УДК 536.3

ОЦЕНКА ТЕПЛООТДАЧИ ОТОПИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА СИСТЕМЫ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ С ВИХРЕВЫМ ТЕПЛОГЕНЕРАТОРОМ

Докт. техн. наук, проф. НЕСЕНЧУК А. П.[1], магистр техн. наук ИОКОВА И. Л.[1], канд. техн. наук РЫЖОВА Т. В.[2], канд. физ.-мат. наук, доц. ЛАСЫЙ П. Г.[1], инж. ШКЛОВЧИК Д. И.[1], АЙДАРОВА З. Б.[1]

[1]Белорусский национальный технический университет,
[2]ОАО «Минский автомобильный завод»

Оценка теплоотдачи в системе теплоснабжения имеет принципиальное значение. Учитывая вероятное расположение отопительных приборов на объектах, работающих в условиях чрезвычайной ситуации (полевой госпиталь) [1], выбор поверхности теплообмена (рис. 1) должен выполняться по формулам, отражающим вероятностную (случайную) ее ориентацию (рис. 2). В [1] и данной статье такие формулы приводятся. Однако их реализация при оценке основных характеристик системы теплоснабжения крайне затруднена из-за многообразия вариантов.

Рис. 1. Общий вид отопительного прибора

Случайное расположение (рис. 2) отопительных приборов на обогреваемом объекте предопределено временем развертывания объекта в рабочее состояние (для проведения одной операции оно составляет не более четверти часа – 15 мин).

Для расчета теплоотдачи от вертикальной поверхности отопительного прибора ($\varphi = 0°$) при $1700 < (\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr}) < 10^8$ [2] можно использовать критериальное уравнение

$$\mathrm{Nu} = 0{,}55\left(\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr}\right)^{0{,}25}.$$

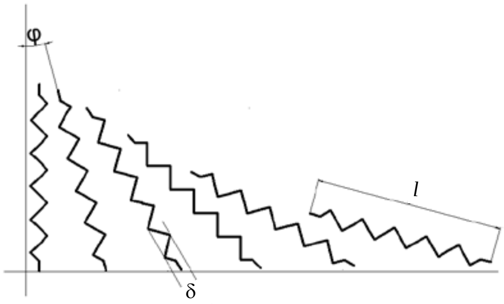

Рис. 2. Возможное расположение отопительного прибора на обогреваемом объекте

Средняя температура на поверхности отопительного прибора $\overline{t_п}$ = 82 °C.

Результаты расчетов для первого опыта (вертикальная щель) представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета (вертикальная щель)

$t_п$, °C	83,3	83,0	82,2	82,0	82,0	81,6	81,5	81,1	80,9	80,6
lgNu	1,083	1,082	1,081	1,078	1,078	1,077	1,077	1,075	1,074	1,073
lg(Gr·Pr)	5,370	5,366	5,363	5,352	5,352	5,346	5,345	5,339	5,336	5,331

Точки, являющиеся результатом обработки данных, практически укладываются на прямую линию (рис. 3). Запишем математически уравнение для линии, соответствующей значениям произведения $\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) =$ = 5,331–5,370. Тогда

$$\lg \mathrm{Nu} = a_0 + a_1 \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}). \qquad (1)$$

Определение коэффициентов a_0, a_1 при неизвестных выполним по методу наименьших квадратов [3]

$$\sum(\lg \mathrm{Nu}_x - \lg \mathrm{Nu})^2 = \sum(\lg \mathrm{Nu}_x - a_0 - a_1 \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}))^2.$$

Очевидно, что левая часть (1) зависит от коэффициентов a_0 и a_1. Для минимизации суммы необходимо, чтобы ее частные производные по параметрам a_0 и a_1 были равны нулю:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial a_0}\sum(\lg \mathrm{Nu}_x - \lg \mathrm{Nu})^2 = -2\sum(\lg \mathrm{Nu}_x - a_0 - a_1 \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})) = 0;\\
&\frac{\partial}{\partial a_1}\sum(\lg \mathrm{Nu}_x - \lg \mathrm{Nu})^2 = -2\sum(\lg \mathrm{Nu}_x - a_0 - a_1 \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}))\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) = 0.
\end{aligned} \qquad (2)$$

Из (2) запишем:

$$\begin{aligned}
&a_0 N + a_1 \sum \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) = \sum \lg\mathrm{Nu}_x;\\
&a_0 \sum \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) + a_1 \sum \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^2 = \sum(\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})\cdot \lg\mathrm{Nu}_x),
\end{aligned} \qquad (3)$$

где N = 10 – общее число данных.

Величины $\lg \mathrm{Nu}_x$ и $\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})$ отсчитываются от их средних значений $\overline{\lg\mathrm{Nu}}$ и $\overline{\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})}$. Тогда

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum\left[\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) - \overline{\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})}\right] = \sum\left(\lg\mathrm{Nu}_x - \overline{\lg\mathrm{Nu}}\right); \\ a_0 \sum\left[\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) - \overline{\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})}\right] + a_1 \sum\left[\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) - \overline{\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})}\right]^2 = \\ = \sum\left[\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) - \overline{\lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})}\right] - \left(\lg\mathrm{Nu}_x - \overline{\lg\mathrm{Nu}}\right). \end{cases} \quad (4)$$

Решая систему уравнений (4) в MathCad 15, находим коэффициенты при неизвестных:

$$a_0 = -0,287; \ \ a_1 = 0,255 \quad (5)$$

и подставляем в (1)

$$\lg \mathrm{Nu} = -0,287 + 0,255 \cdot \lg(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}).$$

В окончательном виде расчетное критериальное уравнение запишется (φ = 0°)

$$\mathrm{Nu} = 0,516(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,255}. \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет производить расчеты интенсивности теплообмена в условиях естественной конвекции в ограниченном пространстве (вертикальная щель при ее вероятностной ориентации).

Для обращенных вниз нагретых поверхностей в качестве характерного размера используется отношение площади греющей поверхности к ее периметру [2]:

$$l = \frac{F}{\Pi} = \frac{0,48\cdot 0,30}{2(0,48+0,30)} = 0,09 \text{ м},$$

где F – площадь греющей поверхности; П – ее периметр (рис. 1).

При расчете теплоотдачи от наклонной поверхности используется формула, которая справедлива при $10^5 < \mathrm{Gr} < 10^9$ и $0° < φ < 90°$ [2]

$$\mathrm{Nu} = 0,48\left(\frac{1+\cos φ}{2}\right)\mathrm{Gr}_l^{0,2}.$$

Запишем уравнение для линии, соответствующей значениям lgCr = = 7,886–8,014. Тогда

$$\lg\mathrm{Nu} = a_0 + a_1 \lg\mathrm{Gr}. \quad (7)$$

Определяем коэффициенты при неизвестных:

$$\begin{aligned} a_0 \mathrm{N} + a_1 \sum \lg\mathrm{Gr} &= \sum \lg\mathrm{Nu}_x; \\ a_0 \sum \lg\mathrm{Gr} + a_1 \sum \lg\mathrm{Gr}^2 &= \sum\left(\lg\mathrm{Gr}\cdot\lg\mathrm{Nu}_x\right), \end{aligned} \quad (8)$$

где N = 10.

Значения $\lg\mathrm{Nu}_x$ и $\lg\mathrm{Gr}$ отсчитываются от их средних значений $\overline{\lg\mathrm{Nu}}$ и $\overline{\lg\mathrm{Gr}}$. Тогда

$$\begin{cases} a_0\mathrm{N} + a_1\sum\left[\lg\mathrm{Gr} - \overline{\lg\mathrm{Gr}}\right] = \sum\left(\lg\mathrm{Nu}_x - \overline{\lg\mathrm{Nu}}\right); \\ a_0\sum\left[\lg\mathrm{Gr} - \overline{\lg\mathrm{Gr}}\right] + a_1\sum\left[\lg\mathrm{Gr} - \overline{\lg\mathrm{Gr}}\right]^2 = \\ = \sum\left[\lg\mathrm{Gr} - \overline{\lg\mathrm{Gr}}\right] - \left(\lg\mathrm{Nu}_x - \overline{\lg\mathrm{Nu}}\right). \end{cases} \qquad (9)$$

Решая систему уравнений (9) (при φ = 15°) в MathCad 15, получаем критериальное уравнение в окончательном виде

$$\mathrm{Nu} = 0,467\mathrm{Gr}^{0,201}. \qquad (10)$$

Для ориентации отопительного прибора (рис. 2) при φ от 30° до 75° получено:

$$\begin{aligned} &\text{при } \varphi = 30°\text{: } \mathrm{Nu} = 0,478\mathrm{Gr}^{0,197}; \\ &\text{при } \varphi = 45°\text{: } \mathrm{Nu} = 0,402\mathrm{Gr}^{0,201}; \\ &\text{при } \varphi = 60°\text{: } \mathrm{Nu} = 0,366\mathrm{Gr}^{0,199}; \\ &\text{при } \varphi = 75°\text{: } \mathrm{Nu} = 0,296\mathrm{Gr}^{0,201}. \end{aligned} \qquad (11)$$

Опыты с горизонтальной щелью φ = 90° проводились ранее. Критериальное уравнение $\mathrm{Nu} = 0,236\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^{0,251}$.

Если сравнить (7), (10) и (11) с $\mathrm{Nu}_0 = 0,68 + 0,513\left(\mathrm{Ra}\cdot\cos\varphi\right)^{0,25}$ при Pr = = 0,7 [4], то можно получить итоговую формулу, учитывающую разные положения отопительного прибора

$$\mathrm{Nu} = 0,5\left(\frac{1+\cos\varphi}{2}\right)\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^{0,25} \text{ или } \mathrm{Nu} = 0,5\left(\frac{1+p_\Phi(\varphi)}{2}\right)\left(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\right)^{0,25}, \qquad (12)$$

где $p_\Phi(\varphi)$ – плотность распределения вероятностей.

Сравнение полученных значений с уже имеющимися данными [5] представлено на рис. 3, а также в табл. 2, 3.

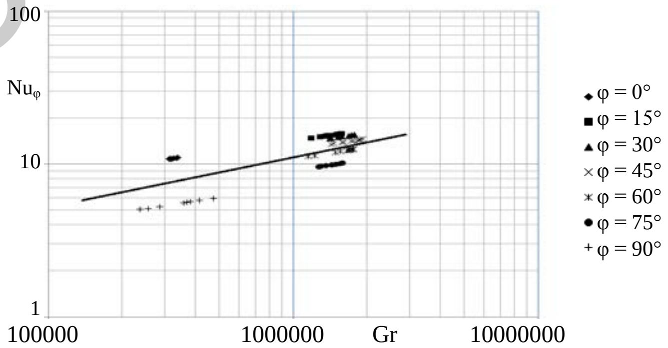

Рис. 3. Графическое представление результатов опытов (Nu = *f*(φ; Gr)) при случайном расположении отопительного прибора

Таблица 2

Экспериментальные данные

№ опыта	Угол, град.	Температура в щели, °C	Температура поверхности, °C	Температура в разных точках поверхности отопительного прибора, °C										Средняя температура, °C
1	0	61	53	83,3	83,0	82,8	82	82	81,6	81,5	81,1	80,9	80,6	81,88
2	15	58	48	83,5	83,3	82,5	82,1	80,7	80,3	79,9	79,8	78,7	77,0	80,78
3	30	55	43	83,0	83,0	82,3	82,0	81,4	81,3	79,8	78,8	77,3	76,9	80,58
4	45	54	42	83,0	83,8	82,5	83,1	80,7	81,3	78,5	78,8	76	76,6	80,43
5	60	56	44	84,0	83,3	82,8	83,0	80,6	82,4	79,5	83,8	75,2	74,0	80,86
6	75	58	47	83,7	83,8	82,1	83,2	81,2	81,3	79,9	79	78,6	78,4	81,12

Таблица 3

Результаты опытов (Nu = *f*(φ; Gr))
при случайном расположении отопительного прибора

φ = 0°		φ = 15°		φ = 30°		φ = 45°		φ = 60°		φ = 75°		φ = 90°	
$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu	$Gr \cdot 10^5$	Nu
3,391	11,002	15,69	15,856	17,86	15,548	18,71	14,393	17,62	12,457	15,81	10,172	2,557	5,129
3,359	10,976	15,57	15,826	17,86	15,548	19,21	14,487	17,2	12,381	15,87	10,182	3,571	5,576
3,337	10,959	15,1	15,704	17,43	15,454	18,4	14,333	16,9	12,326	14,86	10,016	3,806	5,666
3,252	10,888	14,86	15,642	17,24	15,413	18,78	14,405	17,02	12,348	15,51	10,124	4,156	5,791
3,252	10,888	14,03	15,418	16,88	15,33	17,29	14,111	15,56	12,075	14,32	9,924	4,732	5,982
3,209	10,851	13,79	15,352	16,81	15,316	17,66	14,186	16,66	12,282	14,38	9,935	4,156	5,791
3,198	10,842	13,55	15,284	15,89	15,102	15,91	13,822	14,89	11,942	13,55	9,787	3,689	5,621
3,155	10,806	13,49	15,268	15,27	14,952	16,1	13,862	17,5	12,435	13,01	9,688	2,858	5,274
3,133	10,787	12,83	15,077	14,34	14,719	14,34	13,467	12,24	11,372	12,77	9,643	2,858	5,274
3,101	10,759	11,8	14,767	14,09	14,655	14,72	13,555	11,5	11,195	12,65	9,62	2,375	5,036

Используя теорию случайных величин [6], в соответствии с рис. 4, если считать величину проекции x равновозможной на отрезке [0, l], то угол φ является непрерывной случайной величиной Φ, которая выражается через равномерно распределенную случайную величину X проекции по формуле

$$\Phi = \arcsin \frac{X}{l}.$$

Найдем функцию распределения и плотность распределения вероятностей этой случайной величины, учитывая, что случайная величина X имеет функцию распределения

$$F_X(x) = \frac{x}{l}, \ \ x \in [0, l].$$

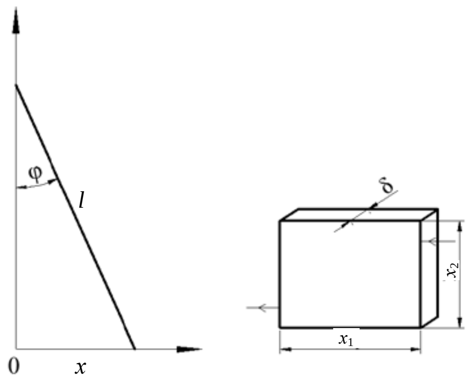

Рис. 4. Возможное случайное расположение отопительного прибора:
φ – угол между продольным сечением отопительного прибора и вертикальной стенкой;
l – длина сечения; *x* – проекция сечения на горизонталь

Тогда

$$F_{\Phi}(\varphi)=P(\Phi<\varphi)=P(X<l\sin\varphi);\ \ F_{\Phi}(\varphi)=\sin\varphi,\ \ \varphi\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right].$$

Функция распределения является первообразной для плотности распределения вероятностей $p_{\Phi}(\varphi)$, поэтому

$$p_{\Phi}(\varphi)=\cos\varphi,\ \ \varphi\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right].$$

Рассчитаем основные числовые характеристики случайного угла Φ [6].

1. Математическое ожидание (среднее значение случайного угла) определяем по формуле

$$\mathrm{M}(\Phi)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi p_{\Phi}(\varphi)d\varphi=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\varphi\cos\varphi d\varphi=\frac{\pi}{2}-1.$$

Таким образом, если многократно бросать отопительный прибор, то среднее значение угла φ составит

$$\mathrm{M}(\Phi)=\frac{\pi}{2}=1\approx 32{,}7^{\circ}.$$

2. Дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайного угла определяем из выражений

• дисперсия:

$$D(\Phi)=\int_{-\infty}^{+\infty}(\varphi-\mathrm{M}(\Phi))^{2}\,p_{\Phi}(\varphi)d\varphi=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(\varphi-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)\right)^{2}\cos\varphi d\varphi=\pi-3.$$

• среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(\Phi)=\sqrt{D(\Phi)}=\sqrt{\pi-3}\approx 21{,}6^{\circ}.$$

Значит, при многократном повторении эксперимента случайный угол отклоняется в среднем квадратичном на 21,6° от среднего значения.

3. Медиана случайного угла представляет собой угол φ_m такой, что

$$P\left(\Phi < \varphi_m\right) = P\left(\Phi \geq \varphi_m\right).$$

Следовательно, для нахождения медианы нужно решить уравнение

$$F_\Phi\left(\varphi\right) = \frac{1}{2}.$$

В рассматриваемом случае мы приходим к выражению

$$\sin\varphi = \frac{1}{2},$$

корнем которого является угол

$$\varphi_m = \frac{\pi}{6} = 30°.$$

В итоге, повторяя много раз данный эксперимент, можно наблюдать, что в среднем значение угла φ не будет превышать 30°.

ВЫВОДЫ

1. Выполнен анализ теплообмена в отопительной системе быстрого реагирования на температуру наружного воздуха, обладающей исключительной мобильностью.

2. Показано наиболее вероятное положение отопительных приборов системы отопления мобильного объекта и записана расчетная формула для оценки теплоотдачи (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ц е л е с о о б р а з н о с т и использования вихревого теплогенератора при реализации теплоснабжения объектов, работающих в условиях чрезвычайных ситуаций / А. П. Несенчук [и др.] // Энергетика… (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2012. – № 1. – С. 45–51.

2. Т е п л о- и массообмен: учеб. пособие: в 2 ч. / Б. М. Хрусталев [и др.]. – Минск: БНТУ, 2007. – Ч. 1. – 606 с.

3. Д л и н, А. М. Математическая статистика в технике / А. М. Длин. – М.: Советская наука, 1958. – 465 с.

4. A b d u l r a h i m Kalendar. Numerical and experimental studies of natural convective heat transfer from vertical and inclined narrow flat plates and short cylinders: thesis. ... for the degree of PhD. – Canada: Queen‘s University, 2011.

5. H a s s a n, K. E. Natural convection from isothermal flat surfaces / K. E. Hassan, S. A. Mohamed // Int. J. Heat mass transfer. – 1970. – Vol. 13. – P. 1873–1886.

6. Г н е д е н к о, Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М.: Наука, 1969. – 400 с.

Представлена кафедрой ПТЭ и Т Поступила 10.10.2012