2 .

$R_{13}^n - L_{13} = 3 - 5 = 2$, $R_{14}^n - L_{14} = 5 - 5 = 0$, $R_{12}^n = 0$. Нумеруем работы по важности: I – (1,3), II – (1,4), III – (1,2). Отмечаем работы на новом графике Ганта согласно данной нумерации (рисунок 2.3, а).

Далее аналогично рассматриваем промежутки от $t_2 = 5$ до $t_3 = 8$, от $t_3 = 8$ до $t_4 = 10$, от $t_4 = 10$ до $t_5 = 14$ и выполняем действия п. 2–4 (рисунок 2.3, б). После каждого графика Ганта необходимо провести проверку графика загрузки, чтобы определить, достаточно ли имеющихся ресурсов для выполнения комплекса работ.



а) б)

Рисунок 2.3 – График Ганта (а) и график загрузки (б)

Задания

Задание, соответствующее номеру варианта, приведено в таблицах 2.1, 2.2.

Ниже представлена упрощенная последовательность процессов, приводящих к реализации проекта издания книги.

Необходимо:

- 1) на основании данных из таблицы 2.1 составить сетевой график выполнения комплекса работ;
- 2) рассчитать временные параметры графика работ, определить критический путь, назвать работы, лежащие на критическом пути;
- 3) построить график Ганта и график загрузки;
- 4) провести оптимизацию комплекса работ по ресурсам (исполнителям). Имеющееся количество исполнителей смотри в таблице 2.2.

Таблица 2.1

Название работы	Содержание работы	Предыдущая работа	Продолжительность работы, недель	Необходимое кол-во исполнителей, чел.
A	Прочтение рукописи редактором	–	3	1
C	Разработка обложки книги	–	4	3
D	Подготовка иллюстраций	–	3	2
E	Просмотр авторами редакторских правок и сверстанных страниц	A, B	2	2
F	Верстка книги (создание макета книги)	E	2	4
G	Проверка авторами макета книги	F	2	2
H	Проверка авторами иллюстраций книги	D	1	2
I	Подготовка печатных форм	G, H	2	5
J	Печать и брошюровка книги	C, I	4	3

Таблица 2.2

Номер варианта	Имеющееся количество исполнителей (человек)			Работы допускают перерыв в выполнении	Работы не допускают перерыв в выполнении
	1–2 дни	3–7 дни	8-й и последующие дни		
1	6	7	8	–	+
2	8	5	9	+	–
3	7	6	9	+	–
4	5	8	10	+	–
5	6	8	7	+	–
6	8	6	8	–	+
7	6	7	8	+	–
8	7	6	9	–	+
9	5	7	9	+	–
10	8	5	9	–	+
11	6	8	7	–	+
12	5	8	10	–	+

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Условие задачи.
4. Сетевая модель проекта с рассчитанными временными параметрами.
5. Определить критический путь, назвать работы, лежащие на критическом пути, отметить их на сетевом графике.
6. Построить график Ганта и график загрузки.
7. Провести оптимизацию комплекса работ по ресурсам (исполнителям). Представит все графики Ганта (графики привязки) и графики загрузки.
8. Сделать вывод о времени выполнения всего проекта.
9. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Суть оптимизации загрузки сетевых моделей по ресурсам (по критерию «минимум исполнителей»).
2. График привязки: смысл, построение (умение строить его на основе кодов и длительности работ), назначение.
3. График загрузки: смысл, построение, назначение.
4. Методика оптимизации сетевой модели по ресурсам. В чем отличие в проведении оптимизации, когда работы допускают перерыв в выполнении и работы не допускают перерыв в выполнении.

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Цель работы: получить навыки определения оптимальных параметров функционирования статической системы управления запасами.

Теоретические основы

Предметом теории управления запасами является отыскание такой организации поставок или производства, при которых суммарные затраты под функционирование системы были бы минимальными.

Среди основных параметров работы системы управления запасами выделяют следующие:

- D – интенсивность спроса, ед./ед. врем.;
- K – затраты на оформление заказа, ден. ед.;
- y – объем заказа, ед.;
- h – удельные затраты на хранение, ден. ед./ед. врем.;
- t_0 – продолжительность цикла заказа, ед. врем.;
- a – интенсивность пополнения запаса, ед.;
- w – величина дефицита, ед.;
- p – удельные потери от дефицита, ден. ед./ед. врем.;
- L – срок выполнения заказа, ед. врем.;
- q – точка разрыва цен, ед.;
- c_1, c_2 – стоимость единицы продукции, ден. ед.;
- R – точка возобновления заказа, ед.;
- TCU – суммарные затраты в единицу времени, ден. ед.;
- * – параметр является оптимальным.

Рассмотрим основные виды систем управления запасами.

1. Бездефицитная простейшая однономенклатурная модель

Простейшая модель оптимальной партии поставки (система Уилсона) строится при следующих предположениях: спрос в единицу времени является постоянным; заказанная партия доставляется одновременно; дефицит недопустим; затраты на организацию поставки постоянны и не зависят от величины партии; издержки содержания единицы продукции в течение единицы времени также постоянны.

Уровень запаса равномерно снижается от y до 0, после чего подается заказ на доставку новой партии величиной y . Заказ выполняется мгновенно, и уровень запаса восстанавливается до величины y (рисунок 3.1).

$$TCU = \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2}; R = LD; t_0 = y/D, \quad (3.1)$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}}. \quad (3.2)$$

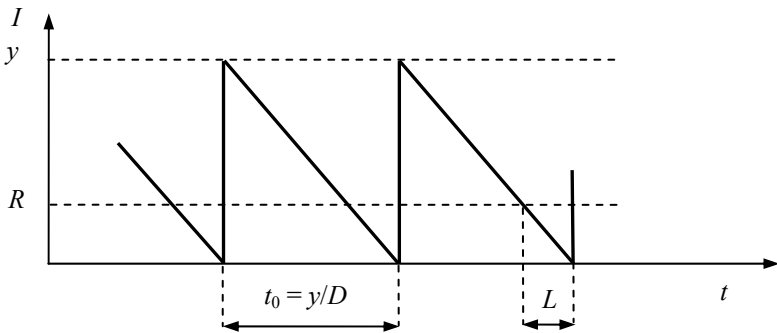


Рисунок 3.1 – Динамика изменения уровня запаса I для бездефицитной простейшей однономенклатурной модели

2. Бездефицитная простейшая однономенклатурная модель с конечной интенсивностью поступления заказа

Пусть заказанная партия поступает с интенсивностью a единиц в единицу времени. Очевидно, что система может работать без дефицита, если интенсивность пополнения запаса a превосходит интенсивность спроса D . В течение времени t_1 (время накопления запаса) запас одновременно и поступает и расходуется. В течение t_2 запас только расходуется. В случае, когда интенсивность поставки значительно больше интенсивности потребления $D/a \rightarrow 0$, параметры работы системы становятся параметрами обычной системы Уилсона.

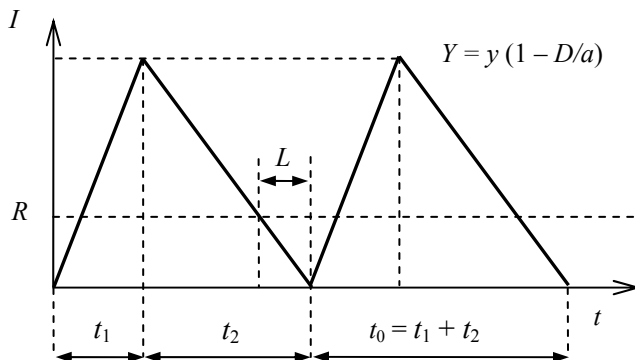


Рисунок 3.2 – Динамика изменения уровня запасов I для однономенклатурной модели с конечной интенсивностью поступления заказа

$$TCU = \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2} \left(1 - \frac{D}{a}\right); \quad Y = y \left(1 - \frac{D}{a}\right);$$

$$t = t_1 + t_2; \quad t_1 = \frac{y}{a}; \quad t_2 = \frac{Y}{D}; \quad (3.3)$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h \left(1 - \frac{D}{a}\right)}}. \quad (3.4)$$

3. Простейшая однономенклатурная модель с учетом неудовлетворенных требований

В некоторых случаях, когда потери из-за дефицита сравнимы с издержками хранения, допускается дефицит. Пусть требования, поступающие в момент отсутствия запаса, берутся на учет. Максимальная величина наличного запаса $Y = y - w$ расходуется за время t_1 (время существования наличного запаса), а затем поступающие требования ставятся на учет в течение времени t_2 (время дефицита). При поступлении очередной партии в первую очередь удовлетворяется задолженный спрос, а затем пополняется запас.

$$TCU = \frac{KD}{y} + \frac{h(y-w)^2 + pw^2}{2y}; \quad t = t_1 + t_2;$$

$$t_1 = \frac{y-w}{D}; \quad t_2 = \frac{w}{D}; \quad (3.5)$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD(p+h)}{ph}}; \quad w^* = \sqrt{\frac{2KDh}{p(p+h)}}. \quad (3.6)$$

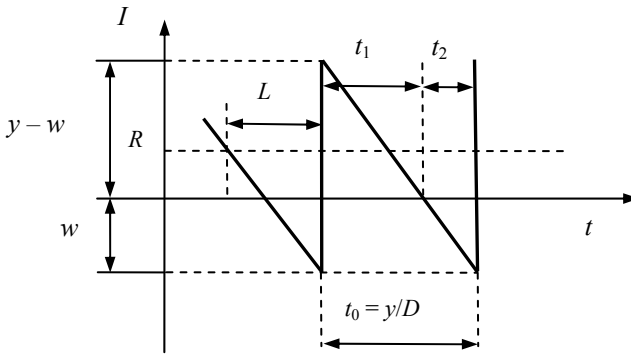


Рисунок 3.3 – Динамика изменения уровня запасов I для однономенклатурной модели с учетом неудовлетворенных требований

В случае, когда необходимо учесть конечную интенсивность поступления заказа, используются расчетные формулы

$$TCU = \frac{KD}{y} + \frac{h \left\{ y \left(1 - \frac{D}{a} \right) - w \right\}^2 + pw^2}{2 \left(1 - \frac{D}{a} \right) y}; \quad (3.7)$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h\left(1 - \frac{D}{a}\right)}}; \quad w^* = \sqrt{\frac{2KDh\left(1 - \frac{D}{a}\right)}{p(p+h)}}. \quad (3.8)$$

4. Модель экономического размера заказа с разрывами цен

Данная модель управления запасами отличается от первой только тем, что продукция может быть приобретена со скидкой, если объем заказа y превышает некоторый фиксированный уровень Q (оптовые закупки).

Таким образом, стоимость единицы продукции c определяется как

$$c = \begin{cases} c_1, & \text{если } y \leq Q, \\ c_2, & \text{если } y > Q, \end{cases}$$

где $c_1 > c_2$.

Тогда издержки в единицу времени будут учитывать и затраты на приобретение продукции

$$TCU(y) = \begin{cases} TCU_1(y) = Dc_1 + \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2}, & \text{если } y \leq Q, \\ TCU_2(y) = Dc_2 + \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2}, & \text{если } y > Q. \end{cases} \quad (3.9)$$

Графики функций TCU_1 и TCU_2 представлены на рис. 3.4. Так как значения этих функций отличаются только на постоянную величину, то точки их минимума совпадают и находятся в точке

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2KD}{h}}.$$

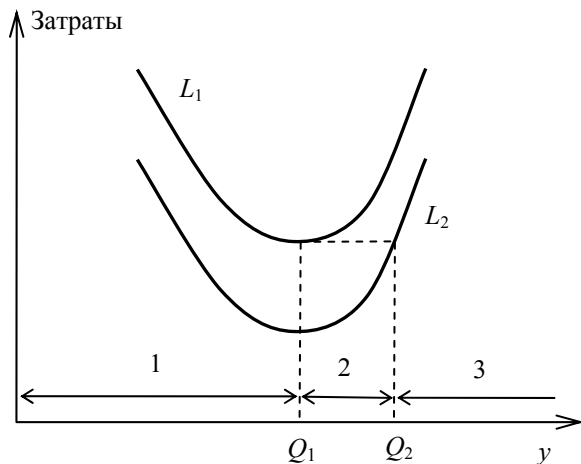


Рисунок 3.4 – Зависимость издержек от величины партии заказа

График функции затрат $TCU(y)$ при $y \in [0; Q]$ совпадает с графиком функции $TCU_1(y)$, а затем совпадает с графиком функции $TCU_2(y)$. Определение оптимального объема заказа y^* зависит от того, где находится точка разрыва цены Q по отношению к указанным на рисунке 3.4. зонам 1, 2 и 3. Величина Q_2 определяется из уравнения $TCU_2(Q_2) = TCU_1(Q_1)$. Оптимальное значение y^* определяется так:

$$y^* = \begin{cases} Q_1, & \text{если } Q \text{ находится в зоне 1 или 3,} \\ Q, & \text{если } Q \text{ находится в зоне 2.} \end{cases}$$

Задания

Вариант 1. Автомобильная компания разрабатывает стратегию сбыта новой модели автомобиля. Годовой спрос оценивается в 4000 ед. Цена каждого автомобиля равна 90 тыс. ден. ед., а годовые издержки хранения составляют 10 % от цены самого автомобиля. Анализ показал, что средние издержки заказа составляют 25 тыс. ден. ед. на заказ. Время выполнения заказа – 8 дней.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 2. На первом станке производятся детали в количестве 12000 ед./год. Эти детали используются для производства продукции на втором станке производительностью 3600 ед./год. Оставшиеся детали образуют запас. Издержки хранения составляют 0,5 ден. ед. за одну деталь в год. Стоимость производственного цикла на первом станке равна 800 ден. ед.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 3. Жидкие продукты нескольких видов разливаются в пакеты на одной линии упаковки. Затраты на подготовительно-заключительные операции составляют 700 ден. ед., потребность в продуктах составляет 140000 л/месяц, стоимость хранения 1 л в течение месяца – 4 ден. ед. Определить оптимальные параметры работы системы, полагая, что в месяце 30 дней. Сравнить минимальные затраты с затратами при действующей системе разлива одного продукта в течение трех дней.

Вариант 4. Годовая потребность машиностроительного завода в мелкосортной стали (пруток диаметром 12 мм) составляет 300 т. В соответствии с техническими требованиями в случае необходимости прутки диаметром 12 мм может быть заменен прутом диаметром 14 мм, цена которого за тонну на 20 ден. ед. больше. Условно-постоянные транспортно-заготовительные расходы на один заказ равны 21 ден. ед., издержки по содержанию 1 т – 14 ден. ед.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 5. Электрические лампы крупной корпорации заменяются с интенсивностью 100 шт./день. Подразделение материального обеспечения корпорации заказывает эти лампы с определенной периодичностью. Стоимость размещения заказа на покупку ламп составляет 200 ден. ед. Стоимость хранения лампы на складе оценивается в 0,02 ден. ед. в день. Срок выполнения заказа от момента его размещения до реальной поставки равен 12 дней.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 6. Автомобильная мастерская специализируется на быстрой замене масла в автомобилях. Мастерская покупает автомобильное масло по цене 3 ден. ед./л. Цена может быть снижена до 2,5 ден. ед./л. при условии, что мастерская покупает более 1000 л. За день в мастерской обслуживается около 150 автомобилей, и на каждый из них для замены требуется 1,25 литров масла. Мастерская хранит на складе большие объемы масла, что обходится в 0,02 ден. ед. в день за один литр. Стоимость размещения заказа на большой объем масла равна 20 ден. ед. Срок выполнения заказа – 2 дня.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 7. Магазин закупает продукцию одной из парфюмерных фабрик. Годовой спрос на эту продукцию составляет 600 шт. Издержки заказа равны 850 ден. ед., издержки хранения – 510 ден. ед. за одну упаковку (20 шт.) в год. Количество рабочих дней в году для магазина равно 300, а время поставки товара – 6 дней.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 8. Определить оптимальные параметры функционирования системы управления запасами из варианта 7 при плановом дефиците, если по оценке менеджера упущенная прибыль, связанная с отсутствием товара и утратой доверия клиентов, составляет 20 ден. ед. в год за единицу товара.

Вариант 9. Система управления запасами предприятия описывается простейшей однономенклатурной бездефицитной моделью с конечной интенсивностью поступления заказа. Исходные данные: спрос – 450 шт./месяц; затраты на организацию поставки – 100 ден. ед.; стоимость хранения единицы товара в течение месяца – 2 ден. ед.; интенсивность поступления заказа 200 шт./декаду; время выполнения заказа – 5 дней.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 10. Ресторан заказывает мясной фарш в начале каждой недели для удовлетворения недельного спроса в 300 фунтов. Стоимость размещения заказа равна 20 ден. ед. Стоимость замораживания и хранения одного фунта фарша обходится ресторану примерно в 0,03 ден. ед./день.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 11. Годовая потребность предприятия в сырье A составляет 300 т. В соответствии с технологическими требованиями в случае необходимости сырье A можно заменить сырьем B , цена которого за 1 т на 50 ден. ед. больше. Условно-постоянные транспортно-заготовительные расходы на один заказ равны 150 ден. ед., издержки по содержанию 1 т – 30 ден. ед. Время поставки заказа равно 1 месяц.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Вариант 12. Продукция используется с интенсивностью 30 ед./день. Стоимость хранения единицы продукции равна 0,05 ед./день, стоимость размещения заказа составляет 100 ден. ед. Предположим, что дефицит продукции не допускается, стоимость закупки равна 10 ден. ед. за единицу продукции, если объем закупки не превышает 500 единиц, и 8 ден. ед. в противном случае. Срок выполнения заказа равен 21 день.

Требуется:

- предложить режим функционирования системы управления запасами;
- определить оптимальные параметры функционирования системы.

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Условие задачи.
4. Исходные данные и расчетные данные для существующего (предлагаемого) и оптимального режима работы системы.
5. Графики динамики уровня запаса для существующего (предлагаемого) и оптимального режима работы системы.
6. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Какие модели систем управления запасами Вы знаете?
2. Какие параметры описывают функционирование системы управления запасами? Как они вычисляются?

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Цель работы: научиться определять количественные показатели качества функционирования системы массового обслуживания.

Теоретические основы

Системы массового обслуживания (СМО) – это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, которые удовлетворяются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания (сервисов). В качестве примеров таких систем выступают:

- 1) обслуживание покупателей в сфере розничной торговли;
- 2) транспортное, медицинское, туристическое обслуживание;
- 3) ремонт аппаратуры, машин, механизмов, находящихся в эксплуатации;
- 4) обработка документов в системе управления;
- 5) работа телефонных станций.

В процессе анализа работы СМО исследованию подвергаются два потока событий:

1) входной поток заявок (требований на обслуживание), характеризующийся своей интенсивностью (средним количеством клиентов, поступающих в систему в единицу времени) или средним интервалом времени между их последовательными поступлениями $t_{\text{пост}}$;

2) выходной поток заявок, описываемый интенсивностью обслуживания (средним количеством обслуженных заявок в единицу времени) или средней продолжительностью обслуживания $t_{\text{обсл}}$.

Интенсивность любого потока случайных событий связана с интервалами времени между их последовательными появлениями обратной функциональной зависимостью.

Состоянием системы называется число находящихся в данный момент в СМО заявок n .

Поступающие заявки могут сразу попасть на обслуживание (если сервис свободен) или ожидать в очереди.

Если максимально допустимое число мест в очереди m конечно, то в СМО могут происходить отказы в предоставлении сервиса (система с отказами). Отклоняются от обслуживания те заявки, в момент прихода которых все места в очереди случайно оказались занятыми или при $m = 0$ (система без очереди) все каналы обслуживания оказались занятыми.

В СМО с неограниченной длиной очереди ($m = \infty$) пришедшая заявка при невозможности немедленного обслуживания ожидает обслуживания при любой длине очереди и продолжительности времени ожидания.

По способу отбора из очереди заявок для обслуживания различают следующие виды дисциплины очереди:

- 1) первым пришел – первым обслуживается;
- 2) последним пришел – первым обслуживается;
- 3) случайный отбор заявок;
- 4) ограничено время пребывания заявки в очереди;
- 5) с приоритетами, при которой некоторые находящиеся в очереди заявки имеют право первоочередного обслуживания (например, срочные работы выполняются раньше обычных).

По числу каналов обслуживания различают одноканальные и многоканальные СМО. Многоканальные СМО разделяют:

- 1) по характеристикам каналов – на однородные и неоднородные СМО;
- 2) по расположению каналов – на СМО с параллельным и последовательным расположением сервисов.

Использование параллельных сервисов позволяет увеличить (по сравнению с одноканальной системой) скорость обслуживания заявок за счет одновременного обслуживания нескольких клиентов.

В некоторых СМО интенсивность входного потока может зависеть от числа заявок, уже находящихся в системе (СМО замкнутого типа). В такой системе конечность очереди является следствием ограниченности мощности источника, создающего заявки на обслуживание. В СМО с источником бесконечной мощности (СМО разомкнутого типа) интенсивность входного потока практически не зависит от состояния системы.

Задачей математического моделирования работы СМО является определение на основе исходных данных ее основных функциональных характеристик.

Для СМО разомкнутого типа, у которых входной и выходной потоки подчинены распределению Пуассона, в качестве исходных данных для расчета функциональных характеристик используются:

- 1) интенсивность входного потока заявок;
- 2) интенсивность обслуживания;
- 3) количество параллельно работающих однородных сервисов (обслуживающих каналов) c ;
- 4) максимальная емкость очереди m ;
- 5) мощность источника заявок f .

В силу сложности анализа моделей массового обслуживания с непуассоновскими входным и выходным потоками для получения функциональных характеристик таких СМО рекомендуется использовать методы имитационного моделирования.

Задания

Вариант 1. Газозаправочная станция для автомобилей располагает двумя газовыми насосами. В очереди, ведущей к насосам, могут расположиться не более пяти автомашин, включая те, которые обслуживаются. Если уже нет места, прибывающие автомобили уезжают искать другую заправку. Распределение прибывающих автомобилей является пуассоновским с математическим ожиданием 20 автомобилей в час. Время обслуживания клиентов имеет экспоненциальное распределение с математическим ожиданием 6 минут.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- процент автомобилей, которые будут искать другую заправку;
- процент времени, когда используется только один из насосов;
- процент времени использования двух насосов;
- вероятность того, что прибывающий автомобиль найдет свободное место в очереди;
- среднее время пребывания автомобиля на газозаправочной станции.

Вариант 2. Билетная касса работает без перерыва. Билеты продает один кассир. Среднее время обслуживания – 2 мин на каждого человека. Среднее число пассажиров, желающих приобрести билеты в кассе в течение одного часа, равно 20 пасс./час. Все потоки в системе простейшие.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- среднюю длину очереди;
- вероятность простоя кассира;
- среднее время нахождения пассажира в билетной кассе;
- вероятность того, что пассажир уйдет в другую билетную кассу;
- вероятность того, что в очереди будет не более 2 человек.

Вариант 3. На пункт техосмотра поступает простейший поток заявок (автомобилей) интенсивности 4 машины в час. Время осмотра распределено по показательному закону и равно в среднем 17 мин, в очереди может находиться не более 5 автомобилей.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- долю автомобилей, которые будут искать другой пункт техосмотра;
- вероятность того, что автомобиль поступит на техосмотр без очереди;
- потери времени водителем на прохождение техосмотра;
- вероятность того, что прибывающий автомобиль сможет пройти техосмотр;
- среднее количество автомобилей, ожидающих техосмотра.

Вариант 4. В вычислительном центре работает 5 персональных компьютеров. Простейший поток задач, поступающих на ВЦ, имеет интенсивность 10 задач в час. Среднее время решения задачи равно 12 мин. Заявка получает отказ, если все ПК заняты.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- вероятность того, что все ПК простаивают;
- вероятность того, что поступающая заявка будет обслужена;
- вероятность того, что загружены два ПК;
- вероятность того, что загружены не менее двух ПК;
- вероятность того, что загружены не более двух ПК.

Вариант 5. В аудиторскую фирму поступает простейший поток заявок на обслуживание с интенсивностью 1,5 заявки в день. Время обслуживания распределено по показательному закону и равно в среднем трем дням. Аудиторская фирма располагает пятью независимыми бухгалтерами, выполняющими аудиторские проверки (обслуживание заявок). Очередь заявок не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- долю клиентов, которые будут вынуждены обратиться в дру- гую аудиторскую фирму;
- среднюю продолжительность прохождения компанией ауди- торской проверки;
- вероятность того, что аудиторская проверка поступившей заяв- ки начнется без ожидания;
- вероятность того, что обслуживанием заняты не более двух бухгалтеров;
- среднее количество заявок, ожидающих проверки.

Вариант 6. Небольшая ремонтная мастерская имеет трех меха- ников. В начале марта каждого года клиенты приносят в мастер- скую свои культиваторы и газонокосилки для ремонта и техниче- ского обслуживания. Мастерская стремится принять все, что прино- сят клиенты. Однако когда очередной клиент видит на полу мастерской массу механизмов, ожидающих обслуживания, он ухо- дит в другое место в поисках более быстрого обслуживания. На по- лу мастерской размещается не более 15 культиваторов и газонокос- илок, не учитывая тех, которые уже ремонтируются. Клиенты при- бывают в мастерскую в среднем каждые 10 минут, а на выполнение механиком одного ремонта уходит в среднем 30 минут. Как время между последовательными приходами клиентов, так и время вы- полнения работы подчиняются экспоненциальному распределению.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- долю потенциальных клиентов, потерянных по причине огра- ниченной емкости мастерской;
- вероятность того, что следующий клиент будет обслужен в мастерской;
- вероятность того, что по крайней мере один механик будет свободен;
- среднее количество культиваторов и газонокосилок, которые ожидают обслуживания;
- средние потери времени клиента на ремонт механизма.

Вариант 7. На протяжении многих лет детектив Коломбо демон- стрирует феноменальный успех в расследовании каждого крими- нального дела, за которое он берется. Для него раскрытие любого

криминального дела – это всего лишь вопрос времени. Коломбо соглашается, что время раскрытия каждого отдельного случая является совершенно случайным, но в среднем каждое расследование занимает около полторы недели. Криминальные дела в мирном городе, где работает Коломбо, явление не очень частое. Они происходят случайным образом с интенсивностью одно преступление в месяц (в месяце считать 4 недели).

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- среднее число случаев, которые ожидают расследования;
- процент времени, когда детектив занят расследованиями;
- вероятность того, что детектив ведет только одно дело;
- вероятность того, что детектив ведет не более одного дела;
- среднее время ожидания делом начала расследования.

Вариант 8. Одноканальная СМО – это ЭВМ, на которую поступают заявки (требования на расчеты). Поток заявок простейший со средним интервалом между заявками 10 мин. Дисциплина очереди не регламентирована. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону с математическим ожиданием 8 мин.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- среднее число требований на расчет, которые ожидают обслуживания;
- вероятность того, что заявка не будет ожидать начала обслуживания;
- вероятность того, что длина очереди не превысит двух заявок;
- вероятность того, что очереди нет;
- вероятность того, что клиенту придется искать другую ЭВМ.

Вариант 9. В магазине работает один продавец, который может обслужить в среднем 30 покупателей в час. Поток покупателей простейший с интенсивностью, равной 60 покупателей в час. Все покупатели «нетерпеливые» и уходят, если в очереди стоит 5 человек (кроме обслуживаемых). Все потоки событий простейшие.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- среднее число нетерпеливых покупателей;
- вероятность того, что прибывающий покупатель будет обслужен без ожидания;
- вероятность того, что очереди нет;

- вероятность того, что длина очереди не превышает 3 человек;
- среднее время, потраченное покупателем на посещение магазина.

Вариант 10. На вход телефонной станции, имеющей 9 каналов обслуживания, поступает в среднем 120 заявок в час. Заявка получает отказ, если все каналы заняты. Среднее время обслуживания в одном канале равно 4 мин. Все потоки в системе простейшие.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- вероятность того, что клиент получит отказ в обслуживании;
- вероятность того, что будет занято не более 3 каналов обслуживания;
- средний интервал времени между последовательными поступлениями заявки в систему;
- вероятность того, что будет занято не менее 2 каналов обслуживания;
- вероятность того, что все линии свободны.

Вариант 11. В бухгалтерии предприятия имеются два кассира, каждый из которых может обслужить в среднем 30 сотрудников в час. Поток сотрудников, получающих заработную плату, простейший, с интенсивностью, равной 40 сотрудников в час. Очередь в кассе не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована.

Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- относительную пропускную способность системы;
- вероятность того, что обслуживанием занят только один кассир;
- вероятность того, что сотрудник получит заработную плату без очереди;
- среднее время, потраченное сотрудником на получение заработной платы;
- вероятность того, что оба кассира заняты выдачей заработной платы.

Вариант 12. Пациенты прибывают в клинику в соответствии с распределением Пуассона с интенсивностью 20 пациентов в час. В комнате ожидания могут разместиться не более 14 человек. Время осмотра клиентов является экспоненциально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием 8 минут.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- вероятность того, что очередной пациент не будет ожидать;
- вероятность того, что очередной пациент найдет свободный стул в комнате ожидания;
- среднее время пребывания пациента в клинике;
- вероятность того, что пациент не будет принят врачом;
- среднее время ожидания пациентом начала приема.

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Условие задачи.
4. Классификация СМО.
5. Функциональные характеристики СМО.
6. Интерпретация полученных результатов.
7. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Из каких основных компонентов состоит СМО?
2. Какие бывают СМО?
3. Как определить основные функциональные характеристики СМО?

Литература

1. Балашевич, В. А. Экономико-математическое моделирование производственных систем : учеб. пособие для вузов / В. А. Балашевич, А. М. Андронов. – Минск : Універсітэцкае, 1995. – 240 с.: ил.
2. Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : Вышэйшая школа, 2001. – 351 с.: ил.
3. Падалко, Л. П. Математические методы оптимального планирования развития и эксплуатации энергосистем / Л. П. Падалко. – Минск : Вышэйшая школа, 1972.
4. Партыка, Т. Л. Математические методы : учебник / Т. Л. Партыка, И. И. Попов. – М. : ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – 464 с.: ил.
5. Экономико-математические методы и модели : учеб. пособие / Н. И. Холод [и др.]; под ред. А. В. Кузнецова. – 2-е изд. – Минск. : БГЭУ, 2000. – 412 с.: ил.

Содержание

Лабораторная работа № 1 МЕТОДЫ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ (МСПиУ).....	3
Лабораторная работа № 2 ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕСУРСАМ (ИСПОЛНИТЕЛЯМ).....	15
Лабораторная работа № 3 МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ.....	23
Лабораторная работа № 4 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ.....	33
Литература.....	41

Учебное издание

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ**

Лабораторный практикум
для студентов специальности 1-27 01 01
«Экономика и организация производства»

В 2 частях

Часть 2

Составитель

КУПРИК Алёна Викторовна

Редактор *Л. Н. Шалаева*

Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 29.11.2013. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 2,50. Уч.-изд. л. 1,96. Тираж 100. Заказ 1332.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.

