

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТОВ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАЛЬНОЙ ДВУТАВРОВОЙ БАЛКИ В СРЕДЕ ANSYS WORKBENCH

Ковеня Т.А., Пронкевич С.А.

The article is devoted to describing the results of finite element modeling of console fixed H-beam with application of different types and sizes of finite elements. The comparison of the received results with results of analytical calculations is resulted in the article; also the estimation of accuracy of various variants of modeling is given here.

Как известно [1], достоверность расчетов, выполняемых с применением метода конечных элементов, зависит от типа и количества применяемых в модели конечных элементов. Тип и размеры (густота сетки) конечных элементов определяются характером задачи, особенностями объекта моделирования и некоторыми другими обстоятельствами.

Рассмотрим различные варианты конечно-элементного моделирования стальной двутавровой балки в среде *Ansys Workbench* с целью сравнения полученных результатов друг с другом, а также с известными аналитическими решениями.

Для расчетов был выбран случай нагружения консольной балки пролетом 6 м сосредоточенной силой $P = 1000$ Н (рис. 1).

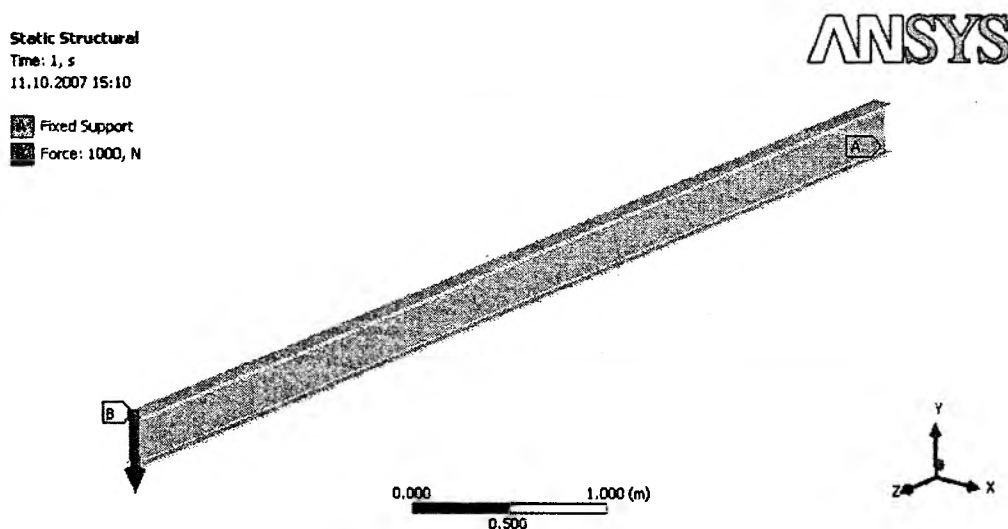


Рис. 1. Схема нагружения консольно закрепленной балки сосредоточенной силой

Рассмотрены три различных варианта конечно-элементного моделирования этого случая нагружения.

Первый вариант моделирования предполагает использование так называемых балочных конечных элементов. При этом вначале в модуле *Design Modeler* формируется линейное тело (*Line Body*), которому присваивается поперечное сечение определенного типа. В нашем случае было сформировано линейное тело длиной 6 м с сечением в виде двутавра высотой 270 мм, с полкой шириной 125 мм и толщиной 10 мм, и стенкой толщиной 6 мм. Расчетный момент инерции такого сечения составляет $I_x = 5008$ см⁴, что почти точно соответствует табличному значению этой величины для двутавра номер 27 ($I_x = 5010$ см⁴ по ГОСТ 8239-72). Это линейное тело было передано в модуль *Simulation* для генерации первого варианта конечно-элементной модели двутавровой балки. По умолчанию *Ansys Workbench* предлагает

ные конечные элементы типа *Beam188* (трехмерный линейный балочный элемент с конечными деформациями [2]).

Этот конечный элемент позволяет решать нелинейные задачи с большими деформациями, однако в данном исследовании рассматривалось только упругое поведение материала балки, в качестве которого принята сталь с модулем Юнга $E = 2,1$ ГПа. Для анализа влияния величины конечного элемента были сформированы разновидности модели с различной длиной балочных элементов. На рис. 2 показаны результаты моделирования консольно закрепленной балки балочными элементами различной длины.

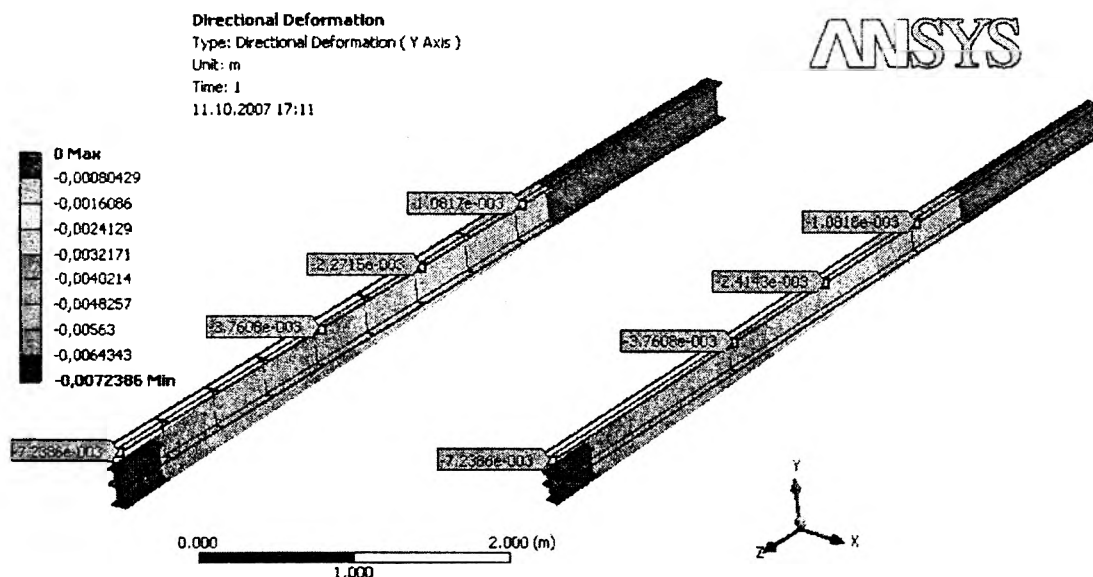


Рис. 2. Результаты моделирования консольно закрепленной балки с применением различного числа балочных конечных элементов ($n = 12$ слева и $n = 3$ справа)

В качестве второго варианта принята сплошная конечно-элементная модель с объемными конечными элементами типа *Solid186* (трехмерный элемент с 20-ю узлами в форме гексаэдра) или *Solid187* (трехмерный элемент с 10-ю узлами в форме тетраэдра). Для этого потребовалось вначале создать трехмерную геометрическую модель двутавровой балки, а затем, используя инструментарий модуля *Simulation*, сформировать сеть объемных конечных элементов. Так же, как и в предыдущем случае, были рассмотрены разновидности модели с различными размерами конечных элементов. На рис. 3 показаны варианты моделей балки с объемными конечными элементами различных типов.

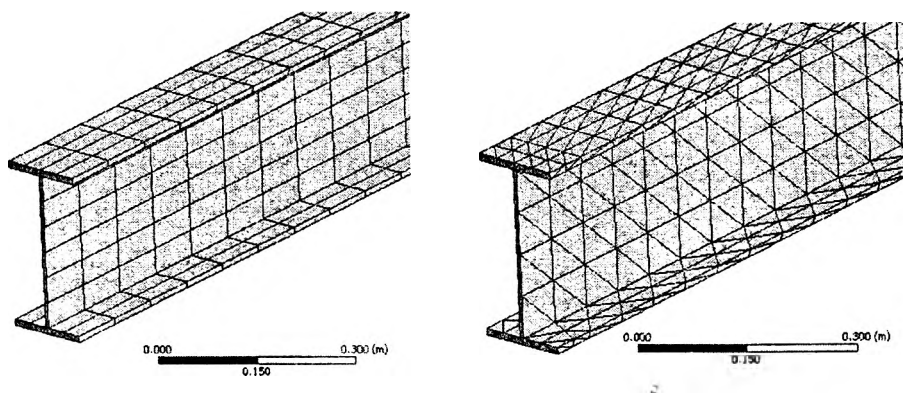


Рис. 3. Конечно-элементные модели балки с участием конечных элементов *Solid186* (слева) и *Solid187* (справа)

В качестве третьего варианта была принята модель балки, сформированная при помощи оболочечных конечных элементов *Shell181* (4-узловой оболочечный элемент с конечными деформациями). Для создания такой модели потребовалось предварительно построить срединные поверхности полок и стенки двутавра, а затем сформировать сетку конечных элементов. На рис. 4 показаны срединные поверхности и сформированная на них сетка оболочечных конечных элементов.

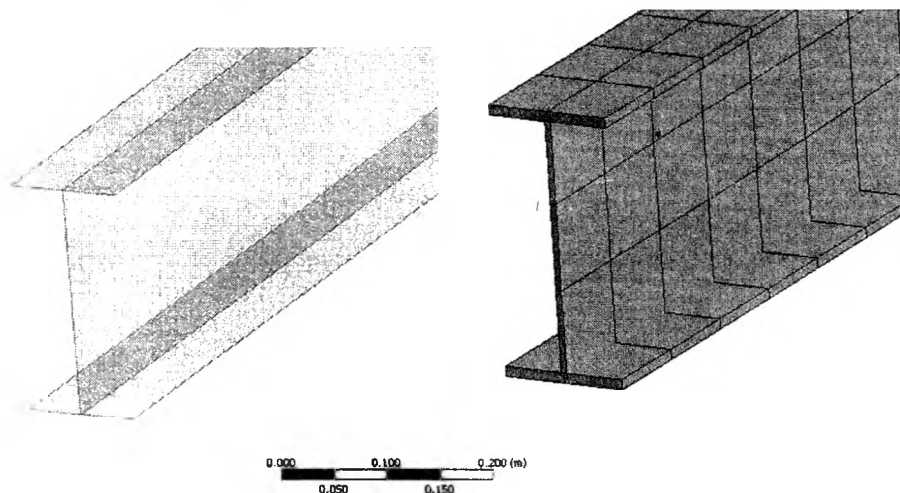


Рис. 4. Срединные поверхности и сетка оболочечных элементов типа *Shell181*

Ниже в табл. 1 представлены результаты расчета перемещений в направлении вертикальной оси Y нескольких контрольных точек осевой линии консольно закрепленной балки, рассчитанные с участием трех перечисленных выше видов конечно-элементных моделей. Для сравнения выбраны перемещения, поскольку в методе конечных элементов на них основываются все остальные параметры изгиба. Аналитический расчет выполнен в соответствии с расчетной схемой, показанной на рис. 5 с использованием уравнения упругой линии балки [3] по следующим формулам:

$$y = -\frac{P}{EI_x} \left(l \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right); \quad y_{\min} = -\frac{Pl^3}{3EI_x}$$

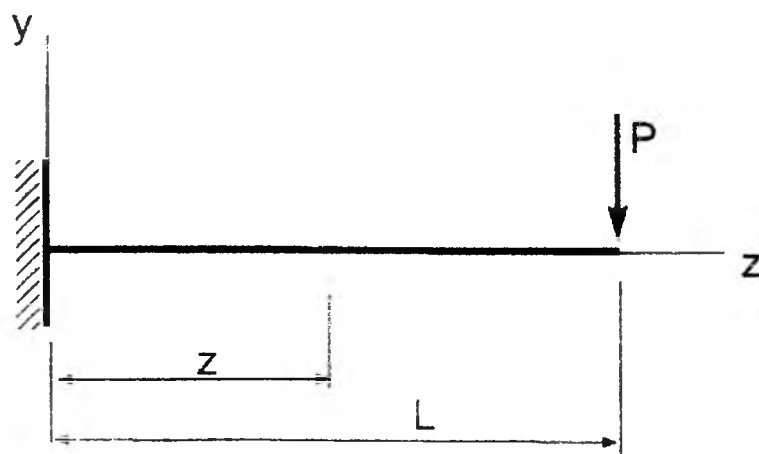


Рис. 4. Расчетная схема консольной балки, нагруженной сосредоточенной силой на конце

Результаты расчета перемещений точек осевой линии консольно закрепленной балки по оси Y ; под значением перемещения в скобках указано отклонение от результата аналитического расчета

		Перемещение в контрольной точке осевой линии балки, мм			
		$z = L/3$	$z = L/2$	$z = 2L/3$	$z = L$
Расчет с использованием уравнения упругой линии		-1,01	-2,14	-3,55	-6,85
Расчет в <i>Ansys Workbench</i> для разных типов элементов, в том числе:					
Балочные элементы <i>Beam188</i> с дискретностью n разбиения по длине балки	$n = 12$	-1,08 (6,9%)	-2,27 (6,1%)	-3,76 (5,9%)	-7,24 (5,7%)
	$n = 5$	-1,15 (13,8%)	-2,36 (10,3%)	-3,81 (7,3%)	-7,24 (5,7%)
	$n = 3$	-1,08 (6,9%)	-2,41 (12,6%)	-3,76 (5,9%)	-7,24 (5,7%)
	$n = 2$	-1,52 (50,5%)	-2,27 (6,1%)	-3,98 (12,1%)	-7,24 (5,7%)
Элементы <i>Solid186</i> с различной дискретностью разбиения; N – общее число конечных элементов, l – длина элемента	$N = 960$ $l = 0,1$ м	-1,08 (6,9%)	-2,27 (6,1%)	-3,76 (5,9%)	-7,23 (5,5%)
	$N = 120$ $l = 0,5$ м	-1,07 (5,9%)	-2,26 (5,6%)	-3,75 (5,6%)	-7,22 (5,4%)
	$N = 60$ $l = 1,0$ м	-1,07 (5,9%)	-2,25 (5,1%)	-3,73 (5,1%)	-7,20 (5,1%)
Элементы <i>Solid187</i> с различной дискретностью разбиения; N – общее число конечных элементов, l – максимальный габаритный размер элемента	$N = 8431$ $l = 0,1$ м	-1,08 (6,9%)	-2,27 (6,1%)	-3,76 (5,9%)	-7,23 (5,5%)
	$N = 2523$ $l = 0,4$ м	-1,07 (5,9%)	-2,26 (5,6%)	-3,75 (5,6%)	-7,22 (5,4%)
Элементы <i>Shell181</i> с различной дискретностью разбиения; N – общее число конечных элементов, l – максимальный габаритный размер элемента	$N = 420$ $l = 0,1$ м	-1,06 (5,0%)	-2,22 (3,7%)	-3,68 (3,7%)	-7,09 (3,5%)
	$N = 132$ $l = 0,5$ м	-1,05 (4,0%)	-2,21 (3,3%)	-3,67 (3,4%)	-7,06 (3,1%)
	$N = 106$ $l = 0,74$ м	-1,00 (0,1%)	-2,13 (0,5%)	-3,55 (0%)	-6,88 (0,4%)
	$N = 76$ $l = 1,0$ м	-0,92 (8,9%)	-1,97 (7,9%)	-3,33 (6,2)	-6,54 (4,5%)

Как показывает анализ данных, приведенных в табл. 1, расчет перемещений в консольной балке двутаврового сечения с применением балочных конечных элементов типа *Beam188* дает результаты, расходящиеся с результатами аналитического расчета на 5–7 % при числе балочных конечных элементов, равном или большем 12. Длина балочного конечного элемента составляет при этом 0,5 м. При увеличении длины балочного элемента до 1 м и выше точность расчета начинает уменьшаться, и погрешность может достигать 50% при длине балочного элемента, равном половине длины исследуемой балки.

Результат с погрешностью 5–7 % можно получить, применив объемные 20-узловые гексагональные конечные элементы типа *Solid186*. При этом количество таких элементов равно 960, а длина – 0,1 м.

Как видно из таблицы, точность расчета (по сравнению с аналитическим) при увеличении длины объемного конечного элемента не уменьшается (как можно было ожидать), а повышается и при длине элемента, равной 1 м, величина ошибки составляет 5–6 %. Количество конечных элементов составляет при этом 60. Средствами *Ansys Workbench* не удастся получить для этой модели сетку объемных элементов типа *Solid186* с длиной больше 1 м.

Применение объемных 10-узловых конечных элементов в форме тетраэдра типа *Solid187* дает погрешность 5–7 % при числе элементов, равном 8431. Габаритный размер конечных элементов в этом случае составляет 0,1 м. При увеличении размера конечных элементов такого типа точность расчетов в сравнении с аналитическим решением также несколько повышается, и при габаритных размерах конечного элемента 0,4 м (максимально возможный размер для данной модели) погрешность составляет 5–6 %.

Особые результаты дает третий вариант конечно-элементной модели, в которой применены оболочечные конечные элементы типа *Shell181*. При габаритном размере оболочечного конечного элемента, равном 0,1 м, погрешность расчета, по сравнению с аналитическим, составляет 3–5%, и уменьшается с увеличением длины конечного элемента до 0,74 м. В этот момент погрешность расчета составляет 0,1–0,5%. При дальнейшем увеличении длины конечного элемента точность расчета начинает падать.

Основываясь на приведенных выше данных, можно сделать вывод о том, что результаты конечно-элементного моделирования существенно зависят от типа и количества применяемых для моделирования конечных элементов. Выбор типа конечных элементов может быть продиктован как требуемым уровнем точности, так и вычислительными ресурсами, имеющимися в распоряжении расчетчика. В данном конкретном случае моделирования оболочечные конечные элементы обладают наибольшей точностью, что связано, по-видимому, с наиболее полным воспроизведением в этих элементах геометрических особенностей объекта моделирования. Интересно отметить также, что точность расчетов (в сравнении с аналитическим решением) в случае применения объемных и оболочечных конечных элементов при уменьшении количества (и увеличении размеров) элементов не уменьшается, как этого можно было ожидать, а несколько увеличивается, доходя до некоторого оптимума, а лишь затем уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплун, А.Б., Морозов, Е.М., Олферьева, М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. Изд. 2-е, испр. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 272 с.
2. Басов, К.А. ANSYS: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.
3. Феодосьев, В.И. Соппротивлением материалов. – М.: Наука, 1979. – 560 с.