УДК 51(077)

Корреляция независимых параметров

Новиков А. А
Белорусский национальный технический университет

Типичная задача линейной регрессии: найти значения параметров $\{a_i\}^k_1$ и оценить их погрешности для эмпирической зависимости $y=\sum_1^k a_i u(x)_i$ по базисным функциям $\{u(x)_i\}^k_1$ и набору $\{x_j , y_j \}^n_1$. Полагая, что неизбежные ошибки (погрешности) аддитивно накладываются именно на переменную y, т.е. $y_j=z_j+\zeta_j$ где z_j – «точное» значение, а ζ_j – погрешность моделируемая случайной величиной (СВ) с минимальной дисперсией, получаем для $\{a_i\}^k_1$ СЛАУ $\sum_{i=1}^k a_i \sum_{j=1}^n u_m(x_j)u_i(x_j)=\sum_{j=1}^n u_m(x_j)y(x_j)$ для $m=1, 2, 3\ldots k$. Решение этой СЛАУ в формулах изрядно громоздко, но будучи линейным по переменным $\{y_j \}^n_1$, представимо в виде $a_i=\sum_{j=1}^n y_j \sum_m^k B_{mi}u_i(x_j)$ где $i=1,\ldots k$, а множители B_{mi} состоят из однотипных сумм слагаемых вида $\sum_{j=1}^n u_m(x_j)u_i(x_j)$. Слагаемые указанного вида являются дискретными аналогами скалярного произведения функций $\int_{x_{min}}^{x_{max}} u_m(x)u_i(x)dx$ в заданной области определения, в допущении равномерного покрытия ее сеткой узлов $\{x_j , y_j \}^n_1$. Если система функций ортогональна, то все $B_{mi}=0$ при $m\neq i$, а параметр a_i только от функции $u_i(x)$.

Поскольку исходные $\{y_j \}^n_1$ трактуются нами как СВ, то найденные $\{a_j\}^k$ будут СВ линейной комбинацией независимых СВ $\{\zeta_j\}^n_1$. Поскольку $\mathrm{cov}(\zeta_j, \zeta_i)=0$ при $j\neq i$, то для случая ортогонального базиса функций $\{u(x)_i\}^k_1$ корреляция параметров даст ноль. При отсутствии ортогональности может наблюдаться любой коэффициент корреляции. Например: регрессия по формулы $y=a+bu(x)$, если $\sum u(x_i)/n\neq 0$ приводит к зависимостям параметров от ζ_j $b=M(b)-\sum_1^n \zeta_i p_i$ и $a=M(a)+q\sum_1^n \zeta_i p_i$ с $K_{ab}=-1$.

<u>Выводы</u>: Физическая природа независимости параметров не имеет никакого отношения к возможной их корреляционной зависимости, а коэффициенты корреляции параметров характеризуют «степень ортогональности» отдельной базисной функции ко всем остальным функциям базиса.