УДК 536.2

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУР И ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СТЕНКАХ КАНАЛОВ ДВИЖУЩИХСЯ РАСПЛАВОВ

Докт. техн. наук, проф. ЕСЬМАН Р. И.

Белорусский национальный технический университет

В ряде теплотехнологий энергетики и машиностроения используются каналы и трубопроводы различных конструкций и назначения. В качестве высокопотенциальных теплоносителей могут применяться расплавы солей и металлов, жидкометаллические теплоносители и т. д. Для изучения возможностей увеличения энергетической эффективности теплоносителей и экономии энергоресурсов, а также повышения надежности и стабильности процессов тепломассопереноса в жидких расплавах проведем компьютерный анализ и расчет полей температур и температурных напряжений в плоских каналах и щелевых питателях в специальных технологиях литья. При решении задачи будем учитывать нелинейный характер внешнего и внутреннего термического сопротивления, переменные теплофизические характеристики стенки канала, изоляции, покрытия, являющиеся функциями температуры.

Тепловой режим канала как многослойного тела определяется следующими факторами: геометрическими размерами и конфигурацией, состоянием в начальный момент времени, теплофизическими и упругими свойствами материала и т. д. Температурные функции, определяющие распределяющие температуры в расплаве и канале (в момент времени t в точке x), обозначим соответственно $T_1(x,t)$ и $T_2(x,t)$. Требуется найти эти функции, т. е. распределение температуры в любой момент времени в направлении x.

Температурное поле стенок канала описывается дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье [1]

$$c_j\left(T_j\right)\rho_j\left(T_j\right)\frac{\partial T_j\left(x,t\right)}{dt}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_j\left(T_j\right)\frac{\partial T_j\left(x,t\right)}{\partial x}\right] \text{ при } j=1,\,2, \qquad (1)$$

где c_j – удельная массовая теплоемкость; ρ_j – плотность; λ_j – коэффициент теплопроводности.

В общем случае теплофизические коэффициенты c_j, λ_j, ρ_j являются функцией температуры данной точки тела в текущий момент времени.

Предположим, что в момент заливки (t = 0) температура в стенке канала и расплава распределена по сечению равномерно (вдоль оси x), но значения температур в стенке канала и расплаве различны. Соответствующие условия имеют вид

$$T_j\left(x,0\right)=T_{0j}. \qquad (2)$$

Нижний индекс «0» обозначает для расплава температуру заливки, для канала – начальную температуру стенки.

Ввиду малой кривизны стенки канала при расчетах температур и температурных напряжений он может рассматриваться как плоская полость или щель, в которой движутся расплавы. В начальный момент времени стенка канала равномерно прогрета. В этих условиях температурные напряжения отсутствуют. В процессе охлаждения отливки в плоскости нормального сечения (по отношению к стенкам канала) возникает поперечный градиент температуры. Если каждую из сторон стенки канала рассматривать как балку с незакрепленными краями и ввести систему координат, связанную с центром тяжести (причем ось x направить вдоль балки, ось z – по высоте, а ось y – поперек балки в направлении действия градиента температур), и если считать, что поле температур вдоль оси x не меняется, то в точках, достаточно удаленных от краев, возникают напряжения, имеющие проекции на оси x и z , вычисляемые по формулам:

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\beta E}{1-\nu}\left[T(y)-T_0\right] + \frac{1}{2c(1-\nu)}\int_{-c}^{c}\beta E\left[T(y)-T_0\right]dy + \\ + \frac{3y}{2c^3(1-\nu)}\int_{-c}^{c}\beta E\left[T(y)-T_0\right]y\,dy, \tag{3}$$

где σ_x, σ_z – напряжения по осям x и z; β – коэффициент термического расширения; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; $T(y)$ – поле температур в стенке канала; T_0 – начальная температура стенки канала; $2c$ – толщина пластины (балки).

В уравнении (3) первый член дает напряжения сжатия по слоям материала стенки канала; второй член – интегральный, характеризует равномерно распределенные растягивающие напряжения в балке, возникающие за счет неравномерности поля температур в поперечном сечении; третий член определяет напряжения в балке, возникающие за счет неравномерности поля температур в поперечном сечении, напряжения изгиба, проявляющиеся в поперечном сечении за счет несимметричности поля температур.

В действительности по оси x поле температур меняется, и для σ_x следует пользоваться формулой

$$\sigma_x = \sigma_{x1} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(F_{x2}\right),$$

где

$$\frac{F_{x2}}{\beta E} = y\int_{-c}^{y}\left[T(y)-T_0\right]y\,dy - \frac{c}{12}\left[1+6\frac{y}{c}+6\frac{y^2}{c}\right]\int_{-c}^{c}\left[T(y)-T_0\right]dy + \\ + \frac{1}{20}\left[10+21\frac{y}{c}-10\left(\frac{y}{c}\right)^3\right]\int_{-c}^{c}\left[T(y)-T_0\right]y\,dy - \frac{1}{4c^3}\int_{-c}^{c}\left[T(y)-T_0\right]y^3\,dy.$$

При медленном изменении температуры вдоль оси x добавка к σ_x за счет переменности поля вдоль оси x, содержащая производные по x, будет незначительна, и в этом случае формула дает достаточно хорошие результаты для определения напряженного состояния. Последнее справедливо для балок, длина которых значительно превышает ширину, что и имеет место в стенке канала.

Определим граничные условия теплового взаимодействия и стенок канала. В первом варианте расчета будем считать, что охлаждение стенки канала с внешней поверхности происходит в среде с некоторой температурой, которая вдали от поверхности постоянна и равна T_0. В этом случае теплообмен с внешней поверхности стенки канала осуществляется радиационно-конвективным теплообменом. Граничные условия на внешней поверхности стенки канала могут быть сформулированы с учетом радиационного теплообмена в соответствии с законом Стефана-Больцмана

$$q_n(t) = \sigma^* \left[T_n^4(t) - T_0^4 \right],$$

где σ^* – приведенный коэффициент радиационного теплообмена: $\sigma^* = \sigma_0\varepsilon$; σ_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела (постоянная Больцмана): $\sigma_0 = 5{,}68 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4); ε – интегральная степень черноты поверхности стенки канала.

Условия на внешней поверхности стенки канала

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha\left(T_2 - T_0\right) + \varepsilon\sigma_0\left(T_2^4 - T_0^4\right) \text{ при } x = \alpha. \tag{4}$$

Воспользуемся уравнениями подобия, полученными для теплоотдачи при свободном движении жидкости в большом (неограниченном) объеме. Последнее условие предполагает, что объем среды настолько велик, что свободное движение, возникающее у других тел, расположенных в этом объеме, не сказывается на характере теплообмена.

Уравнения подобия для определения коэффициентов теплоотдачи при свободном движении жидкости (газа) вдоль вертикальной пластины имеют вид:

- при свободном ламинарном движении среды $\mathrm{Nu} = 1{,}18(\mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr})^{1/8}$ при $10^{-3} < \mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr} < 5 \cdot 10^2$;
- при переходном режиме свободного движения $\mathrm{Nu} = 0{,}54(\mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr})^{1/4}$; при $5 \cdot 10^2 < \mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr} < 2 \cdot 10^7$;
- при свободном турбулентном движении жидкости $\mathrm{Nu} = 0{,}13(\mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr})^{1/3}$ при $\mathrm{Cr} \cdot \mathrm{Pr} > 2 \cdot 10^7$,

где Nu – число подобия Нуссельта; Pr – число подобия Прандтля; Cr – число подобия Грасгофа.

Число подобия Нуссельта характеризует теплообмен на внешней поверхности стенки канала: $\mathrm{Nu} = \alpha L/\lambda_{\text{в}}$.

Число подобия Прандтля представляет меру подобия полей температур и скоростей движения среды: $\mathrm{Pr} = c_p \mu/\lambda_{\text{в}}$.

Число подобия Грасгофа характеризует подъемную силу, возникающую в среде, которая обтекает внешнюю поверхность стенки канала вследствие разности плотностей

$$\mathrm{Cr} = \frac{g\beta\left[T_2(\alpha, t) - T_0\right]L^3}{\nu_{\text{в}}^2},$$

где β – коэффициент температурного расширения; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость; μ – коэффициент динамической вязкости; λ – коэффициент теплопроводности; $\nu_\text{в}$ – коэффициент кинематической вязкости; L – характерный размер тела.

В этих уравнениях все теплофизические параметры принимаются при соответствующих температурах для определенной охлаждающей среды. Коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности стенки канала определяется числом Нуссельта: $\alpha_\text{к} = \text{Nu}\lambda_\text{в}/L$.

Здесь теплофизические коэффициенты β, c_p, μ, $\nu_\text{в}$ вычисляются при определяющей температуре, равной

$$\frac{T_0 + T_2(\alpha, t)}{2}.$$

На границе стенки канала и расплава имеется двухслойная контактная поверхность, состоящая из слоя покрытия толщиной $\delta_\text{кр} = \text{const}$ и газовой прослойки, толщина которой изменяется во времени по определенному закону $\delta = \delta(t)$. Полагая, что для газовой прослойки и слоя покрытия имеет место квазистационарный режим, при теплопередаче через газовую прослойку, осуществляемую механизмами теплопроводности и радиационного теплообмена, для плотности теплового потока, проходящего через слой покрытия и воздуха, можно записать следующие соотношения:

$$\begin{cases} Q = \left(T_\text{кр} - T_2\right)\dfrac{\lambda_\text{кр}}{\alpha_\text{кр}}; \\ Q = \left(T_1 - T_\text{кр}\right)\dfrac{\lambda_\text{в}}{\sigma} + \varepsilon_{1/2}\sigma\left(T_1^4 - T_\text{кр}^4\right), \end{cases} \tag{5}$$

где $T_\text{кр}$ – температура поверхности покрытия, соприкасающейся в начальный момент времени с поверхностью расплава; T_1, T_2 – температуры отливки и стенки канала, которые берутся при значении координаты $x = \alpha_0$; $\lambda_\text{кр}$ – коэффициент теплопроводности покрытия, в расчетах принимается величиной постоянной; $\lambda_\text{в}$ – коэффициент теплопроводности среды, вычисляемый при температуре $(T_1 + T_2)/2$; $\varepsilon_{1/2}$ – коэффициент излучения.

Выражение (5) можно переписать в следующем виде:

$$Q = \left(T_1 - T_\text{кр}\right)\left(\frac{\lambda_\text{в}}{\sigma} + \alpha_\text{л}\right), \tag{6}$$

где $\alpha_\text{л}$ – коэффициент теплообмена излучением между поверхностью расплава и поверхностью покрытия.

Приравнивая выражения (5) и (6), получим

$$T_\text{кр} = \frac{T_2\dfrac{\lambda_\text{кр}}{\sigma_\text{кр}} + T_1\left(\dfrac{\lambda_\text{в}}{\sigma} + \alpha_\text{л}\right)}{\dfrac{\lambda_\text{кр}}{\sigma_\text{кр}} + \dfrac{\lambda_\text{в}}{\sigma} + \alpha_\text{л}}.$$

Граничные условия на рабочей поверхности стенки канала (при $x = \alpha_0$) могут быть записаны в следующем виде:

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр}}}\left(T_{\text{кр}} - T_2\right) = \frac{\left(T_1 - T_2\right)\left(\frac{\lambda_{\text{в}}}{\sigma} + \alpha_{\text{л}}\right)\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр}}}}{\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр}}} + \frac{\lambda_{\text{в}}}{\sigma} + \alpha_{\text{л}}}.$$

Величина газового зазора как функция времени определяется из решения соответствующей задачи термоупругости.

На оси симметрии становится условие

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0. \qquad (7)$$

В процессе охлаждения расплава происходит переход из жидкого состояния в твердое. В течение некоторого промежутка времени имеет место двухфазное состояние вещества.

Задача Стефана формулируется следующим образом. Пусть имеются две фазы (жидкая и твердая) с соответствующими теплофизическими коэффициентами $\lambda_{1\text{т}}(T)$, $\lambda_{1\text{ж}}(T)$, $\rho_{1\text{ж}}(T)$, $c_{1\text{ж}}(T)$, $\rho_{1\text{т}}(T)$, $c_{1\text{т}}(T)$. В каждой фазе температурная функция удовлетворяет уравнению нестационарной теплопроводности Фурье (1). Принимаем, что при $j = 1$ уравнение относится к жидкой фазе.

На границе раздела фаз температура постоянна и равна температуре фазового перехода $T(x, t) = T_{\text{ф}}$.

Скорость движения границы фазового перехода $d\xi/dt$ удовлетворяет уравнению

$$\lambda_{1\text{т}} \frac{\partial T_1}{\partial x}\bigg|_{x=\xi+0} - \lambda_{1\text{ж}} \frac{\partial T_1}{\partial x}\bigg|_{x=\xi-0} = r\rho \frac{d\xi}{dt},$$

где r – теплота фазового перехода (теплота фазового затвердевания); ρ – плотность материала отливки при температуре фазового перехода.

Уравнение (1) с учетом условий на границе фазового перехода запишем в следующем виде:

$$\rho_1(T_1)\left[c_1(T_1) + r\sigma\left(T_1 - T_{\text{ф}}\right)\right]\frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial x}\right].$$

Здесь приняты следующие обозначения для теплофизических коэффициентов:

- удельная массовая теплоемкость

$$c_1(T_1) = \begin{cases} c_{1\text{т}}(T_1) \text{ при } T_1 < T_{\text{ф}}; \\ c_{1\text{ж}}(T_1) \text{ при } T_1 > T_{\text{ф}}; \end{cases}$$

- коэффициент теплопроводности

$$\lambda_1\left(T_1\right)=\begin{cases}\lambda_{1т}\left(T_1\right) \text{ при } T_1<T_ф;\\ \lambda_{1ж}\left(T_1\right) \text{ при } T_1>T_ф;\end{cases}$$

• плотность расплава

$$\rho_1\left(T_1\right)=\begin{cases}\rho_{1т}\left(T_1\right) \text{ при } T_1<T_ф;\\ \rho_{1ж}\left(T_1\right) \text{ при } T_1>T_ф.\end{cases}$$

Для решения задачи затвердевания расплава (задача Стефана) применяется метод сглаживания: σ-функция заменяется σ-образной функцией $\sigma\left(T_1-T_ф, \Delta\right)$, отличной от нуля лишь на интервале $\left(T_ф-\Delta,\ T_ф+\Delta\right)$ и удовлетворяющей условию нормировки

$$\int\limits_{T_ф-\Delta}^{T_ф+\Delta}\sigma(T_1-T_ф,\ \Delta)dT_1=1.$$

Сглаживая на интервале $\left(T_ф-\Delta, T_ф+\Delta\right)$ функции $\rho_{1ж}\left(T_1\right)$, $\rho_{1т}\left(T_1\right)$, $c_{1ж}\left(T_1\right)$, $c_{1т}\left(T_1\right)$, $\lambda_{1ж}\left(T_1\right)$, $\lambda_{1т}\left(T_1\right)$, например при линейной зависимости между значениями в твердой фазе при $T_1<(T_ф-\Delta)$ и в жидкой фазе при $T_1>(T_ф+\Delta)$, получим квазилинейное уравнение

$$\rho_1\left(T_1\right)c_1\left(T_1\right)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_1\left(T_1\right)\frac{\partial T_1}{\partial x}\right], \tag{8}$$

по форме совпадающее с дифференциальным уравнением (1). Для решения квазилинейного уравнения можно использовать разностные методы [2].

ВЫВОДЫ

1. Разработаны математические модели и алгоритмы численного решения задачи нестационарных температурных полей и температурных напряжений в плоских многослойных стенках каналов.

2. Численными методами решена задача оптимального функционирования плоского канала (питателя) исходя из требований минимизации теплопотерь и величины профильных температурных напряжений. Результаты численного эксперимента позволяют определить оптимальные режимные параметры движения высокопотенциальных теплоносителей (расплава жидких металлов и сплавов) в многослойных каналах с эффективной тепловой изоляцией.

3. Анализ динамики температурных полей и напряжений создает возможность на стадии проектирования определить тепловой и гидродинамический оптимальные режимы технологических процессов в специальных технологиях литья на подвижных матрицах-кристаллизаторах и пресс-формах литья под низким и регулируемым давлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л ы к о в, А. В. Тепломассообмен: справ. – М.: Энергоатомиздат, 1972.
2. Р а с ч е т ы процессов литья / Р. И. Есьман [и др.] – Минск: Вышэйш. шк., 1977. – 264 с.

Представлена кафедрой ПТЭ и Т Поступила 04.10.2012

УДК 62-503.5

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА СИГНАЛОВ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ РАБОТЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Канд. техн. наук ЯНИЦКИЙ В. А.

РУП «БЕЛТЭИ»

Одной из важных задач, решаемых при создании автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП), является обеспечение оперативного персонала достоверной и полной информацией о работе и техническом состоянии контролируемого оборудования. В современных системах контроля работы энергогенерирующих установок в зависимости от особенностей используемой технологической схемы 25–35 % поступающих на автоматическую обработку сигналов есть сумма полезного сигнала и случайной помехи, сопоставимой по величине с полезным сигналом. Если по условиям решаемой задачи допускается усреднение поступающих сигналов, влияние случайных помех может быть минимизировано этим несложным способом. Если условия решаемой задачи требуют минимальных задержек при обнаружении изменений контролируемого параметра, необходимо применять цифровые фильтры поступающих сигналов. Впервые применение цифровых фильтров для обработки поступающих сигналов предложено академиком А. Н. Колмогоровым [1]. Метод фильтрации сигналов, предложенный им, впоследствии был усовершенствован Н. Винером [2]. Область применения разработанного метода ограничивается стационарными случайными процессами на входе фильтра. Метод, позволяющий фильтровать сигналы при нестационарных процессах на входе фильтра, разработан Р. Калманом и Р. Бьюси [3].

Перечисленные выше методы не учитывают особенности их применения в системах контроля работы энергетического оборудования, в которых наиболее важные функции управления выполняются оперативным персоналом. Главным требованием для этих систем управления является необходимость минимизации стоимости ошибок при оценке изменений поступившего сигнала – ответа на вопрос: произошло ли изменение поступившего на контроль сигнала вследствие изменения полезного сигнала или это изменение вызвано влиянием случайных помех?

Широкое применение при решении различных задач получили методы , основанные на преобразовании поступающих сигналов из временно́й о бласти в отображающую область, например в частотную, с использованием преобразования Фурье [4]. Решение сначала находят в отображающей области и после обратного преобразования – во временно́й. Обычно требуемые характеристики сигналов на выходе фильтра определяются в результате предварительных исследований. Задача контроля работы оборудования