

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3

Василевич Ю.В., Остриков О.М.

РОЛЬ ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ В РАВНОВЕСНОЙ ФОРМЕ ОСТАТОЧНОГО КЛИНОВИДНОГО НАНОДВОЙНИКА

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Разработана дислокационная модель нанодвойника клиновидной формы, позволяющая учитывать влияние на равновесное положение двойникующих дислокаций их вращающего момента. Показано, что условия равновесия нанодвойника, полученные с учетом вращающего момента двойникующих дислокаций не имеют решений, обладающих физическим смыслом.

Введение

Механическое нанодвойникование является фундаментальным свойством кристаллических твердых тел [1]. Открытое в 2002 году [1], оно все более активно исследуется в последние годы [2–5]. При этом ведутся не только экспериментальные исследования [2, 3], но разрабатывается и теория данного явления [3–5].

Целью данной работы стало изучение роли обусловленных винтовой составляющей двойникующих дислокаций вращающих моментов в формировании равновесной формы остаточных клиновидных нанодвойников.

Постановка задачи

Известно, что винтовая дислокация создает вращающий момент, который рассчитывается по формуле [6]

$$M_z = -\frac{\mu b_b R^2}{2}, \quad (1)$$

где μ – модуль сдвига;

b_b – в случае двойникования модуль винтовой составляющей вектора Бюргера двойникующей дислокации;

R – расстояние между двойникующей дислокацией до точки, в которой рассматривается момент силы и в которой может находиться, например, другая двойникующая дислокация.

Очевидно, что момент сил, действующий на i -ую двойникующую дислокацию со стороны других двойникующих дислокаций, будет определяться по формуле

$$M_{iz} = -\frac{\mu b_b}{2} \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^{N-1} R_{ij}^2, \quad (2)$$

где N – число двойникующих дислокаций нанодвойника;

R_{ij} – расстояние между i -ой и j -ой двойникующими дислокациями.

Примем $N=5$, тогда (2) в развернутом виде будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 M_{0z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2) = 0; \\
 M_{1z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{10}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2) = 0; \\
 M_{2z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{20}^2 + R_{21}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2) = 0; \\
 M_{3z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{30}^2 + R_{31}^2 + R_{32}^2 + R_{34}^2) = 0; \\
 M_{4z} &= -\frac{\mu b_b}{2} (R_{40}^2 + R_{41}^2 + R_{42}^2 + R_{43}^2) = 0.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Отсюда следует

$$\begin{cases}
 R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2 = 0; \\
 R_{10}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2 = 0; \\
 R_{20}^2 + R_{21}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2 = 0; \\
 R_{30}^2 + R_{31}^2 + R_{32}^2 + R_{34}^2 = 0; \\
 R_{40}^2 + R_{41}^2 + R_{42}^2 + R_{43}^2 = 0.
 \end{cases} \tag{4}$$

Результаты и их обсуждение

На рис. 1 представлена дислокационная модель нандвойника, состоящего из пяти двойникующих дислокаций. Показано сечение данного двойника плоскостью $ХОУ$. Двойникующие дислокации параллельны оси $ОУ$. Будем рассматривать плоскую задачу для нанодвойника конечной вдоль оси $ОУ$ длины. Влиянием дислокаций устья двойника и концентратора напряжений, приведшего к появлению двойника, в данной работе пренебрежем.

Очевидно, что

$$\begin{aligned}
 |y_0 - y_1| &= |y_1 - y_0| = |y_0 - y_3| = |y_3 - y_0| = a; \\
 |y_1 - y_2| &= |y_2 - y_1| = |y_3 - y_4| = |y_4 - y_3| = a; \\
 |y_0 - y_2| &= |y_2 - y_0| = |y_0 - y_4| = |y_4 - y_0| = |y_1 - y_3| = |y_3 - y_1| = 2a; \\
 |y_1 - y_4| &= |y_4 - y_1| = |y_2 - y_3| = |y_3 - y_2| = 3a; \\
 |y_2 - y_4| &= |y_4 - y_2| = 4a.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь y_i и y_j – координаты по оси $ОУ$ i -ой и j -ой двойникующих дислокаций; a – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования.

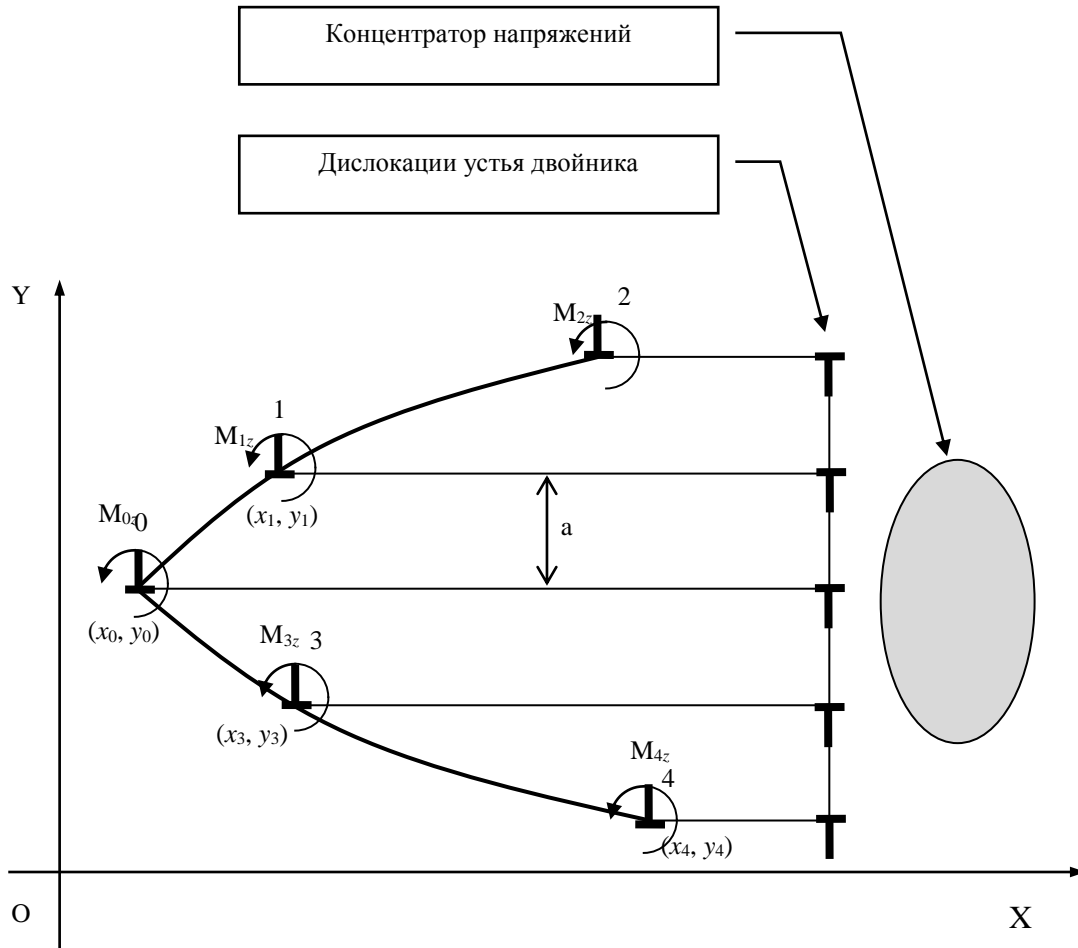


Рис. 1. Схематическое изображение вращающих моментов, действующих на двойнирующие дислокации нанодвойника

Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 d_{01} &= x_0 - x_1, & d_{02} &= x_0 - x_2, & d_{03} &= x_0 - x_3, & d_{04} &= x_0 - x_4; \\
 d_{10} &= x_1 - x_0, & d_{12} &= x_1 - x_2, & d_{13} &= x_1 - x_3, & d_{14} &= x_1 - x_4; \\
 d_{20} &= x_2 - x_0, & d_{21} &= x_2 - x_1, & d_{23} &= x_2 - x_3, & d_{24} &= x_2 - x_4; \\
 d_{30} &= x_3 - x_0, & d_{31} &= x_3 - x_1, & d_{32} &= x_3 - x_2, & d_{34} &= x_3 - x_4; \\
 d_{40} &= x_4 - x_0, & d_{41} &= x_4 - x_1, & d_{42} &= x_4 - x_2, & d_{43} &= x_4 - x_3,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где x_i и x_j – координаты по оси OX i -ой и j -ой двойнирующих дислокаций.

Очевидно, что

$$\begin{aligned}
 |d_{01}| &= |d_{10}|, & |d_{02}| &= |d_{20}|, & |d_{03}| &= |d_{30}|, & |d_{04}| &= |d_{40}|, \\
 |d_{12}| &= |d_{21}|, & |d_{13}| &= |d_{31}|, & |d_{14}| &= |d_{41}|, & |d_{23}| &= |d_{32}|, \\
 |d_{24}| &= |d_{42}|, & |d_{34}| &= |d_{43}|.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
R_{01}^2 &= R_{10}^2 = d_{01}^2 + (y_0 - y_1)^2 = d_{01}^2 + a^2; \\
R_{03}^2 &= R_{30}^2 = d_{03}^2 + (y_0 - y_3)^2 = d_{03}^2 + a^2; \\
R_{02}^2 &= R_{20}^2 = d_{02}^2 + (y_0 - y_2)^2 = d_{02}^2 + 4a^2; \\
R_{04}^2 &= R_{40}^2 = d_{04}^2 + (y_0 - y_4)^2 = d_{04}^2 + 4a^2; \\
R_{12}^2 &= R_{21}^2 = d_{12}^2 + (y_1 - y_2)^2 = d_{12}^2 + a^2; \\
R_{13}^2 &= R_{31}^2 = d_{13}^2 + (y_1 - y_3)^2 = d_{13}^2 + 4a^2; \\
R_{14}^2 &= R_{41}^2 = d_{14}^2 + (y_1 - y_4)^2 = d_{14}^2 + 9a^2; \\
R_{23}^2 &= R_{32}^2 = d_{23}^2 + (y_2 - y_3)^2 = d_{23}^2 + 9a^2; \\
R_{24}^2 &= R_{42}^2 = d_{24}^2 + (y_2 - y_4)^2 = d_{24}^2 + 16a^2; \\
R_{34}^2 &= R_{43}^2 = d_{34}^2 + (y_3 - y_4)^2 = d_{34}^2 + a^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Это позволяет преобразовать систему (4) к виду

$$\begin{cases}
R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{03}^2 + R_{04}^2 = 0; \\
R_{01}^2 + R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{14}^2 = 0; \\
R_{02}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + R_{24}^2 = 0; \\
R_{03}^2 + R_{13}^2 + R_{23}^2 + R_{34}^2 = 0; \\
R_{04}^2 + R_{14}^2 + R_{24}^2 + R_{34}^2 = 0.
\end{cases} \tag{9}$$

В данной системе количество неизвестных превышает число уравнений. Поэтому требуются дальнейшие преобразования системы. С этой целью без ущерба общности результатов примем допущение о том, что двойникоующие дислокации на разных двойниковых границах расположены попарно в плоскостях, перпендикулярных плоскости двойникования (см. рис. 2). Это дает возможность принять:

$$\begin{aligned}
|d_{01}| &= |d_{10}| = |d_{03}| = |d_{30}|, \quad |d_{02}| = |d_{20}| = |d_{04}| = |d_{40}|, \\
|d_{12}| &= |d_{21}| = |d_{34}| = |d_{43}|, \quad |d_{14}| = |d_{41}| = |d_{23}| = |d_{32}|, \\
|d_{13}| &= |d_{31}| = 0, \quad |d_{24}| = |d_{42}| = 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

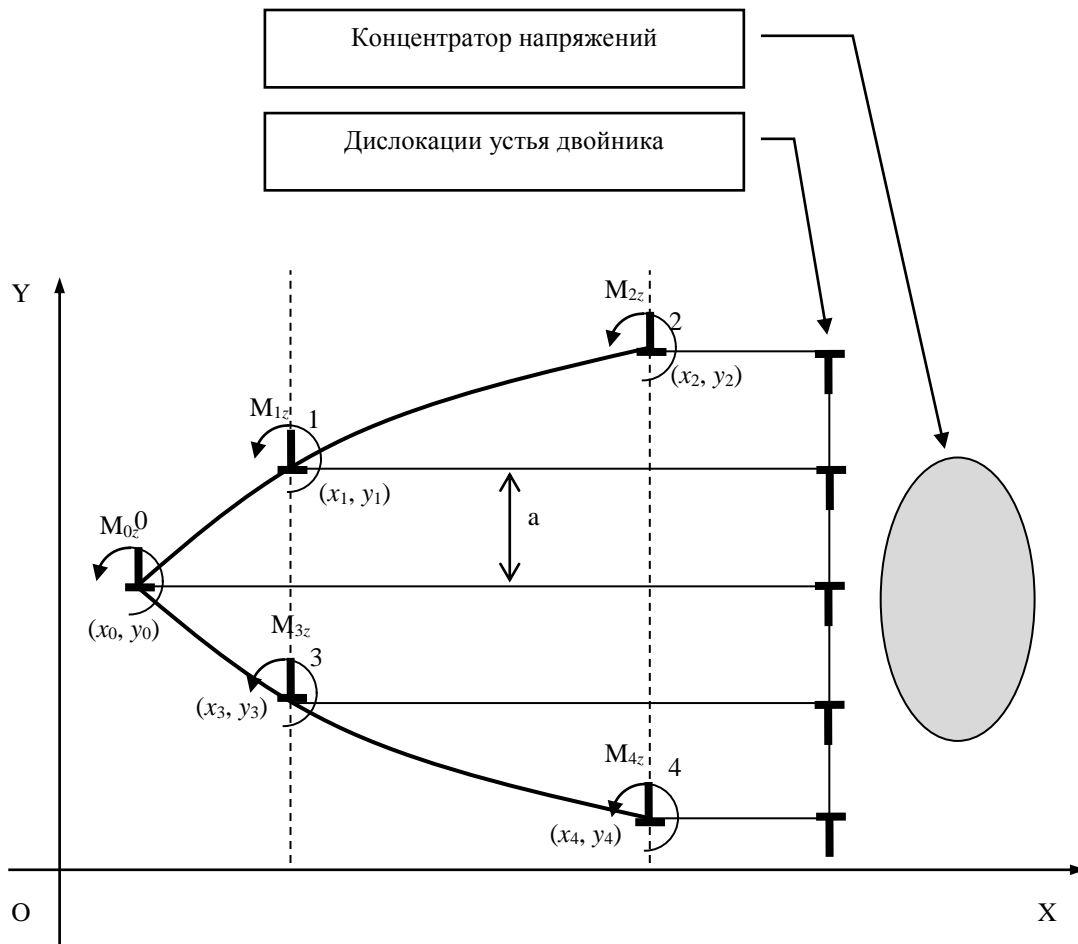


Рис. 2. Случай парного расположения в одной плоскости (следы таких плоскостей показаны пунктирными линиями) двойниующих дислокаций разных двойниковых границ

Тогда из (8), с учетом (10), получим

$$\begin{aligned}
 R_{01}^2 &= R_{10}^2 = R_{03}^2 = R_{30}^2, & R_{02}^2 &= R_{20}^2 = R_{04}^2 = R_{40}^2, \\
 R_{12}^2 &= R_{21}^2 = R_{34}^2 = R_{43}^2, & R_{14}^2 &= R_{41}^2 = R_{23}^2 = R_{32}^2, \\
 R_{13}^2 &= R_{31}^2 = 4a^2, & R_{24}^2 &= R_{42}^2 = 16a^2.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Подставляя (11) в (9), получим

$$\begin{cases}
 R_{01}^2 + R_{02}^2 = 0; \\
 R_{01}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + 4a^2 = 0; \\
 R_{02}^2 + R_{12}^2 + R_{23}^2 + 16a^2 = 0.
 \end{cases}
 \tag{12}$$

С учетом (8) представим (12) в виде

$$\begin{cases} d_{01}^2 + d_{02}^2 + 5a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + d_{12}^2 + d_{23}^2 + 15a^2 = 0; \\ d_{02}^2 + d_{12}^2 + d_{23}^2 + 30a^2 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Из рис. 2 видно, что

$$d_{02}^2 = d_{01}^2 + d_{12}^2, \quad d_{23}^2 = d_{12}^2. \quad (14)$$

Тогда, с учетом (14), (13) преобразуется к виду

$$\begin{cases} 2d_{01}^2 + d_{12}^2 + 5a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + 2d_{12}^2 + 15a^2 = 0; \\ d_{01}^2 + 3d_{12}^2 + 30a^2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Данная система не имеет обладающих физическим смыслом решений.

Заключение

Таким образом, на основании дислокационной модели нанодвойника показано, что учет в процессе формирования его равновесной формы моментов сил, обусловленных винтовой составляющей двойникующих дислокаций, физического смысла не имеет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков О.М. Нанодвойникование монокристаллов висмута // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.
2. Рушиц С.В., Ильичев В.Л. Нанодвойникование мартенситных кристаллов и теория адаптивных фаз // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Металлургия». – 2008. – Выпуск 11, № 24 (124). – С. 44–46.
3. Остриков О.М. Механика двойникования твердых тел. Монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
4. Остриков О.М. Дислокационная модель нанодвойника // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2008, № 5. – С. 124 – 129.
5. Ovid'ko I.A., Sheinerman A.G. Effect of twin boundary migration on fracture toughness of nano-twinned metals // Materials Physics and Mechanics. – 2014. – V. 21, № 21. – P. 248-258.
6. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.