

Соотношение неопределенностей и принцип неразличимости одинаковых частиц

Климович И. А., Кужир П. Г.

Белорусский национальный технический университет

Дать объяснение принципу Паули в курсе общей физики не представляется возможным. Мы предлагаем наглядный вариант, иллюстрирующий изложение принципа Паули.

Совокупность одинаковых частиц в квантовой механике теряет индивидуальность вследствие наличия соотношения неопределенностей, и к ним не применимо понятие траектории. Следовательно, проследить за каждой из частиц не представляется возможным. Покажем это на примере двух одинаковых частиц, движущихся вдоль оси X . Пусть в начальный момент времени неточности координат равны $\Delta x_1(0)$ и $\Delta x_2(0)$. Соотношение неопределенностей приводит к тому, что в некоторый момент времени неточности в определении координат $\Delta x_1(t)$ и $\Delta x_2(t)$ перекроются. Теперь при регистрации какой-либо частицы в области перекрытия неопределенностей невозможно определить, какая из частиц была зарегистрирована. Индивидуальность частиц утрачивается, и можно заключить, что в квантовой механике имеет место принцип неразличимости одинаковых частиц. Этот принцип накладывает условие, согласно которому перестановка любых двух одинаковых частиц не приводит к изменению ни одной из квантово-механических вероятностей.

Переставим любую пару аргументов в волновой функции системы из N одинаковых частиц. Полученная новая функция будет отличаться от исходной множителем $e^{i\alpha}$. Перестановка тех же аргументов еще раз приводит к исходной функции, умноженной на $e^{2i\alpha}$. Следовательно, $e^{2i\alpha} = \pm 1$. Значит, волновая функция будет либо симметричной, либо антисимметричной.

Системы одинаковых частиц с полужелым спином (фермионы) описываются антисимметричной, а с целым спином (бозоны) – симметричной волновой функцией. Для фермионов, к которым относятся электроны, справедлив принцип Паули: два и более одинаковых фермиона не могут находиться в одинаковом состоянии. Действительно, для системы из двух взаимодействующих фермионов, один из которых находится в состоянии $\psi_a(\xi_1, t)$, а второй – в состоянии $\psi_b(\xi_2, t)$, волновая функция $\psi(\xi_1, \xi_2, t)$ должна состоять из произведения антисимметризованных по аргументам ξ_1 и ξ_2 волновых функций отдельных фермионов. Если состояние a и b одинаковы, то $\psi(\xi_1, \xi_2, t) = 0$. Это доказывает, что два фермиона не могут находиться в одинаковых состояниях.