

РАСЧЕТ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СОСТАВНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТА *MECHANICAL SYSTEMS* СИСТЕМЫ *MATHEMATICA*

Скляр О.Н., Босяков С.М., Кохан Л.Л.

In the present paper the algorithm of calculation of velocities and accelerations of components of mechanical system in Mathematica package Mechanical systems is submitted. The example of calculation of velocities and accelerations of elements of brake draft of a back suspension bracket of the automobile is resulted.

Одним из внешних пакетов, расширяющим стандартные возможности компьютерной системы *Mathematica* в области моделирования и визуализации движения механических систем различной сложности, является пакет *Mechanical Systems* [1, 2]. В частности, применение функциональных возможностей пакета позволяет автоматизировать дифференцирование кинематических уравнений относительно времени и находить числовые результаты для скорости и ускорения каждого элемента в модели составного механизма. В настоящей работе представлены алгоритмы расчета скоростей и ускорений элементов механических систем с применением пакета *Mechanical Systems*.

Рассмотрим двумерную модель тормозной тяги задней подвески автомобиля, состоящую из трех движущихся тел: рамы, кронштейна и кулисы. Визуализация модели в пакете *Mechanical Systems* выполнена на рис. 1.

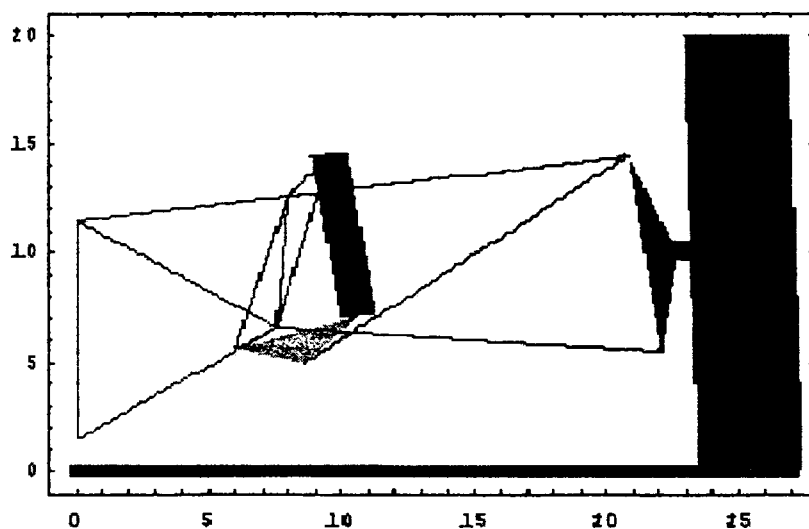


Рис. 1. Модель тормозной тяги

Механизм приводится в движение рамой, перемещающейся вертикально относительно земли. Кронштейн колеса соединяется с кулисой двумя рычагами привода, которые построены как зависимые тела. Кулиса вращается вокруг оси рамы, которая прикреплена к кронштейну колеса посредством тяги – стержня, работающего на растяжение. Амортизатор связывает второй конец кулисы и раму. Заметим, что реальная модель тормозной тяги имела бы еще три движущихся тела: верхний и нижний рычаги привода и тягу между кронштейном и кулисой.

Каждому независимому элементу механизма необходимо присвоить уникальный целочисленный номер.

```
ground=1; chassis=2; carrier=3; rocker=4;
```

Выполним загрузку пакета и зададим свойства составных элементов механизма с помощью функции *Body*. Следует учесть, что основание (*ground*) требует задания двух точек, одна из которых является началом координат, другая - определяет вертикальную линию перемещения рамы. Для описания рамы (*chassis*) необходимо задать шесть локальных точек: начало локальной системы координат; положение вертикальной оси движения рамы; точка приложения нижней тяги; точка приложения верхней тяги; точка центра кулисы и верхняя точка закрепления амортизатора. Кронштейн колеса (*carrier*) требует определения трех локальных точек: начало локальной системы координат и точка приложения нижней тяги; точка приложения верхней тяги и стержня, работающего на растяжение; точка касания шины с дорогой. Кулиса (*rocker*) определяются тремя локальными точками: начало координат и одна из точек, задающая ось вращения; нижняя точка закрепления амортизатора и точка приложения шатуна. Ниже записаны функции, определяющие каждый из этих элементов.

```
Needs["Mech`Mech2D`"]
bd[ground]=Body[ground,PointList→{(*P1*){0,0},{*P2*}{0,10}}];
bd[chassis]=Body[chassis,
PointList→{0,0},{0,10},{7.5,4},{8,10},{6,3.125},{9.5,12}},
InitialGuess→{{0,2.5},0}];
bd[carrier]=Body[carrier,PointList→{{0,0},{-1,9},{1.25,-5.5}},
InitialGuess→{{22.0,5.5},0}];
bd[rocker]=Body[rocker,PointList→{{0,0},{4.1,2.6},{2.5,0}},
InitialGuess→{{6.0,6.6},-0.7}];
```

Объединим элементы механизма в единую модель.

```
SetBodies[bd[ground],bd[chassis],bd[carrier],bd[rocker]]
```

При дальнейшем построении модели необходимо совместить характерные точки в соответствии с теми механическими связями, которые накладываются на систему.

```
cs[1]=RelativeY1[1,Point[chassis,1],T];
cs[2]=Translate2[2,Line[ground,2,1],Line[chassis,2,1]];
cs[3]=RelativeDistancel[3,Point[chassis,3],Point[carrier,1],14.6];
cs[4]=RelativeDistancel[4,Point[chassis,4],Point[carrier,2],13.0];
cs[5]=RelativeY1[5,Point[carrier,3],0];
cs[6]=Revolute2[6,Point[chassis,5],Point[rocker,1]];
cs[7]=RelativeDistancel[7,Point[carrier,2],Point[rocker,3],rodlength];
```

Здесь *cs[1]* – используется как ограничение движения (зависит от переменной времени) и управляет вертикальным положением рамы; *cs[2]* – позволяет раме перемещаться только вертикально относительно основания; *cs[3]* – моделирует верхнюю тягу; *cs[4]* – моделирует нижнюю тягу; *cs[5]* – вынуждает основание шины оставаться в контакте с землей; *cs[6]* – задает ось вращения кулисы; *cs[7]* – моделирует стержень, работающий на растяжение (длина стержня задается параметром *rodlength*, которому нужно задать числовое значение прежде, чем управление будет передано решателю *Mech2D*).

Выполним построение модели:

```
SetConstraints[Array[cs,7]]
rodlength=15.5;
```

4

Расчет модели выполним с помощью функции `SolveMech` для момента времени 2.5 с.

```
SolveMech[2.5]//Chop
```

```
{T→2.5, X2→0, Y2→2.5, Th2→0, X3→22.0636, Y3→5.46934, Th3→0.0233305,  
X4→6., Y4→5.625, Th4→-0.193489}
```

Здесь результирующий список определяет положение и ориентацию механизма: Th – угол поворота относительно глобальной системы координат (в радианах); X_n, Y_n – координаты центра тяжести элемента механизма.

Для нахождения скоростей и ускорений в аргумент функции `SolveMech` следует внести опции `Solution→Velocity` и `Solution→Acceleration`, указывающие на то, что должны быть определены положение, ориентация, скорость и ускорение для каждого составных элементов механизма (по умолчанию принимается `Solution→Location`, что указывает на расчет положения и ориентации элементов механизма).

Выполним расчет скоростей и ускорений составных частей механизма для момента времени 3 с.

```
SolveMech[3.0,Solution→Velocity]//Chop
```

```
{T→3., X2→0, Y2→3., Th2→0, X3→22.0212, Y3→5.48505, Th3→0.0116616, X4→6.,  
Y4→6.125, Th4→-0.311793, X2d→0, Y2d→1., Th2d→0, X3d→-0.101143,  
Y3d→0.0305219, Th3d→-0.0232273, X4d→0, Y4d→1., Th4d→-0.231717}
```

```
SolveMech[3.0,Solution→Acceleration]//Chop
```

```
{T→3., X2→0, Y2→3., Th2→0, X3→22.0212, Y3→5.48505, Th3→0.0116616, X4→6.,  
Y4→6.125, Th4→-0.311793, X2d→0, Y2d→1., Th2d→0, X3d→-0.101143,  
Y3d→0.0305219, Th3d→-0.0232273, X4d→0, Y4d→1., Th4d→-0.231717, X2dd→0,  
Y2dd→0, Th2dd→0, X3dd→-0.0657943, Y3dd→-0.00349459, Th3dd→0.000407417,  
X4dd→0, Y4dd→0, Th4dd→0.0165601},
```

Здесь X_{nd}, Y_{nd} – покоординатные компоненты скорости, Th_{nd} – угловая скорость, X_{ndd}, Y_{ndd} – покоординатные компоненты ускорения, Th_{ndd} – угловое ускорение n -го элемента механизма.

Отметим, что опция `Solution` функции `SolveMech` позволяет учесть особенности решения статических, кинематических и динамических задач. В частности `Solution→Static` позволяет вычислить положение тел механизма и числовые значения множителей Лагранжа, когда скорости и ускорения равны нулю, и найти силы реакции в модели. Опция `Solution→Kinematic` и `Solution→Dynamic` позволяют найти положение и скорость тела, а также обобщенные силы реакции, которые зависят от скорости и от приложенных нагрузок (включая силы инерции) соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов, В. П. *Mathematica 4* с пакетами расширений. – М.: Нолидж, 2000. – 605 с.
2. Beretta R. *Mechanical Systems Pack*. – Vancouver: Wolfram Research, 1995. – Pp. 525.