

УДК 621.311

К РЕШЕНИЮ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТНОГО ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ НА ПРОТЯЖЕННЫЕ ПРОВОДЯЩИЕ КОММУНИКАЦИИ

Канд. техн. наук ГЛУШКО В. И.

НИИПИ РУП «Белэнергосетьпроект»

В статье под «протяженными проводящими коммуникациями» понимаются линии связи, вторичные цепи релейной защиты и автоматики электроустановок, металлические трубопроводы и другие металлические протяженные сооружения. Задача магнитного влияния воздушных линий электропередачи на такие коммуникации (особенно на линии связи) решается с 20-х годов прошлого столетия. Получены классические решения [1–3], которые длительное время успешно применяются на практике. Однако до настоящего времени эта проблема интересует специалистов в части разработки более простых методов расчета. Именно такая задача исследования и решается в данной работе.

Основы методики расчета магнитного влияния. В дальнейшем провода линий электропередачи будем называть первичными цепями, а протяженные коммуникации – вторичными цепями. К первичным цепям отнесем также высоковольтные шины электроустановок при определении помех в устройствах релейной защиты и автоматики. В этом случае под вторичными цепями понимаются контрольные кабели, проложенные в лотках.

С физической точки зрения магнитное влияние определяется продольной составляющей электрического поля первичных цепей E_x , которая в системе координат x, y, z (плоскость xy совмещена с поверхностью земли, ось z перпендикулярна поверхности земли) без учета токов смещения удовлетворяет дифференциальному уравнению [4]

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k_3^2 E_x = 0, \quad (1)$$

где $k_3 = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_3}$ – волновое число земли; σ_3 – удельная проводимость однородной или эквивалентной однородной земли; ω – круговая частота; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$; $j = \sqrt{-1}$.

В общем случае решение уравнения (1) связано с определенными трудностями; с целью упрощения можно пренебречь искажением поля первичных цепей вследствие конечного эффекта, наличия заземленного троса и коронирования проводов. Кроме того, для упрощения изложения материала рассмотрим случай расположения вторичных цепей над землей. Тогда решение (1) относительно E_x с учетом [4, 5] можно представить в виде

$$E_x = -j \frac{\omega \mu_0}{4\pi} I_{\Pi} \left[\ln \frac{(h_{\Pi} + z)^2 + y^2}{(h_{\Pi} - z)^2 + y^2} + 4 \int_0^{\infty} \frac{e^{-v(h_{\Pi} + z)}}{v + \sqrt{v^2 + k_3^2}} \cos yv dv \right], \quad (2)$$

где I_{Π} – ток первичных цепей; h_{Π} – высота подвеса первичных цепей над землей; z, y – координаты точки наблюдения на вторичной цепи.

По E_x определяются основные параметры магнитного влияния: $E_{\text{пв}}$ – индуцированная первичными цепями во вторичных цепях ЭДС при их параллельном и косом сближении; $Z_{\text{пв}}$ – взаимное сопротивление; $M_{\text{пв}}$ – коэффициент взаимной индукции, которые равны:

$$E_{\text{пв}} = E_x l; \quad E_{\text{пв}} = \text{ctg} \alpha \int_{y_a}^{y_b} E_x dy; \quad Z_{\text{пв}} = -\frac{E_{\text{пв}}}{I_{\Pi}}; \quad M_{\text{пв}} = \frac{E_{\text{пв}}}{j\omega I_{\Pi}}, \quad (3)$$

где l – длина участка сближения первичных и вторичных цепей; α – угол между первичными и вторичными цепями; y_a, y_b – минимальное и максимальное расстояния между первичными и вторичными цепями на участке сближения.

Входящий в (2) интеграл может быть выражен через интеграл Карсона, вычисление которого составляет основную часть исследования в статье.

Вычисление интеграла Карсона. Интеграл Карсона представляется в виде [5]

$$I_K = j \int_0^{\infty} \frac{e^{-v(h_{\Pi} + z)}}{v + \sqrt{v^2 + k_3^2}} \cos yv dv. \quad (4)$$

В общем случае вычисление такого интеграла затруднительно вследствие того, что в подынтегральное выражение (4) входит трансцендентная функция

$$F(v, k_3) = F(v = \text{var}, k_3 = \text{const}) = \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + k_3^2}}. \quad (5)$$

Для упрощения вычисления интеграла I_K заменим функцию $F(v, k_3)$ простой аналитической функцией. Для этого аналогично [5] выполним преобразование

$$F(v, k_3) = \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + k_3^2}} = \left(1 - \frac{\sqrt{v^2 + k_3^2} - v}{\sqrt{v^2 + k_3^2} + v} \right) \frac{1}{2v} = (1 - e^{-\varepsilon}) \frac{1}{2v}, \quad (6)$$

где

$$\varepsilon = \ln \frac{\sqrt{v^2 + k_3^2} + v}{\sqrt{v^2 + k_3^2} - v}.$$

Из преобразования (6) следует, что главное значение интеграла I_K в (4) определяется в области нуля функции $F(v, k_3)$ ($v \rightarrow 0$), поэтому есть все основания полагать, что именно в этой области интегрирования можно получить удобную аппроксимацию для функции $F(v, k_3)$.

Для исследования функции $F(v, k_3)$ в области нуля разложим функцию

$$\varepsilon = \ln \frac{\sqrt{v^2 + k_3^2} + v}{\sqrt{v^2 + k_3^2} - v} \text{ в ряд [6]}$$

$$\varepsilon = \ln \frac{\sqrt{v^2 + k_3^2} + v}{\sqrt{v^2 + k_3^2} - v} = \ln \frac{z+1}{z-1} = 2 \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{3z^3} + \frac{1}{5z^5} + \dots \right) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)z^{(2n-1)}}, \quad (7)$$

$$\text{где } z = \sqrt{\left(\frac{k_3}{v}\right)^2 + 1} \approx \frac{k_3}{v}.$$

Из разложения (7) при $z \approx \frac{k_3}{v}$ следует, что параметр ε может быть приближенно принят $\varepsilon = \frac{2v}{k_3}$. Тогда по (6) для аппроксимации функции $F(v, k_3)$ будем иметь

$$F(v, k_3) = \left(1 - e^{-\frac{2v}{k_3}} \right) \frac{1}{2v}. \quad (8)$$

Из сравнения (5) и (8) получим приближения:

$$F(v, k_3) = \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + k_3^2}} = \frac{1}{k_3 (w + \sqrt{w^2 + 1})} \cong \frac{1 - e^{-2w}}{k_3 2w}; \quad (9)$$

$$F(v, k_3) = \frac{1}{w + \sqrt{w^2 + 1}} \cong \frac{1 - e^{-2w}}{2w}, \quad (10)$$

где $w = \frac{v}{k_3} = \frac{v}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_3}}$ – безразмерная комплексная переменная.

Заметим, что для (10) существует предел $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-2w}}{2w} = 1$.

Погрешность (10) не превышает 5 %. Полученное приближение (10) полностью совпадает с приближением, принятым без строгого обоснования в [7], которое в данной статье может служить своеобразным критерием корректности решения поставленной задачи.

Приближение (10) представлено в комплексной плоскости. Поэтому для его применения при вычислении интеграла I_K (4) необходимо обосновать возможность выполнения интегрирования в комплексной плоскости по действительной оси v . Для такого обоснования исследуем переменную w в комплексной плоскости.

По (10) комплексная переменная равна $w = \frac{v}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_3}}$, которая с учетом известного равенства $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}}$ принимает вид

$$w = \frac{v}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_3}} = \frac{v}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma_3}} \frac{1}{e^{j\frac{\pi}{4}}} = \frac{v}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma_3}} e^{-j\frac{\pi}{4}}. \quad (11)$$

В (11) параметр $e^{-j\frac{\pi}{4}}$ означает, что переменная w определяется в комплексной плоскости при аргументе $\arg w = -\frac{\pi}{4} \dots 0$ или $\arg w = 45^\circ \dots 0^\circ$. Это значит, что рассматриваемая комплексная плоскость заключена между действительной осью v и прямой в полупространстве $(-j)$, расположенной под углом 45° к оси v . Так как функция $\frac{1 - e^{-2w}}{2w}$ не содержит полюсов в рассматриваемой полуплоскости и в бесконечности ($w = \infty$) равна нулю, то правомочность интегрирования в (4) по действительной оси v вполне обоснована.

Тогда для интеграла (4) с учетом (10) будем иметь

$$I_K = \frac{j}{2} \int_0^\infty \left[e^{-v(h_n+z)} - e^{-v(h_n+z+\frac{2}{k_3})} \right] \frac{\cos yv}{v} dv. \quad (12)$$

В (12) для экспонент соблюдается условие $\text{Re}(h_n + z) > 0$; $\text{Re} = \left(h_n + z + \frac{2}{k_3} \right) > 0$. С учетом этого для получения решения для интеграла

(12) используем известный интеграл $I_K = \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma x} - e^{-\beta x}}{x} \cos b x dx = \frac{1}{2} \ln \frac{b^2 + \beta^2}{b^2 + \gamma^2} (\text{Re } \gamma > 0; \text{Re } \beta > 0)$ [8]. Таким образом, с учетом (4) и (12)

окончательно для интеграла Карсона (4) получим

$$I_K = \frac{j}{4} \ln \frac{\left(h_n + z + \frac{2}{k_3} \right)^2 + y^2}{(h_n + z)^2 + y^2}. \quad (13)$$

Полученное решение (12) для интеграла Карсона I_K полностью совпадает с аналогичным решением по [7]. Приближенное решение для интеграла Карсона с учетом многослойной земли применительно к магнитному влиянию получено в [5]. При этом для точки наблюдения $z \ll h_n$ (например, когда контрольные кабели расположены в лотках) решение (13) полностью совпадает с главным значением интеграла Карсона по [5] для однородной земли.

Расчетные соотношения для магнитного влияния. Расчетное выражение для E_x получим по (2) с учетом (13) при замене $z = h_b$ и $y = d_{пв}$, где h_b – расстояние вторичной цепи до земли; $d_{пв}$ – проекция расстояния между первичной и вторичной цепями на землю. Будем иметь

$$E_x = -j \frac{\omega \mu_0}{4\pi} I_{п} \left[\ln \frac{(h_{п} + h_b)^2 + d_{пв}^2}{(h_{п} - h_b)^2 + d_{пв}^2} + \ln \frac{\left(h_{п} + h_b + \frac{2}{k_3}\right)^2 + d_{пв}^2}{(h_{п} + h_b)^2 + d_{пв}^2} \right]. \quad (14)$$

Заметим, что параметр $\frac{1}{k_3} = h_3 = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_3}} = \sqrt{\frac{1}{2\omega\mu_0\sigma_3}}(1-j)$ является

эквивалентной фиктивной комплексной глубиной проникновения электромагнитного поля в землю (h_3 – в метрах).

При решении практических задач влияния первичных цепей на вторичные используются модули параметров E_x , $E_{пв}$, $Z_{пв}$, $M_{пв}$. В случае сложного сближения первичных и вторичных цепей, т. е. при наличии нескольких участков сближения, модули указанных параметров будут равны:

$$|E_{пв}| = \left| \sum_{i=1}^n E_{пви} \right|; \quad |Z_{пв}| = \left| \sum_{i=1}^n Z_{пви} \right|; \quad |M_{пв}| = \left| \sum_{i=1}^n M_{пви} \right|, \quad (15)$$

где $E_{пви}$, $Z_{пви}$, $M_{пви}$ – соответственно индуцированная ЭДС, взаимное сопротивление и коэффициент взаимоиндукции на i -м участке сближения; n – число участков сближения.

Расчетные соотношения (15) получены применительно к одной фазе линии, подключенной к источнику синусоидального напряжения с круговой частотой $\omega = 2\pi f$, где f – частота. Для трехфазной линии параметры $|E_{пв}|$, $|Z_{пв}|$, $|M_{пв}|$ суммируются с учетом сдвига фаз между ними.

При расчете помех определяется параметр $E_{пв} = E_x I_{пв}$ в (3) при E_x по (14), который рассматривается как электромагнитная помеха. При этом помеха $E_{пв}$ чаще всего определяется при однофазном режиме работы линий (высоковольтных шин) и вызывается в больших случаях коммутацией высоковольтного оборудования выключателями и разъединителями и прорывом грозового импульса тока с линии на высоковольтные шины. Для расчета таких помех расчетные соотношения (15) непосредственно могут быть использованы при замене круговой частоты ω на эквивалентную ω_3 при заданном расчетном токе первичной цепи $I_{пр}$, т. е. при замене в (14) $\omega = \omega_3$ и $I_{п} = I_{пр}$.

Эквивалентная круговая частота ω_3 и ток $I_{пр}$ могут быть приняты по литературным источникам или определены по соответствующим стандартным программам расчета переходных процессов и перенапряжений в линиях высокого напряжения. Например, при расчете грозových перенапряжений по [9] эквивалентная частота f_3 принимается, исходя из замены длины фронта тока молнии τ_{ϕ} (в мкс) четвертью периода эквивалентной синусоиды, $f_3 = \frac{1}{4\tau_{\phi}}$. Тогда для ω_3 будем иметь:

$$\omega_3 = \frac{\pi}{2\tau_\Phi}. \quad (16)$$

При средней длине фронта $\tau_\Phi = 2$ мкс эквивалентная круговая частота равна $\omega_3 = \frac{\pi}{4} \cdot 10^6$, с⁻¹.

При расчете коммутационных помех в качестве эквивалентной круговой частоты ω_3 в первом приближении можно принять круговую частоту собственных колебаний шин

$$\omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{ш}} C_{\text{ш}}}}, \quad (17)$$

где $L_{\text{ш}}$, $C_{\text{ш}}$ – индуктивность и емкость шины с учетом провода (проводов) фазы линии.

Выражение (2) для E_x является точным решением, а (14) – приближенным. Отличается (2) от (14) только интегралом Карсона I_K , который в (14) вычисляется приближенно с погрешностью 5 %. В связи с этим есть основание считать, что расчетные соотношения для магнитного влияния $E_{\text{пв}}$, $Z_{\text{пв}}$, $M_{\text{пв}}$ и $|E_{\text{пв}}|$, $|Z_{\text{пв}}|$, $|M_{\text{пв}}|$ также определяются с погрешностью порядка 5 %.

ВЫВОД

На основе приближенного вычисления интеграла Карсона получены простые расчетные соотношения для магнитного влияния воздушных линий электропередачи и высоковольтных шин электроустановок на протяженные проводящие коммуникации и на вторичные цепи релейной защиты и автоматики электроустановок. Погрешность расчета параметров магнитного влияния не превышает 5 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carcon, I. R. Wave propagation in overhead wires with ground return / I. R. Carcon // Bell Syst. Tech. – 1926. – № 1.
2. Pollaczek, F. Uber das feld einer unendlich langen wechselstrom durch flossen Einfachleitung / F. Pollaczek // E.N.T. – 1926. – Sept.
3. Костенко, М. В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта / М. В. Костенко // Электричество. – 1955. – № 10.
4. Костенко, М. В. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения / М. В. Костенко, Л. С. Перельман, Ю. П. Шкарин. – М.: Энергия, 1973.
5. Глушко, В. И. Методы расчета магнитного влияния между электрическими цепями с учетом конечной проводимости земли / В. И. Глушко // Электричество. – 1986. – № 3.
6. Справочник по специальным функциям / под ред. А. Амбровица и Н. Стиган. – М.: Наука, 1979.
7. The complex ground return plane. A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return / A. Deri [et al.] // IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems. – 1981.
8. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, Н. М. Рыжик. – М.: Наука, 1971.
9. Переключения и защита от них воздушных и кабельных электропередач высокого напряжения / М. В. Костенко [и др.]. – Л.: Наука, 1988.

Поступила 12.11.2012