УДК 511.172

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ»

Ковалёнок Н.В., ст. преподаватель,
Чернявская С.В., канд. физ.-мат., доцент,
Арабей О.А., преподаватель
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация: многие задачи теории делимости могут быть решены несколькими способами. Это даёт возможность учителю использовать одни и те же задачи при изучении разных тем с различной степенью глубины.

Ключевые слова: делимость, иллюстрационный материал, тождественные преобразования.

DEVELOPMENT OF STUDENTS' CREATIVE ABILITIES IN STUDYING THE TOPIC "DIVISIBILITY PROBLEMS"

Kovalionok N.V., senior lecturer,
Chernyavskaya S.V., associate professor,
Arabej O.A., tutor
Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Summary: many problems of divisibility theory can be solved in several ways. This enables the teacher to use the same tasks when studying different topics with varying degrees of depth.

Keywords: divisibility, illustration material, identity transformations.

Вопросы теории делимости целых чисел включены в обязательную программу по математике общеобразовательной школы. Так как зачастую в олимпиадах разного уровня встречаются задачи по данной тематике, то этот материал учителя рассматривают на повышенном и даже углубленном уровне на факультативных курсах и математических кружках.

Многие задачи теории делимости могут быть решены несколькими способами. Это дает возможность учителю использовать одни и те же задачи при изучении разных тем с различной степенью глубины. Выбирая задачу для рассмотрения с учащимися, учитель может ориентироваться именно на тот способ, который доступен на данном этапе прохождения программы, а другие способы использовать в дальнейшем как иллюстративный материал при изучении соответствующих разделов курса [1].

Рассмотрим одну из таких задач, которые могут быть решены несколькими способами.

При каких значениях n сумма $n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$ кратна 10, если n – натуральное число?

Решение.

Способ I основан на рассуждении и здесь практически отсутствуют вычисления и тождественные преобразования выражений, требующие формул сокращенного умножения, и поэтому может быть разобран уже с учениками 5-го класса по теме «Признаки делимости натуральных чисел».

Выпишем последние цифры квадратов последовательных натуральных чисел:

при n = 1: 1, 4, 9, 6;
при n = 2: 4, 9, 6, 5;
при n = 3: 9, 6, 5, 1;
при n = 4: 6, 5, 6, 9;
при n = 5: 5, 6, 9, 1;
при n = 6: 6, 9, 4, 1;
при n = 7: 9, 4, 1, 0;
при n = 8: 4, 1, 0, 1;
при n = 9: 1, 0, 1, 4;
при n = 10: 0, 1, 4, 9;
при n = 11: 1, 4, 9, 6; и т.д.

Можем заключить, что имеются лишь две последовательности четверки чисел, сумма которых кратна 10.

1 + 4 + 9 +6 = 6 + 9 + 4 + 1 = 20 при n = 1, 6, 11,..

Таким образом, $n=5t+1,$ где t – целое неотрицательное число.

Способ II можно рассматривать с учащимися в ходе изучения темы «Формулы сокращенного умножения» в качестве примера использования тождественных преобразований, а это материал 7-го класса.

$$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2=4n^2+12n+14=$$

$$=(2n)^2+2\cdot 2n\cdot 3+9+5=(2n+3)^2+5$$

Значит, последняя цифра числа $2n+3$ должна быть 5, чтобы данная сумма была кратна 10.

Следовательно, $2n+3=10t+5,$ откуда $n=5t+1,$ где t – целое неотрицательное число.

Способ III может быть рассмотрен уже после прохождения темы «Квадратные уравнения» и может служить хорошей иллюстрацией возможности применения формул квадратного уравнения к решению задач на делимость.

$$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2=2(2n^2+6n+7)$$

Следовательно, $2n^2+6n+7=5k,\ k\in N.$

Решим данное квадратное уравнение относительно переменной n (k – параметр).

$$n_1=\frac{-3-\sqrt{5(2k-1)}}{2}<0, \text{ значит, } n\notin N.$$

$n_2=\dfrac{-3+\sqrt{5(2k-1)}}{2}$ может быть натуральным числом, если числитель будет четным, а подкоренное выражение – нечетным числом.

Значит, $2k-1=5(2t+1)^2,$ где t – целое неотрицательное число.

Итак, $n=\dfrac{-3+5(2t+1)}{2}=\dfrac{10t+2}{2}=5t+1.$

Задачи всегда были и целью, и средством обучения. С помощью задач и на их основе формируются основания математических понятий, раскрываются способности видеть применение математических фактов в той или иной ситуации.