

МОДЕЛИ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРИ ХОДЬБЕ¹

к.т.н. Борисов А.В.

Филиал ФГБОУ ВПО «НИУ Московский энергетический институт (ТУ)» в г. Смоленске

При ходьбе сустав циклически нагружается-разгружается. При проектировании механической стержневой системы с деформируемыми звеньями, возникает вопрос о соединении отдельных звеньев между собой. Соединения стержней будем моделировать шарнирами. Предполагаем, что основной износ происходит в подвижных шарнирах [1-3]. Поэтому необходимо провести исследование шарниров на выносливость при циклическом переменном нагружении (рис. 1).

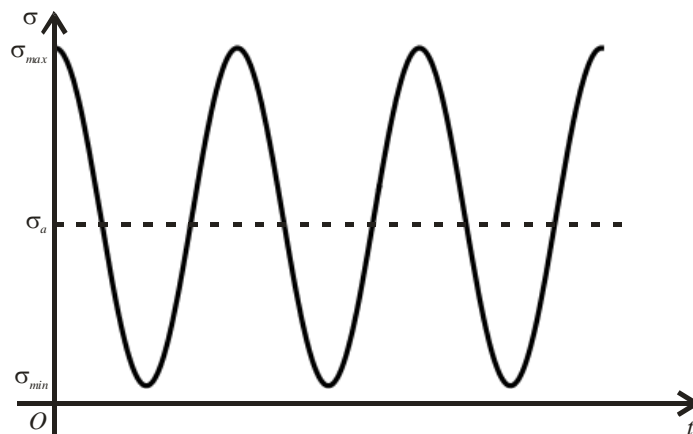


Рисунок 1. – Циклические нагрузки в суставе

На рисунке σ_{max} – максимальные напряжения, σ_{min} – минимальные напряжения, σ_a – средние напряжения.

Введем:

$$\sigma_e = \sigma_{max} - \sigma_a \quad (1)$$

где: σ_e – флуктуационная нагрузка (амплитуда колебаний).

Ось в шарнире испытывает деформации кручения. Необходим расчет среднего напряжения и амплитуды напряжения для осевых нагрузок. Используем критерии Содерберга, Гудмана и Гербера. Получается схема расчета для переменной нагрузки в терминах амплитуды напряжения и среднего напряжения (рис. 2).

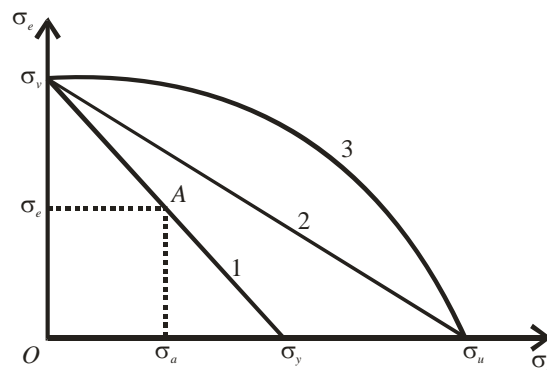


Рисунок 2. – Диаграмма для расчета прочности оси при переменной циклической нагрузке

На рисунке:

σ_a – среднее напряжение, σ_e – амплитуда напряжения, σ_y – предел выносливости в обратном изгибе, σ_y – предел текучести, σ_u – предел прочности, A – расчетная точка, 1 – линия, соответствующая критерию Содерберга, 2 – линия, соответствующая критерию Гудмана, 3 – линия, соответствующая критерию Гербера.

Соответствующие уравнения для всех трех вышеуказанных критериев записываются:

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-97512 p_центр_a)

критерий Содерберга: $\frac{\sigma_e}{\sigma_v} + \frac{\sigma_a}{\sigma_y} = \frac{1}{\zeta}$

критерий Гудмана: $\frac{\sigma_e}{\sigma_v} + \frac{\sigma_a}{\sigma_u} = \frac{1}{\zeta}$

(2)

критерий Гербера: $\left(\frac{\zeta \times \sigma_a}{\sigma_u}\right)^2 + \frac{\zeta \times \sigma_e}{\sigma_v} = 1$

где, ζ – коэффициент запаса прочности.

В критерии Гербера – это уравнение параболы, проходящей через точку. Пока напряжения таковы, что они оказываются под параболой, время износа будет бесконечно большое, следовательно, сколь угодно долго можно нагружать шарнир, он при этом не разрушается. Как только выходим на кривую, начинается хрупкое разрушение.

Возможны случаи, когда средняя нагрузка большая – флуктуации маленькие или наоборот, нагрузка маленькая – флуктуации большие.

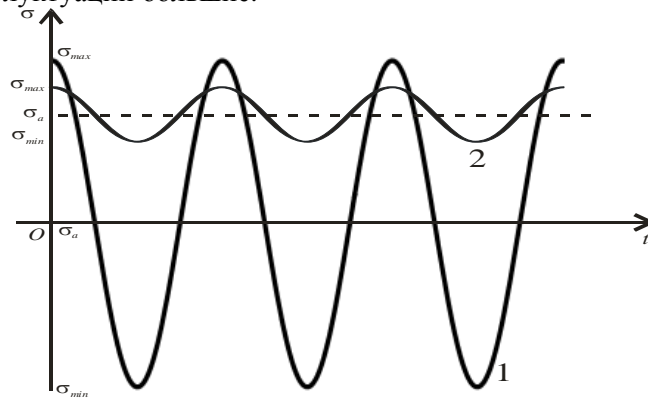


Рисунок 3. – Различные виды нагрузки

Возникает вопрос, что вызовет меньший износ: большие флуктуации при малом или нулевом уровне нагрузки, кривая 1 на рисунке 3. небольшие флуктуации при большом среднем нагружении, кривая 2 на рисунке 3. Первый случай, например, может соответствовать спокойной, размеренной походке человека с большой массой тела, второй – прыгающей походке человека с небольшой массой тела. В каком случае износ элементов опорно-двигательного аппарата будет меньше.

Проведем численные оценки для биологических тканей человека. Предел упругой деформации кости: 135 МПа, деформация при этом 0,4 мм. Пусть $\sigma_u = 135$ МПа. Так как материал кости практически не обладает свойством текучести, т.е. предел текучести кости больше предела ее упругости, предположим, что $\sigma_y = 5\sigma_u$. Предел выносливости в обратном изгибе, т.е. предельные нагрузки разрушения $\sigma_v = 250$ МПа. [4]. Коэффициент запаса прочности примем равным: 1.

Построим график соответствующей зависимости трех критериев для кости человека.

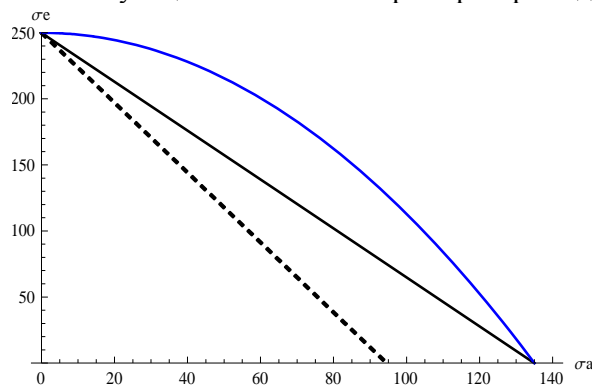


Рисунок 4. – Зависимость амплитуды напряжения от среднего напряжения для костных тканей человека при коэффициенте запаса $\zeta = 1$

Как видно из полученных графиков, область устойчивой, долговременной эксплуатации уменьшается.

Рассмотрим влияние времени на процесс (рис. 5)

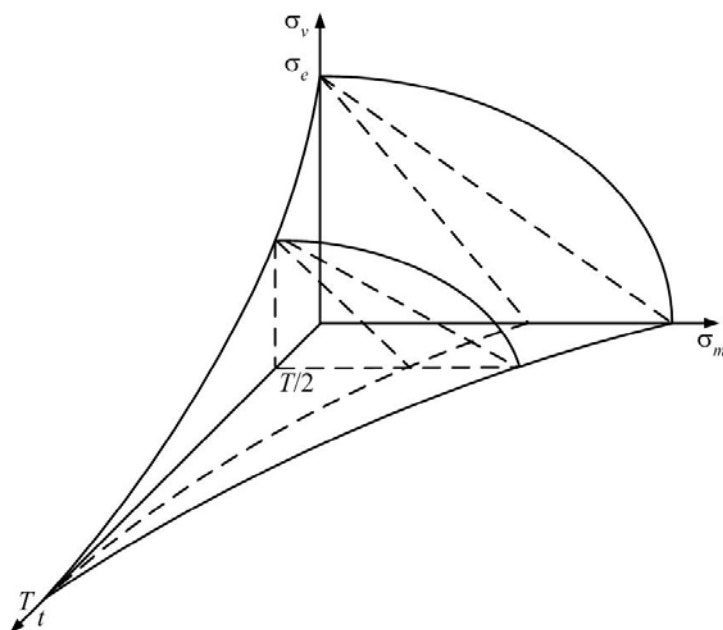


Рисунок 5. – Изменение области устойчивости к нагрузкам с течением времени

Время достижения разрушения T . С течением времени область устойчивости к нагрузкам уменьшается вследствие деградации материала. Как только кривая достигает нуля, происходит выход из строя шарнира. Если кривая изменения σ_u пересечет кривую σ_y , то после пересечения появится трещина. Если при сжатии образуется трещина, то надо изменить знаки. При растяжении нет повреждений.

Вместо времени t можно поставить n – количество циклов нагружения, то есть число шагов если рассматривать задачу моделирования механических свойств опорно-двигательного аппарата человека.

РЕЗЮМЕ

В статье рассмотрена модель циклического нагружения шарниров-суставов человека при ходьбе. Опорно-двигательный аппарат человека моделируется стержневой механической системой. Стержни соединены между собой шарнирами. Проводятся оценки среднего напряжения и амплитуды напряжений для осевых нагрузок с использованием критериев Содерберга, Гудмана, Гербера. Проведены численные оценки для биологических тканей человека. Рассмотрено протекание во времени процесса деградации материала и изменения области устойчивости к нагрузкам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чигарев А.В. Диффузионная модель разрушения элементов опорно-двигательного аппарата человека / А. В. Чигарев, А. В. Борисов // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т. 16, № 1 (55). – С. 22-37.
2. Чигарев А.В. Использование СКМ «Mathematica» для численного исследования стохастических моделей накопления повреждений в биоматериалах / А. В. Чигарев, А. В. Борисов // Теоретическая и прикладная механика. – Минск : БНТУ, 2013. – Вып. 28. – С. 27-30.
3. Чигарев А. В. Математическая модель износа и разрушения в суставах человека / А. В. Чигарев, А. В. Борисов // Современные проблемы математики, механики, информатики : материалы междунар. науч. конф. –Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – С. 93-97.
4. Гаврюшенко Н.С. Материаловедческие аспекты создания эрозионностойких узлов трения искусственных суставов человека :дис. ... докт. техн. наук / Н. С. Гаврюшенко. – М., 2000. – 234 с.

SUMMARY

The article deals with the model of cyclic stressing of human hinge joints when walking. A human locomotorium system is modeled by a framed mechanical system. The rods of the system are connected by hinges. Evaluation of medium stress and of the range of stress of axial loads, using Soderbergh, Goodman, Gerbert criteria is carried out. Numerical assessment for human biological tissues is performed. The course of the process of material degradation and change of load resistance domain are considered in the given work.

Поступила в редакцию 02.10.2013