

Обобщение проблемы обращения Якоби и ее действительного аналога для римановой поверхности с краем

Крушевский Е. А.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрено формальное возможное обобщение проблемы обращения Якоби $\sum_{\nu=1}^h \zeta(q_\nu) \equiv q_\mu - k_\mu \pmod{\alpha}$ (α -части периодов), $\alpha \in (0;1)$, где все обозначения были взяты из [1], [2], [3] для римановой поверхности рода $h \geq 1$ с краем.

Из работы [1] известно, что классическая проблема обращения Якоби для римановой поверхности с краем, реализация которой представлена как пространственная многосвязная область с h «дырками», решается векторной тэта-функцией Римана $\theta(\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e}) = \sum_{\mathbf{n} \in \mathbf{Z}^h} \exp\{-\pi \cdot {}^t \mathbf{n} \mathbf{B} \mathbf{n} + 2\pi i \cdot {}^t \mathbf{n} (\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e})\}$, которая возникает при подстановке векторного аргумента $\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e}$ в качестве аргумента в классическую тэта-функцию, где $\mathbf{w}(z) = (w_1(z), \dots, w_h(z))$ – вектор базисных абелевых дифференциалов 1-го рода, $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_h)$ – вектор т.н. римановых констант, \mathbf{B} – матрица B -периодов, а верхний индекс t обозначает операцию транспонирования матрицы, записанной после него. Нули такой тэта-функции Римана дают решение стандартной проблемы обращения Якоби. Однако в связи с тем, что параметр α может принимать так же и иррациональные значения, возникает некоторая неопределенность в построении аналога тэта-функции Римана.

Следует отметить, что полной аналогии со случаем $\lambda=1$, для которого известно выражение для тэта-функции Римана, которая, согласно своим стандартным свойствам квазипериодичности, решает проблему обращения Якоби, здесь не наблюдается.