

## БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОГО ДВИЖЕНИЯ СПОРТСМЕНА

А.Е. Покатилов<sup>1</sup>, В.И. Загrevский<sup>2</sup>

*The biomechanical analysis of purposeful movement of the person in conditions of an elastic support is presented at performance of such sports exercises as exercises in gymnastics on female bars and on a crossbeam. For purposeful movement the equations which members are generally broken into six groups are deduced. In such kind of the equation of movement show connection of these groups with the kinds of movement making absolute movement of parts, and with the forces put to the sportsman at the dynamic analysis, and also enable to estimate influence of all considered factors quantitatively.*

Представлен биомеханический анализ целенаправленного движения человека в условиях упругой опоры при выполнении таких спортивных упражнений как маховые в гимнастике на женских брусьях и на перекладине. Для целенаправленного движения выведены уравнения, члены которых в общем случае разбиваются на шесть групп. В таком виде уравнения движения показывают связь этих групп с видами движения, составляющими абсолютное движение звеньев, и с силами, прикладываемыми к спортсмену при кинетостатическом анализе, а также дают возможность оценить влияние всех учитываемых факторов количественно.

### Общие положения

С точки зрения управления различают естественное и целенаправленное движения. Естественное движение определяют как неуправляемое [1]. Оно не зависит от воли человека и решаемых им задач. Независимость означает подчинение только объективным законам механики. При естественном движении объект не вырабатывает управляющих воздействий.

Но движение человека отличается от естественного, т.к. для управления внутри тела вырабатываются мышечные силы. Эти силы называются управляющими, а само движение – целенаправленным. Отметим, что если бы естественные движения достигали цели, то управление было бы не нужным [2, 3].

Таким образом, естественное и целенаправленное движения коренным образом различаются.

Для вывода уравнений движения биомеханической системы (БМС) используем принцип Даламбера [4, 5]. Модели принимают вид уравнений кинетостатического равновесия системы в виде суммы моментов силовых факторов, приложенных к звеньям. Центрами моментов являются дистальные шарниры БМС. Уравнения решаются относительно моментов управляющих сил мышечной системы.

Работа мышечного аппарата человека представляется достаточно сложной и во многом неизвестной [6, 7]. Воспользуемся ограничениями, налагаемыми на модели мышечного аппарата и описанными в работе [3]. Считается, что они в основном правильно отражают суть проблемы, позволяя перевести исследование движения человека от общих рассуждений в практическую плоскость при нехватке точных знаний.

Принято:

- массой звена считать сумму масс костей скелета и мышц, примыкающих к кости;
- распределение масс внутри звена считать неизменным;
- тело мышц заменять линией действия мышечного усилия;
- считать, что движение обеспечивается минимальным количеством мышц, достаточным для обеспечения целенаправленного движения  $N$ -звенной системы;
- возможные взаимодействия между мышцами не учитывать.

Рассмотрим случай прикрепления мышц к соседним звеньям БМС, моделирующей опорно-двигательный аппарат человека. Чаще всего управляющее воздействие обеспечивается не одной, а несколькими мышцами. Поэтому можно говорить о действии на звено целой группы управляющих сил – по числу мышц, участвующих в данном движении. Им противодействует такое же количество равных по величине сил, направленных противоположно и возникающих на звене, к которому мышцы прикреплены вторым концом. Управляющие силы попарно компенсируют друг друга. Действуя на каждое из звеньев, они дают два главных вектора управляющих сил, равных и противоположно направленных по одной общей линии.

Таким образом, вместо группы управляющих сил, приложенных к звену, будем иметь дело с одним главным вектором управляющих сил. Точка звена, через которую он проходит, не обязательно является местом прикрепления мышцы к кости, но такое представление удобно при исследовании движения.

Необходимо иметь в виду, что в общем случае управляющие воздействия, испытываемые каждым звеном, разбиваются на две группы, так как кроме первого и последнего звеньев все остальные имеют по два сустава, относительно которых и реализуется движение человека. Другими словами, для промежуточных звеньев движение относительно дистального сустава создают одни мышцы, и их действие описывается соответствующими силами, приложенными к данному звену. Движение относительно проксимального сустава происходит за счет других мышц и появляется вторая группа управляющих сил, также приложенная к рассматриваемому звену.

Для исследования возьмем случай плоского движения человека, выполняющего маховое упражнение на упругой опоре, каковой может являться перекладина или женские брусья в гимнастике.

### Уравнения целенаправленного движения спортсмена

Так как ни величина, ни направление, ни точка приложения к звену каждой управляющей

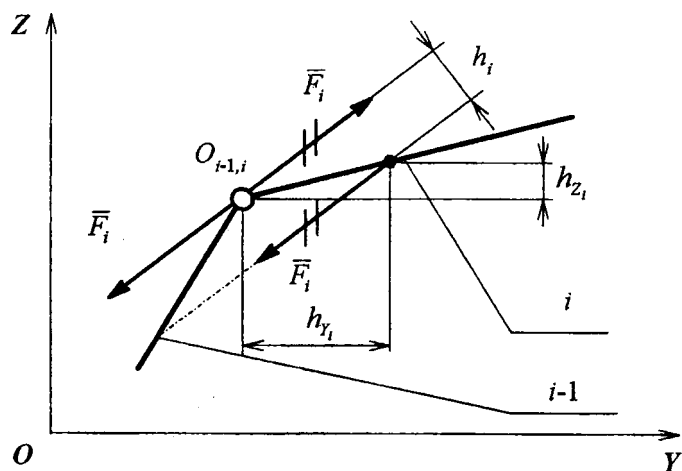


Рис. 1. Приведение управляющей силы к шарниру

силы неизвестны, то необходимо привести эти силы к соответствующему шарниру. Это позволит определить относительно его моменты управляющих сил. Пример такого приведения показан на рис. 1.

В результате получим приложенные к шарниру силы реакции и управляющие силы, а также действующий на звено момент управляющих сил относительно шарнира  $O_{i-1,i}$ :

$$M_{i,i-1} = -F_i h_i = F_{iy} h_{zi} - F_{iz} h_{yi}, \quad (1)$$

где  $M_{i,i-1}$  – момент управляющей силы, действующей на  $i$ -е звено относительно сустава  $O_{i-1,i}$ ;

$h_i$  – плечо управляющей силы на  $i$ -ом звене;

$F_{iy}$ ,  $F_{iz}$  – проекции управляющей силы  $F_i$  на  $i$ -ом звене на соответствующие оси;

$h_{yi}$  – плечо проекции  $F_{iz}$  управляющей силы на  $i$ -ом звене;

$h_{zi}$  – плечо проекции  $F_{iy}$  управляющей силы на  $i$ -ом звене.

На каждое звено также действует сила тяжести  $\bar{G}_i$ , и к нему присоединена в центре масс (ЦМ) звена инерционная нагрузка  $\bar{U}_i$ . При этом возникает момент пары сил инерции  $M_{u_i}$  [7].

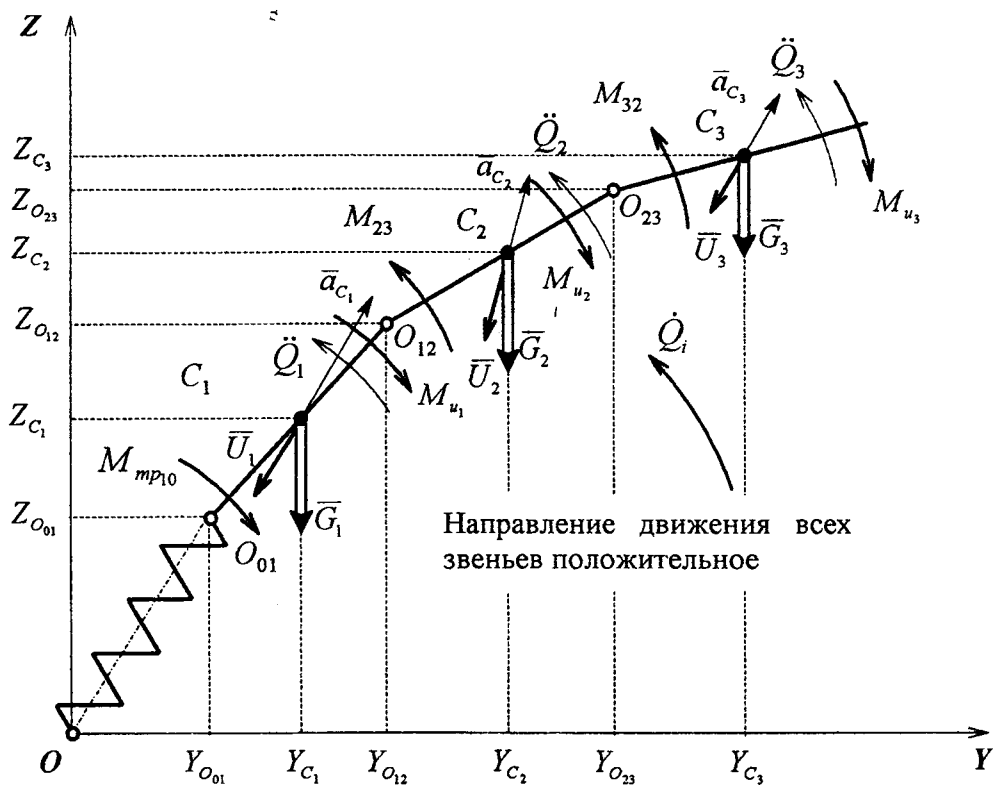


Рис. 2. Расчетная схема биомеханической системы (упругая опора в виде вращающейся пружины)

Покажем на рис. 2 все силовые факторы, используемые при выводе уравнений движения биомеханической системы. Здесь моменты управляющих сил относительно суставов  $O_{12}$ ,  $O_{23}$ , а также момент трения в опорном суставе  $O_{01}$  показаны только со стороны анализируемой части биомеханической системы, и не показаны на соседних звеньях и на самой опоре.

Составим уравнения кинестатического равновесия исследуемой части системы в виде суммы моментов относительно освобожденной кинематической пары. В этом случае для получения расчетной схемы необходимо последовательно отбрасывать все звенья биомеханической системы со стороны опоры.

Для трехзвенной БМС относительно ее шарниров по рисунку 2 имеем:

$$\sum M_{O_{01}} = 0, \quad \sum M_{O_{12}} = 0, \quad \sum M_{O_{23}} = 0. \quad (2)$$

Сразу выражая управляющие моменты мышечных сил и момент сил трения из уравнений кинестатики, получим:

$$\begin{aligned} -M_{mp10} &= I_1 \ddot{Q}_1 + I_2 \ddot{Q}_2 + I_3 \ddot{Q}_3 + G_1(Y_{C_1} - Y_{O_{01}}) + G_2(Y_{C_2} - Y_{O_{01}}) + G_3(Y_{C_3} - Y_{O_{01}}) - \\ &- m_1 \ddot{Y}_{C_1}(Z_{C_1} - Z_{O_{01}}) - m_2 \ddot{Y}_{C_2}(Z_{C_2} - Z_{O_{01}}) - m_3 \ddot{Y}_{C_3}(Z_{C_3} - Z_{O_{01}}) + \\ &+ m_1 \ddot{Z}_{C_1}(Y_{C_1} - Y_{O_{01}}) + m_2 \ddot{Z}_{C_2}(Y_{C_2} - Y_{O_{01}}) + m_3 \ddot{Z}_{C_3}(Y_{C_3} - Y_{O_{01}}), \\ M_{21} &= I_2 \ddot{Q}_2 + I_3 \ddot{Q}_3 + G_2(Y_{C_2} - Y_{O_{12}}) + G_3(Y_{C_3} - Y_{O_{12}}) - m_2 \ddot{Y}_{C_2} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (Z_{C_2} - Z_{O_{12}}) - m_3 \ddot{Y}_{C_3} (Z_{C_3} - Z_{O_{12}}) + m_2 \ddot{Z}_{C_2} (Y_{C_2} - Y_{O_{12}}) + m_3 \ddot{Z}_{C_3} (Y_{C_3} - Y_{O_{12}}), \\ M_{32} &= I_3 \ddot{Q}_3 + G_3 (Y_{C_3} - Y_{O_{23}}) - m_3 \ddot{Y}_{C_3} (Z_{C_3} - Z_{O_{23}}) + m_3 \ddot{Z}_{C_3} (Y_{C_3} - Y_{O_{23}}). \end{aligned} \quad (3)$$

где  $I_1 \ddot{Q}_1, I_2 \ddot{Q}_2, I_3 \ddot{Q}_3$  – моменты пар сил инерции звеньев 1, 2 и 3;

$I_1, I_2, I_3$  – центральные моменты инерции масс звеньев 1, 2 и 3;

$m_1, m_2, m_3$  – массы звеньев 1, 2 и 3 соответственно;

$G_1, G_2, G_3$  – вес звеньев 1, 2 и 3 соответственно;

$\ddot{Y}_{C_1}, \ddot{Y}_{C_2}, \ddot{Y}_{C_3}, \ddot{Z}_{C_1}, \ddot{Z}_{C_2}, \ddot{Z}_{C_3}$  – проекции ускорений ЦМ звеньев 1, 2 и 3;

$Y_{C_1}, Y_{C_2}, Y_{C_3}, Z_{C_1}, Z_{C_2}, Z_{C_3}$  – координаты ЦМ звеньев 1, 2 и 3;

$Y_{O_{01}}, Y_{O_{12}}, Y_{O_{23}}, Z_{O_{01}}, Z_{O_{12}}, Z_{O_{23}}$  – координаты шарниров БМС.

Для проекций сил инерции использованы выражения:

$$U_{iy} = -m_i \ddot{Y}_{C_i}, U_{iz} = -m_i \ddot{Z}_{C_i}.$$

Опорный шарнир отличается от остальных, являющихся на самом деле суставами БМС. В отличие от них, в кинематической паре  $O_{01}$  учитываются силы трения, и нет управляющих сил, приводимых к опоре, а значит, нет момента этих сил. При этом необходимо учесть, что момент сил трения направлен против движения [8], что и показано на рис. 2.

Обозначим левую часть первого выражения системы (3) как  $M_{10}$ . Это есть движущий момент всей биомеханической системы относительно спортивного снаряда. Его надо отличать от момента движущих сил, так как первый есть сумма моментов движущих сил и сил сопротивления, а последний является моментом только движущих сил.

Имеем  $\overline{M}_{10} = -\overline{M}_{mp_{10}}$ . Знак минус означает, что моменты имеют противоположные направления при равенстве их значений.

Для сохранения однотипности формы уравнений движения относительно всех шарниров будем использовать для первого уравнения системы (3) запись момента через  $M_{10}$  слева от знака равенства.

Запишем в общем виде уравнение для момента управляющих мышечных сил относительно шарнира  $O_{i-1,i}$ :

$$\begin{aligned} M_{i,i-1} &= \sum_{j=i}^N I_j \ddot{Q}_j + \sum_{j=i}^N G_j (Y_{C_j} - Y_{O_{i-1,i}}) - \sum_{j=i}^N m_j \ddot{Y}_{C_j} (Z_{C_j} - Z_{O_{i-1,i}}) + \\ &+ \sum_{j=i}^N m_j \ddot{Z}_{C_j} (Y_{C_j} - Y_{O_{i-1,i}}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Здесь  $N$  – число звеньев БМС. Отметим, что точкой приведения инерционных нагрузок является центр инерции  $C_j$ , т.е. центр масс каждого звена. В этом случае дополнительно возникает момент пары сил инерции:

$$M_{u_j} = -I_{C_j} \ddot{Q}_j, \quad (5)$$

где  $I_{C_j}$  – центральный момент инерции массы  $j$ -го звена.

Знак минус означает, что направление дополнительного момента и углового ускорения звена противоположны. Выполнив преобразования, получим

$$M_{i,i-1} = \sum_{j=i}^N I_j \ddot{Q}_j + \sum_{j=i}^N m_j \left[ (g + \ddot{Z}_{C_j}) (Y_{C_j} - Y_{O_{i-1,i}}) - \ddot{Y}_{C_j} (Z_{C_j} - Z_{O_{i-1,i}}) \right], \quad (6)$$

где  $i=1, 2, \dots, N$ .

Кинематический анализ движения человека в различных условиях проведен в работах [1-3, 6, 7, 9]. Подставим в формулы (3) координаты и ускорения соответствующих точек по уравнениям работы [9] для случая движения спортсмена в условиях упругой опоры. Преобразования из-за их трудоемкости опустим.

Для  $N$ -звенной системы момент управляющих сил относительно шарнира  $O_{i-1,i}$  равен:

$$M_{i,i-1} = \sum_{j=i}^N I_j \ddot{Q}_j + g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j + \ddot{L}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(Q_0 - Q_j) + \quad (7)$$

$$+ 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(Q_0 - Q_j) + \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N B_{jk} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_j) - \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N B_{jk} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j).$$

Коэффициенты  $B_{jk}$  в общем виде определяются как:

$$B_{jk} = \delta_{jk} (m_k S_k^2) + m_j L_k S_j (1 - \delta_{jk}) + \sum_{s=k+1}^N m_s L_k L_j, \quad (8)$$

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{если } j = k, \\ 0, & \text{если } j \neq k. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь  $L_k$  – размеры звеньев,  $S_j$  – расстояние от дистального сустава звена до его ЦМ.  $L_0, \dot{L}_0, \dot{Q}_0$  – размеры пружины и ее кинематические параметры.  $j, k$  – буквенные индексы. Они соответствуют цифровым индексам коэффициентов  $B_{jk}$  и равны:

$$j=1, 2, \dots, N; \quad k=0, 1, \dots, N.$$

Учтено, что  $B_{jk} = B_{kj}$  при  $k > j$ .

Коэффициенты  $C_{ij}$  рассчитываются по работе [9] из раздела силового анализа биомеханической системы:

$$C_{ij} = \begin{cases} m_j S_j + L_j \sum_{s=j+1}^N m_s, & \text{если } i \leq j, \\ L_j \sum_{s=i}^N m_s, & \text{если } i > j, \end{cases} \quad (10)$$

$$s \leq N.$$

Коэффициенты  $B_{jk}$  и  $C_{ij}$  при  $i > 0$  и  $j > 0$  зависят только от параметров тела спортсмена и остаются постоянными на всей траектории его движения, поэтому определяются всего один раз.

## Заключение

В работе затронут вопрос анализа движения спортсмена в условиях упругой опоры. Это означает, что изучаются уже выполненные движения. Проблемы синтеза, то есть создания новых движений (новых спортивных упражнений и их элементов), в статье не рассматривается. Тем не менее, отметим, что теория анализа является фундаментом, без которого теорию синтеза целенаправленного движения с учетом влияния на движение упругих свойств спортивного снаряда, выступающего в качестве опоры, создать нельзя.

Полученные модели целенаправленного движения дают возможность учесть как влияние упругой опоры на движение человека, так и влияние человека на сам спортивный снаряд. Ограниченные рамки статьи не позволяют рассмотреть все возможные случаи моделирования указанного случая, а также провести полный анализ всех выявленных факторов, от которых зависит техника спортивного упражнения.

Однако объем статьи позволяет показать состав уравнений целенаправленного движения и влияние на абсолютное движение звеньев как различных видов движений, в которых они участвуют, так и роль каждого силового фактора, используемого при кинестатическом исследовании спортивного упражнения.

*Работа выполняется по гранту государственной программы научных исследований на 2006-2010 г.г.*

*Финансирует: Министерство образования РБ.*

*Тема: «Разработка методов оценки биомеханического состояния человека и реализация оптимальных режимов движений биомеханических систем».*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Загrevский, В. И. Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск–Могилев, 1999. – 156 с.
2. Коренев, Г. В. Цель и приспособляемость движения / Г. В. Коренев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. – 528 с.
3. Коренев, Г. В. Введение в механику человека / Г. В. Коренев. – М.: Наука, 1977. – 264 с.
4. Артобoлевский, И. И. Теория механизмов и машин: учеб. для втузов / И. И. Артобoлевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
5. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики / Н. Н. Никитин. – М.: Высшая школа, 1990. – 608 с.
6. Загrevский, В. И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. – Могилев–Томск, 2000. – 190 с.
7. Бегун, П. И. Моделирование в биомеханике: учеб. пособие / П. И. Бегун, П.Н. Афонин. – М.: Высшая школа, 2004. – 390 с.
8. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М.: Высшая школа, 1990. – 592 с.
9. Покатилов, А. Е. Биомеханика взаимодействия спортсмена с упругой опорой / А. Е. Покатилов; под ред. В.И. Загrevского. – Минск: Изд. центр БГУ, 2006. – 351 с.