

Аналитическое описание оси трассы линейного сооружения

Подшивалов В.П., Кабацкий А.В., Комадей И.Ю.
Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Беларусь

Современные технологии производства геодезических измерений, их обработка и представление для решения различных практических задач допускают высокую степень автоматизации при наличии алгоритма геодезического обеспечения соответствующего технологического процесса. Рассмотрим задачу общего координатного описания оси трассы линейного сооружения. При этом будем иметь в виду, что трасса на всем ее протяжении расположена в одной координатной зоне, независимо от ее протяжения. Для этого необходимо воспользоваться теорией и методологией, предложенных в работах [1–3 и др.].

Представим плановое положение элементов фрагмента оси трассы на рисунке 1. В качестве исходной информации служат проектные значения: координаты вершин углов поворота трассы $x_A, y_A; x_B, y_B; x_C, y_C; x_D, y_D$; углы поворота оси трассы θ_1, θ_2 ; радиусы круговых кривых R_1, R_2 .

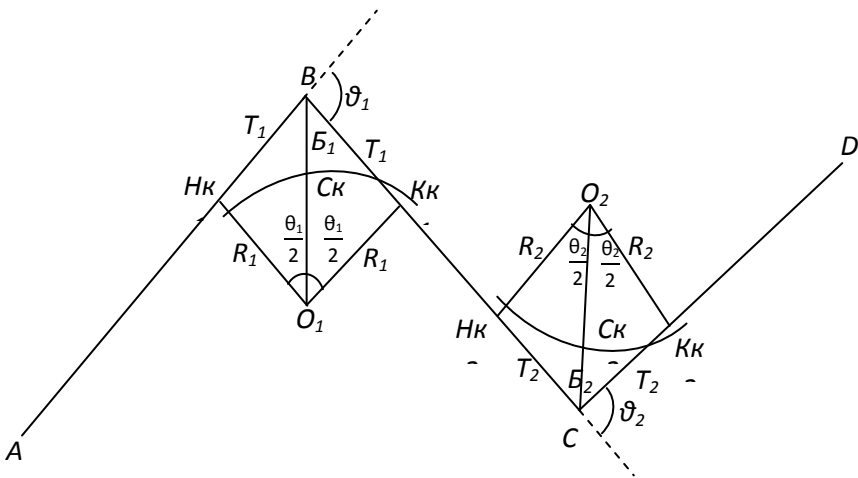


Рис. 1 – Схема фрагмента оси трассы

Для определения координат текущих точек оси трассы, как на прямолинейных, так и на круговых участках используем известные уравнения прямой и окружности в прямоугольной системе координат:

уравнение прямой AB на участке от точки A до начала круговой кривой H_{K_I} :

$$y = y_A + (x - x_A)tg\alpha_{AB} \quad \text{или} \quad y = y_A + S_I \sin\alpha_{AB}; \quad (1)$$

уравнение круговой кривой при вершине B от начала H_{K_I} до конца кривой K_{K_I} :

$$y = y_{01} \pm \sqrt{R_1^2 - (x - x_{01})^2} \quad (2)$$

Следует принимать отрицательное значение корня квадратного при вычислениях текущих координат от начала до середины кривой, положительное – от середины кривой до ее конца. Дирекционный угол α_{AB} и расстояние S_{AB} вычисляются по координатам точек A и B по известным формулам:

$$\alpha_{AB} = \arctg\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right), \quad S_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}, \quad (3)$$

координаты центра круговой кривой получают из выражений

$$x_{01} = x_A + S_{AB} \cos\alpha_{AB} + T_1 \cos\alpha_{BA} + R_1 \cos(\alpha_{AB} + 90^\circ) \quad (4)$$

$$y_{01} = y_A + S_{AB} \sin\alpha_{AB} + T_1 \sin\alpha_{BA} + R_1 \sin(\alpha_{AB} + 90^\circ), \quad (5)$$

где $T_1 = R_1 tg \frac{\theta_1}{2}$ – тангенс кривой.

Преобразуем выражения (4), (5):

$$x_{01} = x_A + (S_{AB} - R_1 tg \frac{\theta_1}{2}) \cos\alpha_{AB} - R_1 \sin\alpha_{AB} = x_{H_{K_I}} - R_1 \sin\alpha_{AB} \quad (6)$$

$$y_{01} = y_A + (S_{AB} - R_1 tg \frac{\theta_1}{2}) \sin\alpha_{AB} + R_1 \cos\alpha_{AB} = x_{H_{K_I}} + R_1 \cos\alpha_{AB}. \quad (7)$$

Текущие значения ординат точек трассы y получают для соответствующих значений абсцисс x .

При выносе в проектное положение на местности текущие значения абсцисс на прямолинейных участках трассы могут быть привязаны к

пикетажным точкам, отстоящим на оси трассы от начальной точки A на расстоянии S_i .

$$x = x_A + S_i \cos \alpha_{AB} \quad (8)$$

Для того, чтобы проконтролировать результаты вычислений и определить пределы действия формул (1) и (2) на оси трассы, вычисляем координаты главных точек кривой:

Координаты начала и конца кривой радиусом R_1 :

$$x_{HK1} = x_B + T_2 \cos \alpha_{BA} = x_B + R_1 \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} \cos \alpha_{BA}; \quad (9)$$

$$y_{HK1} = x_B + T_1 \sin \alpha_{BA} = y_B + R_1 \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} \sin \alpha_{BA}; \quad (10)$$

$$x_{KK1} = x_B + T_1 \cos \alpha_{BC} = x_B + R_1 \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} \cos \alpha_{BC}; \quad (11)$$

$$y_{KK1} = y_B + T_1 \sin \alpha_{BC} = y_B + R_1 \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} \sin \alpha_{BC}. \quad (12)$$

Координаты середины кривой:

$$x_{CK1} = x_B + B_1 \cos \alpha_{BO_1}; \quad (13)$$

$$y_{CK1} = x_B + B_1 \sin \alpha_{BO_1}, \quad (14)$$

где $B_1 = R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_1}{2}} - 1 \right)$ – биссектриса кривой.

Преобразуем выражения (13), (14):

$$x_{CK1} = x_B + R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_1}{2}} - 1 \right) \sin \left(\frac{\theta_1}{2} + \alpha_{BA} \right); \quad (15)$$

$$y_{CK1} = y_B - R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_1}{2}} - 1 \right) \cos \left(\frac{\theta_1}{2} + \alpha_{BA} \right). \quad (16)$$

Уравнение прямой BC на участке от точки KK_1 до начала круговой кривой HK_2 :

$$y = y_{KK_1} + (x - x_{KK_1}) \operatorname{tg} \alpha_{BC}; \quad (17)$$

уравнение круговой кривой при вершине C :

$$y = y_{02} \pm \sqrt{R_2^2 - (x - x_{02})^2}; \quad (18)$$

Здесь дирекционный угол α_{BC} и расстояние S_{BC} вычисляются по координатам точек B и C по формулам:

$$\alpha_{BC} = \arctg\left(\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}\right), \quad S_{BC} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \quad (19)$$

а координаты центра круговой кривой при вершине C имеют выражения:

$$x_{02} = x_{HK_2} + R_2 \sin \alpha_{BC}; \quad y_{02} = y_{HK_2} - R_2 \cos \alpha_{BC} \quad (20)$$

Уравнение прямой CD :

$$y = y_C + (x - x_C) \operatorname{tg} \alpha_{CD}; \quad (21)$$

Координаты главных точек кривой при вершине C имеют выражения:

Координаты начала и конца кривой радиусом R_2 :

$$x_{HK_2} = x_C + T_2 \cos \alpha_{CB} = x_C + R_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \cos \alpha_{CB}; \quad (22)$$

$$y_{HK_2} = y_C + T_2 \sin \alpha_{CB} = y_C + R_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \sin \alpha_{CB}; \quad (23)$$

$$x_{KK_2} = x_C + T_2 \cos \alpha_{CD} = x_C + R_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \cos \alpha_{CD}; \quad (24)$$

$$y_{KK_2} = y_C + T_2 \sin \alpha_{CD} = y_C + R_2 \operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \sin \alpha_{CD}. \quad (25)$$

Координаты середины кривой:

$$x_{CK_2} = x_C + B_1 \cos \alpha_{CO_2}; \quad (26)$$

$$y_{CK_1} = y_C + B_1 \sin \alpha_{CO_2}, \quad (27)$$

где $B_2 = R_2 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_2}{2}} - 1 \right)$ – биссектриса кривой.

Преобразуем выражения (26), (27):

$$x_{CK2} = x_C - R_2 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_2}{2}} - 1 \right) \sin \left(\alpha_{CB} - \frac{\theta_2}{2} \right); \quad (27)$$

$$y_{CK2} = y_{BC} + R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta_2}{2}} - 1 \right) \cos \left(\alpha_{CB} - \frac{\theta_2}{2} \right). \quad (28)$$

Список использованной литературы

[1] Подшивалов В.П. Основы формирования координатной среды автоматизированных технологий // Вестник Полоцкого госуниверситета. Прикладные науки. – Новополоцк, 2004. – С. 34–37.

[2] Padshyvalau U. Automated design of coordinate system for long linear objects / U.Padshyvalau, Guryeu J. // Труды межд. научн.-техн. конф. ScanGIS 2007, Осло-Ос. – 9 с.

[3] Подшивалов В.П. О проблемах комплексных инженерных изысканий при переходе к использованию современных научно-технических возможностей / В. П. Подшивалов, А. С. Назаров // Инженерные изыскания. – №11. – М., 2010. – С. 60–62.