

РЕШЕНИЕ РАДИАЦИОННО-ТЕРМОУПРУГОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СПЛОШНОГО ЦИЛИНДРА

Ширвель П.И.

Heat irradiation elements as rule have the shape of the cylinders. Tensely-strained state for entire cylinder under acting pressure, irregular warming and radiation are analysed in this article. The construction mathematical models and programming of the numerical method for task solving. Checking the right variant of the received results. The importance of radiation action on mechanical properties of fuel and construction materials.

Введение

Эффективность развития промышленности и сельского хозяйства в Республике Беларусь требует интенсивного роста потребления электроэнергии. В связи с этим встаёт вопрос поиска более выгодных путей её выработки. Наряду с традиционными способами производства электроэнергии в мире широкое распространение получили атомные электростанции (АЭС). Эффективность работы которых и послужила главным аргументом проекта строительства АЭС на территории РБ и начала развития собственной ядерной программы.

Безопасная работа любого реактора зависит от надёжной работы его тепловыделяющих элементов (ТВЭЛов), имеющих, как правило, форму цилиндров. Жёсткость условий работы ТВЭЛов (большие тепловые и радиационные нагрузки, высокое внешнее давление теплоносителя) предполагает повышенные требования к ним. В связи с этим, возникает необходимость решения ряда практических задач, учитывающих взаимосвязь не только процессов упругого деформирования и теплопроводности, но и процесса радиационного распухания (эффект объемного изменения конструкционных материалов под действием облучения потока быстрых нейтронов). Это требует от механики деформируемого твёрдого тела развития методов расчёта типовых задач, учитывающих влияние упругого деформирования, теплопроводности, и облучения. Одной из таких задач является термоупругая задача для бесконечно длинного осесимметричного цилиндра, подверженного радиационному распуханию.

Постановка задачи и основные уравнения

Напряжённо-деформированное состояние однородного бесконечно длинного, осесимметричного цилиндра (Рисунок 1), находящегося в температурном поле $T(r)$ и подвергающегося действию радиационного распухания $S[T(r), \phi \cdot t]$, и нагрузки P , можно описать следующей системой уравнений [1].

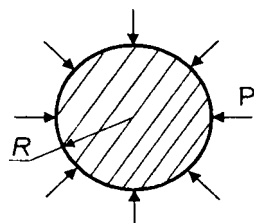
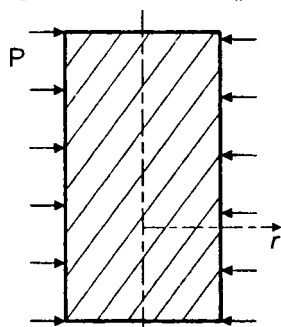


Рис. 1

1. Уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial r} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{r} = 0.$$

Касательные напряжения равны нулю ввиду симметрии поля деформаций.

2. Физические уравнения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})) + \alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t], \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})) + \alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t], \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{E} (\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})) + \alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t]. \end{aligned} \quad (2)$$

Предполагая условие плоского деформирования, $\varepsilon_{33} = 0$, из третьего из уравнений (2) имеем:

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{22} + \sigma_{11}) - E \cdot (\alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t]). \quad (3)$$

3. Соотношения Коши:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial r}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{u_1}{r}, \quad \varepsilon_{33} = 0. \quad (4)$$

4. Граничные условия:

$$u_1 = 0 \quad \text{при} \quad r = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_{11} = -P \quad \text{при} \quad r = R. \quad (6)$$

Где $T(r)$, $S[T(r), \phi \cdot t]$ заданные функции [2], соответственно:

$$T(r) = Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2), \quad (7)$$

$$S[T(r), \phi t] = 4,9 \cdot 10^{-51} (\phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T+273} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{(T+273)^2}}. \quad (8)$$

Значения постоянных R , P , E , ν , λ , ϕ , q_v , α , Ts равны реальным (табл. 1). Соответствующий материал – сталь ОХ16Н15МЗБ или западный аналог 316L.

Задача. Используя все вышеперечисленные основные уравнения, разработать и запрограммировать метод вычисления величин, характеризующие напряжённо-деформированное состояние цилиндра (σ , ε).

Таблица 1

Величина	Значение	Единицы измерения
R – радиус цилиндра	0,00265	м
P – внешнее давление	16	МПа
E – модуль упругости	$2 \cdot 10^5$	МПа
ν – коэффициент Пуассона	0,3	-
λ – коэффициент теплопроводности цилиндра	18	Вт/(м · К),
ϕ – нейтронный поток	$2,81 \cdot 10^{19}$	нейтрон/(см ² · ч)
q_v – тепловыделение в единице объёма цилиндра	$2,2 \cdot 10^9$	Вт/м ³
α – коэфф. линейного расширения материала цилиндра	$18,3 \cdot 10^{-6}$	град-1
Ts – температура поверхности цилиндра	500(773)	⁰ С(К)

Подставляя полученное выражение (3) для σ_{33} в физические уравнения для ε_{11} и ε_{22} , получим систему из двух уравнений относительно σ_{11} и σ_{22} . Из которой, после ряда упрощений и преобразований, находим выражения для σ_{11} и σ_{22} . Так как σ_{33} выражается через величины σ_{11} и σ_{22} (3), то подставив выражения для σ_{11} и σ_{22} в формулу для σ_{33} , получим и этот компонент напряжений. Окончательно запишем компоненты напряжения для рассматриваемой задачи:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{11}(1-\nu) + \nu \cdot \varepsilon_{22} - (\alpha \cdot T + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t]) \cdot (1+\nu)), \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{22}(1-\nu) + \nu \cdot \varepsilon_{11} - (\alpha \cdot T + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t]) \cdot (1+\nu)), \\ \sigma_{33} &= \frac{E}{(1-2\nu)} \left(\frac{\nu(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})}{(1+\nu)} - (\alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} \cdot S[T(r), \phi \cdot t]) \right). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Учитывая соотношения Коши (4), перейдем от деформаций к перемещениям в полученных уравнениях (9) для σ_{11} и σ_{22} . Подставляем полученные выражения (9) (в перемещениях) в уравнение равновесия (1), упрощая это выражение, получаем уравнение равновесия, выраженное через перемещения:

$$(1-\nu) \cdot \left(\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_1}{dr} - \frac{1}{r^2} \cdot u_1 \right) - (1+\nu) \cdot \left(\alpha \frac{d(T(r))}{dr} + \frac{1}{3} \frac{d(S[T(r), \phi \cdot t])}{dr} \right) = 0. \quad (10)$$

Расписав граничные условия через перемещения: при $r = R$ получаем систему дифференциальных уравнений которая описывает решение термоупругой задачи для бесконечного цилиндра (однородного, осесимметричного), подверженного влиянию температуры $T(r)$ и радиационного распухания $S[T(r), \phi \cdot t]$ в перемещениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-\nu) \cdot \left(\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_1}{dr} - \frac{1}{r^2} \cdot u_1 \right) = (1+\nu) \cdot \left(\alpha \cdot \frac{d(T(r))}{dr} + \frac{1}{3} \cdot \frac{d(S[T(r), \phi \cdot t])}{dr} \right), \\ \frac{du_1}{dr} \cdot (1-\nu) + \nu \cdot \frac{u_1}{r} - (\alpha \cdot T(r) + \frac{1}{3} S[T(r), \phi \cdot t]) \cdot (1+\nu) = P \frac{(1+\nu)(2\nu-1)}{E}, \text{ при } r = R, \\ u_1 = 0, \text{ при } r = 0. \end{array} \right. \quad (11)$$

Подставляя выражения для $\frac{d(T(r))}{dr}$ и $\frac{d(S[T(r), \phi \cdot t])}{dr}$ в формулу (11), а также расписав граничное условие, получаем систему дифференциальных уравнений, которая описывает решение задачи в перемещениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-\nu) \cdot \left(\frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_1}{dr} - \frac{1}{r^2} \cdot u_1 \right) = (1+\nu) \cdot \left(\alpha \cdot \frac{-q_v r}{2 \cdot \lambda} + \frac{1}{3} \cdot 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot \ln 10 \cdot (\phi \cdot t)^{1,71} \times \right. \\ \left. \times 10^{\frac{15490}{Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) + 273} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{(Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) + 273)^2}} \cdot \frac{q_v r}{2 \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{15490}{(Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) + 273)^2} + \frac{2 \cdot 5,98 \cdot 10^6}{(273 + Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2))^3} \right) \right), \\ \frac{du_1}{dr} \cdot (1-\nu) + \nu \cdot \frac{u_1}{r} - \left(\alpha \cdot \left(Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) \right) + \frac{1}{3} \cdot 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot (\phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) + 273} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{(Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) + 273)^2}} \right) \times \\ \times (1+\nu) = P \frac{(1+\nu)(2\nu-1)}{E}, \text{ при } r = R, \\ u_1 = 0, \text{ при } r = 0. \end{array} \right.$$

Полученная система дифференциальных уравнений может быть решена одним из известных численных методов.

Математическая модель

Для замены дифференциального оператора конечно-разностным разобьем отрезок $[0, R]$ равноотстоящими точками: $r_0 = 0, \quad r_n = R; \quad r_i = ih, \quad h = \frac{R}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n.$

Производные от функции $u(r)$ в каждом из узлов заменим разностными отношениями, при этом будем пользоваться следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} u'(r_i) &= \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + O(h^2) \\ u''(r_i) &= \frac{u_{i+1} - u_i + u_{i-1}}{h^2} + O(h^2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Заменим в (11) производные функции $u(r)$ на разностные отношения, придем к решению разностной системы уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} - \frac{1}{r_i^2} \cdot u_i &= \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{d(S_i[T(r), \phi \cdot t])}{dr} - \alpha \cdot \frac{-q_v \cdot r_i}{2 \cdot \lambda} \right), \\ \frac{u_n - u_{n-1}}{h} \cdot (1-\nu) + \nu \cdot \frac{u_n}{R} &= P \frac{(1+\nu)(2\nu-1)}{E} + (\alpha \cdot Ts + \frac{1}{3} S_n[T(r), \phi \cdot t]) \cdot (1+\nu), \text{ при } r_n = R, \\ u_0 &= 0, \text{ при } r_0 = 0, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Система линейных алгебраических уравнений, аппроксимирующая граничную задачу для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, обычно имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} a_i \cdot u_{i+1} + b_i \cdot u_i + c_i \cdot y_{i-1} &= t_i, i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \alpha_{01} \cdot u_0 + \beta_{01} \cdot u_1 &= \gamma_{01}, \\ \alpha_{02} \cdot u_{n-1} + \beta_{02} \cdot u_n &= \gamma_{02}. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

где $a_i, b_i, c_i, t_i, \alpha_{0k}, \beta_{0k}, \gamma_{0k}$, ($k = 1, 2$) – некоторые числа.

Приведём систему разностных уравнений (14) к виду (15) и решим её методом прогонки: В нашем случае, разностная система уравнений (14) представима в виде

$$\left\{ \begin{aligned} u_{i+1} \cdot (2r_i^2 + r_i \cdot h) - (4r_i^2 + 2h^2) \cdot u_i + u_{i-1} \cdot (2r_i^2 - r_i \cdot h) &= 2r_i^2 h^2 \cdot \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{dS_i}{dr_i} - \alpha \cdot \frac{q_v \cdot r_i}{2\lambda} \right), \\ 1 \cdot u_0 + 0 \cdot u_1 &= 0, \\ u_{n-1} \cdot (R \cdot (\nu - 1)) + u_n \cdot (\nu \cdot h + R \cdot (1 - \nu)) &= (1 + \nu) \cdot h \cdot R \cdot \frac{(2\nu - 1) \cdot P + E(\alpha \cdot Ts + \frac{1}{3} S_n)}{E}, \end{aligned} \right. \quad (16)$$

где

$$\frac{dS_i}{dr_i} = 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot \ln 10 \cdot (\phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T_i+273} \frac{5,98 \cdot 10^6}{(T_i+273)^2}} \cdot \frac{q_v r_i}{2 \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{15490}{T_i^2} + \frac{2 \cdot 5,98 \cdot 10^6}{T_i^3} \right), \quad \frac{dT_i}{dr} = \frac{-q_v r_i}{2 \cdot \lambda}.$$

$$S_i = 4,9 \cdot 10^{-51} (\phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T_i+273} \frac{5,98 \cdot 10^6}{(T_i+273)^2}},$$

$$T_i = Ts + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r_i^2).$$

Дальнейшее решение системы (16) по методу правой прогонки заключается в следующем:

1) находим значения

$$X_1 = -\frac{\beta_{01}}{\alpha_{01}}, Z_1 = \frac{\gamma_{01}}{\alpha_{01}}; \quad (17)$$

2) по рекуррентным формулам

$$X_{i+1} = -\frac{a_i}{b_i + c_i \cdot X_i}, Z_{i+1} = -\frac{t_i - c_i \cdot Z_i}{b_i + c_i \cdot X_i}, \quad (18)$$

последовательно вычисляем $X_2, Z_2, X_3, Z_3, \dots, X_n, Z_n$;

3) находим

$$u_n = \frac{1}{\Delta} (\gamma_{02} - \alpha_{02} \cdot Z_n), \quad (19)$$

$$\Delta = \beta_{02} + \alpha_{02} \cdot X_n; \quad (20)$$

4) по формуле

$$u_{i-1} = X_i \cdot u_i + Z_i, \quad (21)$$

вычисляем $u_{n-1}, u_{n-2}, \dots, u_0$.

При условии, что $\alpha_{01} \neq 0$, $b_i + c_i \cdot X_i \neq 0, \Delta \neq 0$.

Метод правой прогонки решения системы разностных уравнений (16) будет устойчив к погрешностям округлений, если выполняются условия (22):

$$|\alpha_{01}| \geq |\beta_{01}| \quad \text{и} \quad |b_i| \geq |c_i| + |a_i|, i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (22)$$

Проверим для поставленной задачи: $\alpha_{01} = 1, \beta_{01} = 0, |1| \geq |0|$,

$$b_i = -(4r_i^2 + 2h^2), c_i = (2r_i^2 - r_i \cdot h), a_i = (2r_i^2 + r_i \cdot h) \Rightarrow |4r_i^2 + 2h^2| \geq |2r_i^2 - r_i \cdot h| + |2r_i^2 + r_i \cdot h|, \\ i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Результатом реализации вышеперечисленного алгоритма станут значения перемещений точек цилиндра. Зная значения перемещений легко вычислить компоненты деформации используя, следующие численные схемы:

$$\varepsilon_{11} = \frac{du_1}{dr} \Rightarrow \varepsilon_{11i} = \frac{u_{i+1} - u_i}{h}, \quad (23)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{u_1}{r} \Rightarrow \varepsilon_{22i} = \frac{u_i}{r_i}. \quad (24)$$

Трудностью в этом вычислении является значение ε_{22} в точке $r_0 = 0$, так как в этой точке возникает неопределённость вида $\frac{0}{0}$. Избавимся от этой неопределённости, перейдя в алгоритме вычислительной программы, в этой точке к пределу. Следуя алгоритму метода

прогонки в точке ноль имеем: $u_0 = X_1 \cdot u_1 + Z_1, X_1 = -\frac{a_0}{b_0 + c_0 \cdot X_0}, Z_1 = -\frac{t_0 - c_0 \cdot Z_0}{b_0 + c_0 \cdot X_0}$.

Подставляя значения соответствующих коэффициентов и переходя к пределу получим:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{u_0}{r_0} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{x_1 \cdot u_1 + z}{r_0} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-\frac{a_0 \cdot u_1}{b_0 + c_0 \cdot X_0} + Z_1}{r_0} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-\frac{a_0 \cdot u_1}{b_0} + Z_1}{r_0} \Rightarrow \\ \lim_{r \rightarrow 0} = \frac{-u_1 \cdot (2r^2 + rh)}{-(2r^2 + h^2) \cdot r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-u_1 \cdot (2r + h)}{-(2r^2 + h^2)} = \frac{u_1}{h}. \quad (25)$$

Значит в точке $r_0 = 0$: $\varepsilon_{22} = \frac{u_1}{h}$. Заметим, что в точке $r_0 = 0$ выполняется следующее равенство:

$\varepsilon_{22}[0] = \varepsilon_{11}[0], \sigma_{22}[0] = \sigma_{11}[0]$. Зная значения деформаций, по формулам (9) находим значения напряжений $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$.

Взяв за основу алгоритма решения задачи, выведенные выражения (11) разностные схемы (13) и метод прогонки (17-21), запрограммируем численное решение задачи в пакете Mathcad и на языке C++. Результат – программа расчёта НДС и построения графиков в пакете Mathcad и автономная программа (что является преимуществом перед Mathcad) решения поставленной задачи PAC4ET.exe на языке C++.

Проверка правильности результатов решения

Аналитических решений радиационно-термоупругой задачи нет в литературе. Всё дело в сложности их отыскания для задачи сочетающие действие радиационного распухания, температурного поля и термоупругие свойства длинного цилиндра. Однако, в работе [3] дано аналитическое решение температурной задачи для длинного цилиндра (26). Из-за отсутствия других способов проверки правильности работы составленных программ, единственно-возможным является “зануление” силы P и радиационной составляющей $S[T(r), \phi, t]$ в программе решения и сравнение полученных результатов с теми, что получатся из аналитических выражений, выведенных С.П. Тимошенко, Дж. Гудьером. По результату этого сравнения и будем судить о достоверности решения. Кстати, первое решение температурной задачи принадлежит Дюгамелю (*J.M.C. Duhamel*).

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \left((1-2\nu) \frac{r}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr + \frac{1}{r} \int_0^r T \cdot r dr \right), \\
 \sigma_{11} &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T \cdot r dr \right), \\
 \sigma_{22} &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T \cdot r dr - T \right), \\
 \sigma_{33} &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr - T \right).
 \end{aligned} \tag{26}$$

В Mathcad запишем формулы в виде (26) и, вычислив значения этих четырёх выражений, «прогоняем» их по r . Затем сравниваем полученные результаты с теми, что получили для исходной задачи, приняв $P = 0, S = 0$, приходим к абсолютному совпадению значений $u_1, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ с $u_1, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ полученными по аналитическим формулам С.П.Тимошенко, Дж. Гудьер. Аналогично, в программе PAC4ET.exe, написанной на C++, введя $p=0$ и $t=0$ (при $t=0; S=0$ – температурная задача), получаем результаты, совпадающие с результатами аналитических выражений, что является лишним подтверждением правильности решения исходной задачи.

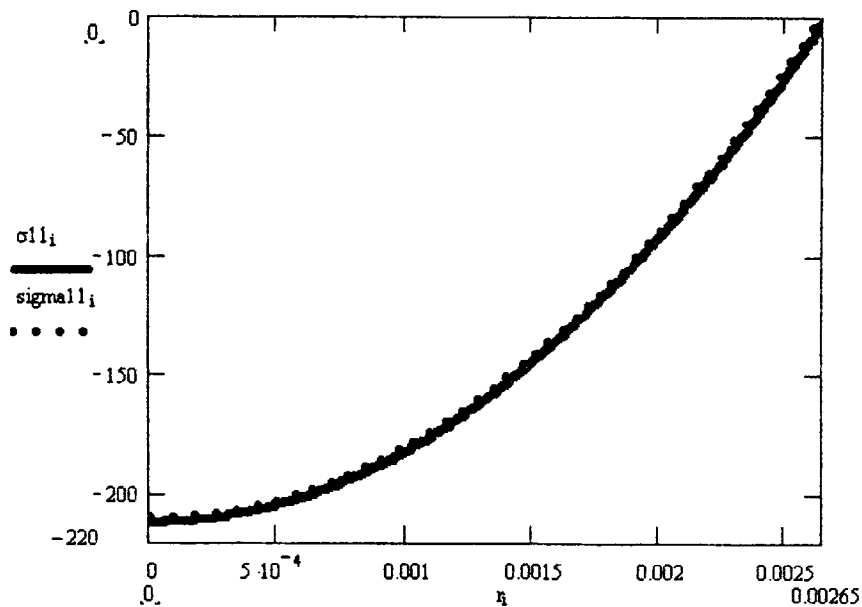


Рис. 2. Сравнение аналитических и численных значений σ_{11} .

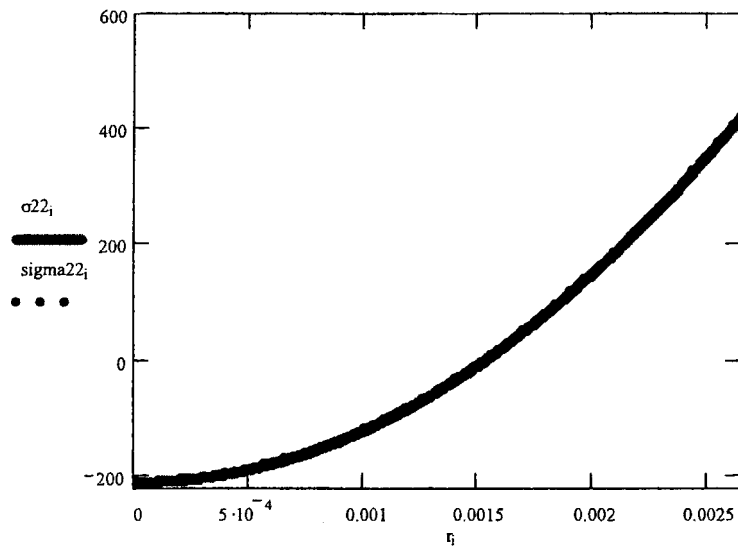


Рис. 3. Сравнение аналитических и численных значений σ_{22i}

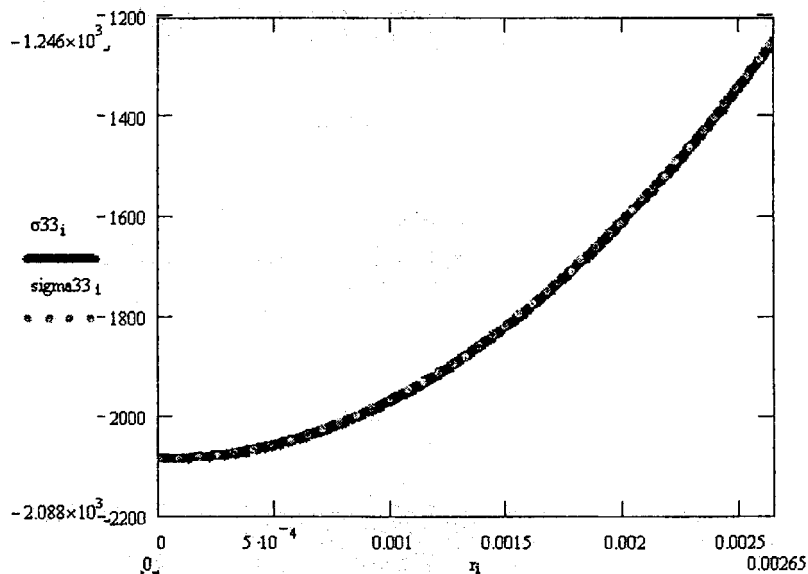


Рис. 4. Сравнение аналитических и численных значений σ_{33i}

На приведенных графиках значения $\sigma_{11i}, \sigma_{22i}, \sigma_{33i}$ - рассчитаны с помощью разработанной программы приняв $P = 0, S = 0 (t=0)$, а значения $\sigma_{11i}, \sigma_{22i}, \sigma_{33i}$ получены путём расчёта аналитических выражений приведенных Тимошенко, Гудьер. Как видно, кривые идентичны.

Изменение напряжений с течением времени

Зафиксируем последовательно четыре промежутка времени t : 1, 1000, 4000 и 7000 часов. Проследим за изменением напряжений за каждый промежуток времени и тем самым оценим степень влияния радиационного распухания на напряженно деформированное состояние тела. При рассмотрении рисунков 5-8 очевидна тенденция к росту значений главных напряжений с увеличением промежутка времени t . Что является следствием действия радиационной составляющей $S[T(r), \phi \cdot t]$ (эффект объемного изменения конструкционных материалов под действием облучения потока быстрых нейтронов) находящейся в степенной зависимости от времени.

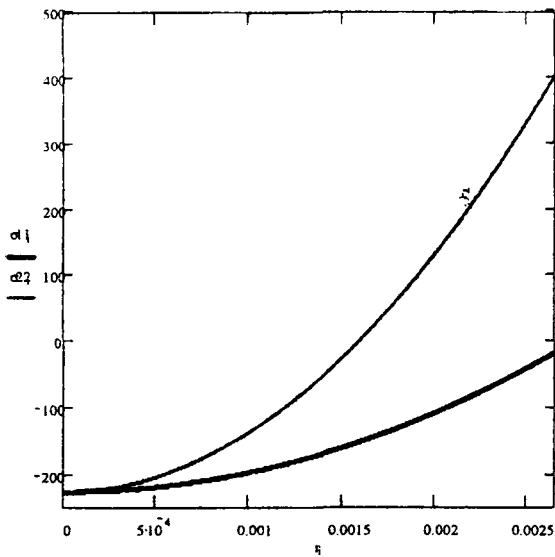


Рис. 5. Зависимость $\sigma_{11}(r)$ и $\sigma_{22}(r)$,
t = 1 час

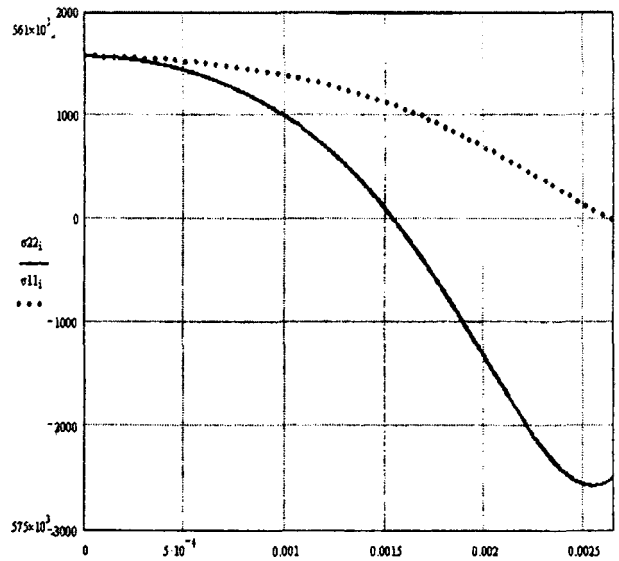


Рис. 7. Зависимость $\sigma_{11}(r)$ и $\sigma_{22}(r)$,
t = 4000 часов

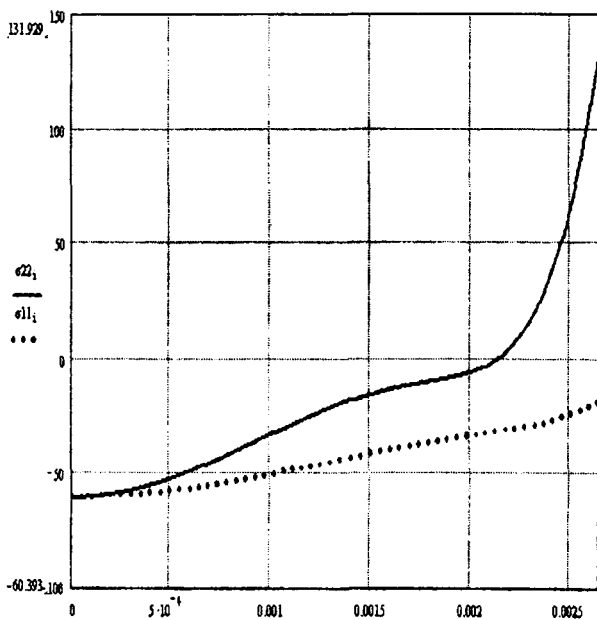


Рис. 6. Зависимость $\sigma_{11}(r)$ и $\sigma_{22}(r)$,
t = 1000 часов

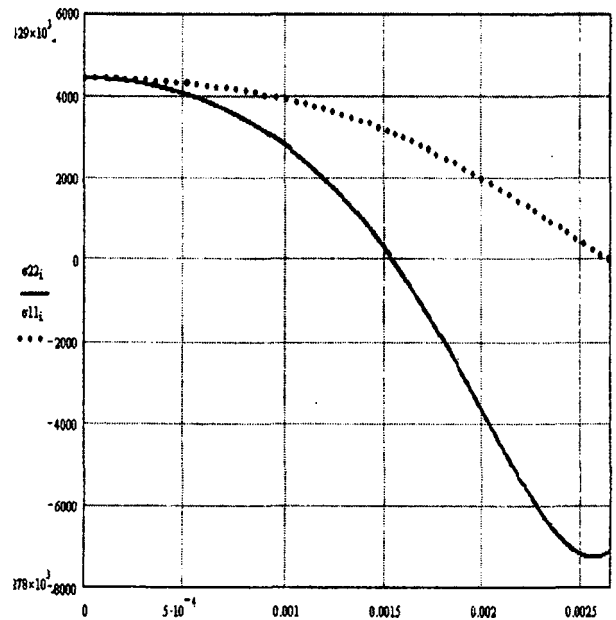


Рис. 8. Зависимость $\sigma_{11}(r)$ и $\sigma_{22}(r)$,
t = 7000 часов

Из графиков распределения напряжения вдоль радиуса цилиндра при различных значениях времени ($t = 1$, $t = 1000$, $t = 4000$, $t = 7000$), очевидно влияние облучения на механические свойства топливных и конструкционных материалов, и это обстоятельство необходимо учитывать как при определении напряженно-деформированного состояния облученных конструкций, так и при оценке ресурса их работы.

Заключение

Основные результаты выполненной работы состоят в следующем.

1. Были получены выражения для определения напряжённо-деформированного состояния бесконечно длинного цилиндра, подверженного облучению нейтронным потоком, неравномерному нагреву и упругому воздействию.

2. Разработана математическая модель нахождения ε и σ , а также разработан и обоснован алгоритм численного решения этой задачи.

3. Найдены, на основе численного решения, значения основных характеристик НДС данной задачи с учётом существования особой точки $r=0$.

4. Решение исходной задачи запрограммировано в пакете Mathcad и на языке C++. Построены графики зависимости деформаций и напряжений от радиуса цилиндра при различных промежутках времени облучения t из которых видна зависимость действующих напряжений от увеличения времени облучения.

5. Проверена правильность результатов численного решения (правильность работы составленных программ расчёта).

6. Конечным продуктом решения исходной задачи является автономная компьютерная программа RAS4ET.exe, реализованная на C++, которая осуществляет:

- ввод числа итераций (n), времени (t) и нагрузки (p);
- формирует шаг алгоритма вычислений и расчёт характеристик НДС для стали ОХ16Н15МЗБ;
- вывод на экран результатов решения задачи $u, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$;

Данное решение может служить основой для дальнейших численных расчётов более сложных процессов возникающих в материалах подверженных термоупругорадиационному воздействию с течением времени (например пластическое деформирование и ползучесть).

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов, И.С., Нестеренко, Тверковкин, Б.Е. Прочность элементов конструкций при облучении. – Минск. 1990. – 144 с.

2. Куликов, И.С., Тверковкин, Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов. – Минск, 1984.

3. Тимошенко, С.П., Гудьер, Дж. Теория упругости. – Москва, 1979.