

## ВЫВОДЫ

1. Впервые получены экспериментальные данные по теплопроводности водных растворов  $\text{BeCl}_2$  и  $\text{SrCl}_2$  при высоких температурах.

2. Полученные результаты обобщены новым эмпирическим уравнением. Показано, что отношение теплопроводности раствора к теплопроводности воды при данной концентрации электролита не зависит от температуры.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Эльдаров, В.С. Исследование теплопроводности теплоносителей, используемых в энергетической промышленности / В. С. Эльдаров, Л. А. Азизова // Экоэнергетика. – 2006. – № 1. – С. 25–27.

2. Артеменко, А. И. Справочное руководство по химии / А. И. Артеменко, В. А. Малеванный, И. В. Тикунова. – М.: Высш. шк., 1990. – 303 с.

3. Зайцев, И. Д. Физико-химические свойства бинарных и многокомпонентных растворов неорганических веществ / И. Д. Зайцев, Г. Г. Асеев. – М.: Химия, 1988. – 414 с.

Представлена кафедрой  
теплоэнергетики

Поступила 10.10.2012

УДК 536.2:532/533:674.047

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ СУШКЕ

Докт. физ.-мат. наук **СЫЧЕВСКИЙ В. А.**

*Белорусский национальный технический университет*

Сушка древесины относится к сфере массового промышленного производства, где даже небольшой процент брака приводит к значительным материальным и финансовым затратам. Одновременно с этим при увеличении производительности предприятий требуется дальнейшая интенсификация процесса сушки. Однако режимы камерной сушки пиломатериалов в производственных условиях координируются по времени от начала сушки или по влажности материала. Такие способы сушки древесины применимы при мягких режимах, когда время сушки жестко не ограничивается в процессе производства пиломатериалов, что приводит к неэффективным затратам энергии и низкой производительности предприятия. В последнее время с целью повышения производительности сушки древесины все чаще используются жесткие режимы, которые дают меньшую продолжительность сушки, но приводят к развитию напряжений в материале и тем самым к снижению качества конечной продукции.

В настоящее время не существует надежных и точных методов определения напряжений в пиломатериалах в производственных условиях. Нормативные документы по технологическим режимам сушки слабо коррелируют с напряженно-деформированным состоянием материала, это заставляет конкретных производителей эмпирическим путем искать оптимальные режимы сушки, что не всегда приводит к успеху. Теоретических и экспериментальных работ по определению напряжений в древесине в процессе тепло- и массопереноса очень мало, и имеют они главным образом качественный характер. В связи с этим актуальной является разработка как теоретических, так и экспериментальных методов определения напряженно-деформированного состояния пиломатериалов в процессе сушки.

Анализ [1–9] показал, что при разработке математических моделей процессов тепломассопереноса и напряженно-деформированного состояния коллоидных капиллярно-пористых материалов используются тензор малых деформаций и переменные Эйлера. Такой подход не позволяет рассчитывать большие деформации. Рассматриваемые авторами коллоидные капиллярно-пористые материалы (в частности, древесина) имеют структуры, в которых преобладающую роль играют коагуляционные связи. При сушке таких материалов их усадка имеет большую величину. Относительные деформации коллоидных капиллярно-пористых материалов составляют: для ржи, кожи, древесины и угля – 15 %, для глины – 30 %, для макарон – 45 %, а для торфа – 120 %. Очевидно, что такие деформации намного превышают уровень в 1 %. Следовательно, вывод определяющих дифференциальных уравнений на основе подхода Эйлера не обоснован. Построение математических моделей и проведение численных расчетов необходимо осуществлять на основе переменных Лагранжа и использовать тензор конечных деформаций [10–16].

Такая модель была разработана и представлена она ниже. Уравнения тепло- и массопереноса в криволинейных координатах запишем в виде:

$$c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left( g^{kl} \sqrt{g} \lambda_{kl} \frac{\partial T}{\partial x^l} \right) + \varepsilon Q_\Phi \rho_0 \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left( g^{kl} \sqrt{g} a_{wkl} \rho_0 \frac{\partial W}{\partial x^l} \right) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left( g^{kl} \sqrt{g} a_{wkl} \rho_0 \delta \frac{\partial T}{\partial x^l} \right), \quad (2)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\rho_0$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $g^{kl}$  – контравариантные компоненты метрического тензора;  $g$  – определитель метрического тензора;  $\lambda_{kl}$  – компоненты коэффициента теплопроводности, Вт/(м·К);  $\varepsilon$  – критерий фазового перехода;  $Q_\Phi$  – удельная теплота парообразования, Дж/кг;  $a_{wkl}$  – компоненты коэффициента диффузии влаги, м<sup>2</sup>/с;  $\delta$  – термоградиентный коэффициент, 1/К.

Уравнение равновесия упругого тела в перемещениях имеет вид

$$\begin{aligned} & (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x^i} (u_{i;\alpha}^\alpha) + \mu g^{j\beta} (u_{i;\beta})_{;j} + \left( \frac{1}{2} \lambda g_i^j g^{\alpha\beta} + \mu g_i^\alpha g^{j\beta} \right) \times \\ & \times \left\{ (u_{k;\alpha})_{;j} u_{i;\beta}^k + u_{k;\alpha} (u_{i;\beta})_{;j} \right\} - (3\lambda + 2\mu) \beta \frac{\partial}{\partial x^i} W = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

где точкой с запятой (;) обозначена ковариантная производная;  $\lambda$ ,  $\mu$  – коэффициенты Ламе;  $\beta$  – коэффициент линейной усадки.

Ковариантные производные ковариантного и контравариантного векторов соответственно имеют вид:

$$u_{i;j} = \frac{\partial u_i}{\partial x^j} - u_m \Gamma_{ij}^m; u^i_{;j} = \frac{\partial u^i}{\partial x^j} + u^m \Gamma_{mj}^i. \quad (4)$$

где  $\Gamma_{ik}^l$  – символы Кристоффеля,  $1/m$ .

Вторые производные, используемые в выражении (3), определяются следующим образом:

$$(u_{i;\beta})_{;j} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^j \partial x^\beta} - \frac{\partial u_m}{\partial x^j} \Gamma_{i\beta}^m - u_m \frac{\partial \Gamma_{i\beta}^m}{\partial x^j} - \frac{\partial u_m}{\partial x^\beta} \Gamma_{ij}^m + u_l \Gamma_{m\beta}^l \Gamma_{ij}^m - \frac{\partial u_i}{\partial x^m} \Gamma_{\beta j}^m + u_l \Gamma_{im}^l \Gamma_{\beta j}^m; \quad (5)$$

$$(u^k_{;\beta})_{;j} = \frac{\partial^2 u^k}{\partial x^j \partial x^\beta} + \frac{\partial u^m}{\partial x^j} \Gamma_{m\beta}^k + u^m \frac{\partial \Gamma_{m\beta}^k}{\partial x^j} + \frac{\partial u^m}{\partial x^\beta} \Gamma_{mj}^k + u^l \Gamma_{l\beta}^m \Gamma_{mj}^k - \frac{\partial u^k}{\partial x^m} \Gamma_{\beta j}^m - u^l \Gamma_{lm}^k \Gamma_{\beta j}^m. \quad (6)$$

Дивергенция вектора перемещений имеет вид

$$u_{;\alpha}^\alpha = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (g^{\alpha m} \sqrt{g} u_m). \quad (7)$$

Уравнения (1)–(7) следует дополнить соотношениями:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (u_{\beta;\alpha} + u_{\alpha;\beta} + u_{k;\alpha} u_{;\beta}^k); \varepsilon_\alpha^\alpha = g^{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}; \varepsilon^{ij} = g^{i\alpha} g^{j\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}; \quad (8)$$

$$g_{ij} = 2\varepsilon_{ij} + g_{0ij}; g^{ij} g_{jk} = \delta_k^i; g = \det g_{ik}; \Gamma_{ik}^l = \frac{1}{2} g^{ml} \left( \frac{\partial g_{im}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{km}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right). \quad (9)$$

Для процессов тепло- и массопереноса используем граничные условия III рода:

$$a_w \rho_0 n^i \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial W}{\partial x^i} = \alpha_w \rho_0 (W_p - W); \quad (10)$$

$$\lambda n^i \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial T}{\partial x^i} = \alpha (T_c - T) - \rho_0 Q_\phi (1 - \varepsilon) \alpha_w (W - W_p), \quad (11)$$

где  $a_w$  – коэффициент диффузии влаги,  $m^2/s$ ;  $\alpha_w$  – то же жемассоотдачи,  $m/s$ ;  $\alpha$  – то же теплоотдачи,  $Вт/(m^2 \cdot K)$ ;  $\lambda$  – то же теплопроводности,  $Вт/(m \cdot K)$ .

Механические граничные условия в перемещениях с учетом влажностных деформаций запишем в виде

$$\begin{aligned} & (\lambda g^{ij} u_{;\alpha}^\alpha + \frac{1}{2} \lambda g^{ij} g^{\alpha\beta} u_{k;\alpha} u_{;\beta}^k + \mu g^{i\alpha} u_{;\alpha}^j + \mu g^{j\beta} u_{;\beta}^i + \\ & + \mu g^{i\alpha} g^{j\beta} u_{k;\alpha} u_{;\beta}^k - (3\lambda + 2\mu) \beta g^{ij} \Delta W) n_j = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для решения системы уравнений (1)–(12) разработана специальная методика, основанная на методе конечных элементов, а для вывода системы алгебраических уравнений применяли вариационную формулировку задачи. Точность разработанной методики расчета ограничена лишь точностью экспериментального определения свойств материала и агента сушки.

На основе разработанной модели проведен сравнительный анализ сушки дисперсных коллоидных капиллярно-пористых материалов при использовании подходов Эйлера и Лагранжа [17]. На рис. 1 представлены результаты расчетов по определению времени окончания процесса сушки при различных начальных влажностях материала методами Эйлера и Лагранжа. Можно видеть, что при малых начальных влагосодержаниях времена окончания процесса сушки, полученные обоими методами, совпадают. Из рис. 1 следует, что метод Эйлера дает возрастание времени сушки с увеличением начального влагосодержания материала. И это вполне объяснимо, так как чем больше воды в материале, тем больше времени необходимо на ее удаление.

Как видно (рис. 1), метод Лагранжа дает другую зависимость времени окончания процесса сушки от влагосодержания. Сначала время увеличивается, затем проходит через максимум и уменьшается с увеличением влагосодержания. Такое поведение связано с деформированием материала при сушке. Известно, что чем меньше материал, тем быстрее он сохнет. Поэтому существуют две противоположные тенденции: с увеличением влагосодержания возрастает время сушки, а с уменьшением размеров тела оно падает. Падение времени окончания процесса сушки (рис. 1) означает, что влияние сокращения размеров материала при большом начальном влагосодержании доминирует над влиянием начального влагосодержания. Это показывает принципиальное различие в описании процессов массопереноса рассматриваемыми методами.

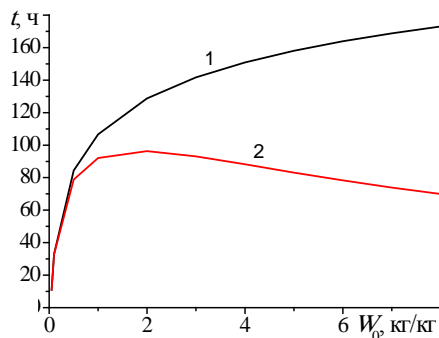


Рис. 1. Время окончания процесса сушки при разных начальных влагосодержаниях: 1 – метод Эйлера; 2 – метод Лагранжа

Получены закономерности поведения температурных и влажностных полей в пиломатериалах во время сушки. Установлено, что тепловые процессы проходят быстрее массопереноса. Однако в начальный период сушки термодиффузия меняет вид кривой распределения влагосодержания в материале в сравнении с чисто диффузионным потоком. Благодаря потоку влаги от поверхности вглубь за счет термодиффузии величина влагосодержания внутри материала становится выше начального значения, что

приводит к образованию максимума на кривой распределения влагосодержания. При низких начальных влагосодержаниях (около 0,3 кг/кг и менее) данный эффект будет приводить к увеличению напряжений в материале.

На основе математического моделирования и вычислительного эксперимента проведены исследования напряжений в пиломатериале во время сушки. Установлено, что максимальные значения компонент тензора напряжений находятся на поверхности. В связи с чем описано развитие напряжений у поверхности материала, что позволило установить потенциально наиболее опасные области относительно разрушения. Если при этом возникшие напряжения превысят предел пластичности, то на поверхности образуются пластические деформации, которые уменьшают влажностную усадку материала. Это, в свою очередь, приводит к тому, что на заключительном этапе сушки уже внутри материала возможно образование трещин в результате различных линейных размеров поверхности и центра.

Изучена физическая картина проходящих процессов тепло-массообмена и развития напряжений и деформаций при технологической сушке на основе ГОСТ 19773–84 «Пиломатериалы хвойных и лиственных пород. Режимы сушки в камерах периодического действия» [18]. Анализ полученных данных показал хорошую согласованность расчета с требованиями ГОСТа.

Опираясь на тот факт, что при расчетах напряженно-деформированного состояния необходимо использовать формулы для больших деформаций материала, представим расчетные выражения, пригодные для экспериментального определения напряжений в материале

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{E}{1-\nu} \left[ \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{\beta_p (W_{\text{ц}} - W_{\text{п}})}{1 + \beta_p \left[ W_{\text{п}} + \frac{2}{3} (W_{\text{ц}} - W_{\text{п}}) \right]} \right)^2 - 1 \right], \quad (13)$$

где  $\sigma$  – напряжение на поверхности, Па;  $E$  – модуль упругости, Па;  $\beta_p$  – коэффициент разбухания;  $W_{\text{ц}}$ ,  $W_{\text{п}}$  – влагосодержание в центре и на поверхности соответственно, кг/кг.

Из формулы (13) видно, что для определения напряжений необходимо знать влагосодержание в центре и на поверхности образца. Измерение локального влагосодержания в материале осуществляли кондуктометрическим методом. Для определения перепада влагосодержания по толщине материала разработана модель градиентомера, которая позволяла измерять перепад влагосодержания между поверхностью и центром материала.

Общая схема экспериментального определения напряжений выглядит следующим образом [19]. В сушильную камеру помещали образец из пиломатериала. Электроды первого датчика влажности устанавливали в поверхностном слое образца так, что концы игл-электродов находились на глубине 0,5–1,0 мм, а электроды второго датчика вводили в образец на середину его толщины. Для контроля температуры пиломатериала на поверхности образца и в его центре устанавливали термопары. Сигналы от датчиков через соответствующие преобразователи поступали на компьютер. На основе проведенных экспериментов получены температура и влагосодержание на поверхности и в центре материала, а также их динамика

в процессе конвективной сушки. Это, в свою очередь, позволило по формуле (13) определить напряженно-деформированное состояние в пиломатериалах различных размеров, массы, начального влагосодержания образцов, распределения влаги в них и различной распиловки древесины. Пример результатов расчета растягивающих напряжений и прочности на поверхности материала в случае возникновения трещин приведен на рис. 2а, а в случае их отсутствия – на рис. 2б.

Визуальным осмотром поверхности образца во время сушки устанавливали наличие или отсутствие на ней трещин. В большинстве случаев эксперименты показали, что визуальные наблюдения за трещинами согласуются с данными растягивающих напряжений и прочности на поверхности материала, отображаемыми графически, подобно тем, что имеются на рис. 2а и 2б. Если из результата расчета следует, что растягивающее напряжение  $\sigma_{рас}$  на поверхности больше прочности  $\sigma_{пр}$  (например, рис. 2а), то соответственно визуальный ее осмотр показывает наличие трещин. Если же расчет приводит к тому, что растягивающее напряжение  $\sigma_{рас}$  на поверхности меньше прочности  $\sigma_{пр}$  (например, рис. 2б), то соответственно визуальный ее осмотр показывает отсутствие трещин.

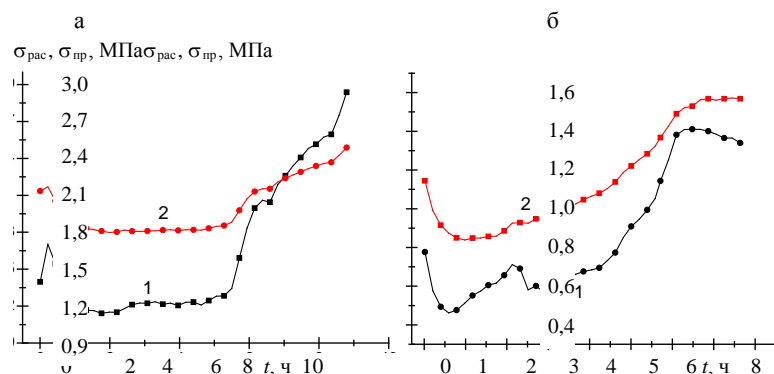


Рис. 2. Типичные кривые растягивающих напряжений и прочности на поверхности:  
1 – растягивающие напряжения  $\sigma_{рас}$ ; 2 – прочность  $\sigma_{пр}$

## ВЫВОДЫ

Разработана оригинальная физико-математическая модель, которая в комплексе учитывает физическую и геометрическую нелинейности, связанные с использованием тензора конечных деформаций, взаимосвязанность проходящих процессов и зависимость свойств материала от температуры и влагосодержания, а также его анизотропию.

На основе разработанных физико-математических моделей и численных методик расчета проведен комплекс вычислительных работ, который позволил изучить и описать разнообразные процессы тепломассопереноса и развитие напряженно-деформированного состояния в естественных и искусственных (технологически заданных) условиях.

Выполненные эксперименты показали, что на практике по перепаду влагосодержания в материале можно судить о напряженно-деформированном состоянии образца. Визуальные наблюдения за трещинами коррелируют с экспериментальными данными растягивающих напряжений и прочности на поверхности материала.

Представленные экспериментальные результаты дают основание утверждать, что возможно проведение технологического процесса сушки на основе контроля напряженно-деформированного состояния высушиваемого материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кречетов, И. В. Сушка древесины / И. В. Кречетов. – М.: Лесная пром-сть, 1980. – 432 с.
2. Серговский, П. С. Гидротермическая обработка и консервирование древесины / П. С. Серговский, А. И. Рассев. – М.: Лесная пром-сть, 1987. – 360 с.
3. Древесиноведение и лесное товароведение / М. Д. Бывших [и др.]; под общ. ред. М. Д. Бывших. – 2-е изд. – Минск: Вышэйш. шк., 1977. – 280 с.
4. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
5. Луцик, П. П. Напряженно-деформированное состояние твердого тела в процессе сушки / П. П. Луцик // Теоретические основы химической технологии. – 1988. – Т. 22, № 1. – С. 21–28.
6. The Response of Dried Materials to Drying Conditions / S. J. Kowalski [et al.] // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1995. – Vol. 38, № 6. – P. 1033–1041.
7. Kang, W. Mathematical Modeling to Predict Drying Deformation and Stress due to the Differential Shrinkage within a Tree Disk / W. Kang, N.-H. Lee // Wood Science and Technology. – 2002. – Vol. 36. – P. 463–476.
8. Three-Dimensional Heat and Moisture Transfer with Viscoelastic Strain-Stress Formation in Composite Food During Drying / Y. Itaya [et al.] // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1995. – Vol. 38, № 7. – P. 1173–1185.
9. Stress and Crack Prediction during Drying of Japanese Noodle (udon) / T. Inazu [et al.] // International Journal of Food Science and Technology. – 2005. – Vol. 40. – P. 621–630.
10. Сычевский, В. А. Учет больших деформаций материала, вызванных градиентом влагосодержания / В. А. Сычевский // ИФЖ. – 2005. – Т. 78, № 4. – С. 186–193.
11. Драгун, В. Л. Расчет пластических деформаций дисперсной структурированной системы в процессе ее сушки на примере материала из древесины / В. Л. Драгун, В. А. Сычевский // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2006. – № 1. – С. 90–93.
12. Сычевский, В. А. Расчет упруговязких деформаций древесины в процессе сушки / В. А. Сычевский // Докл. НАН Беларуси. – 2006. – Т. 50, № 2. – С. 86–91.
13. Сычевский, В. А. К феноменологической теории сушки / В. А. Сычевский // ИФЖ. – 2007. – Т. 80, № 3. – С. 55–65.
14. Сычевский, В. А. Математическая модель сушки деформируемых материалов и численная методика расчета / В. А. Сычевский // ИФЖ. – 2009. – Т. 82, № 4. – С. 674–687.
15. Сычевский, В. А. Процессы тепломассопереноса, деформации и подвижные границы в дисперсных системах / В. А. Сычевский. – Минск: Гос. науч. учреждение «Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси», 2009. – 227 с.
16. Сычевский, В. А. Тепломассоперенос и физико-механические явления в дисперсных системах / В. А. Сычевский: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук по спец. 01.04.14. – Минск. Гос. науч. учреждение «Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси», 2010. – 40 с.
17. Сычевский, В. А. О методах Эйлера и Лагранжа в решении задач сушки коллоидных капиллярно-пористых материалов / В. А. Сычевский, В. Л. Драгун // Тепло- и массообмен-2011: сб. науч. тр. / Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси; редкол.: В. Л. Драгун [и др.]. – Минск, 2011. – С. 168–177.
18. Пиломатерия хвойных и лиственных пород. Режимы сушки в камерах периодического действия: ГОСТ 19773–84. – Введ. 01.01.85. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1996. – 20 с.
19. Экспериментальное определение напряжений на поверхности пиломатериалов в процессе сушки / В. А. Сычевский [и др.] // Тепломассообмен-ММФ-2012: тезисы докладов и сообщений XIV Минского междунар. форума. – Т. 1, ч. 2. – Минск, 2012. – С. 618–620.

Представлена кафедрой ПТЭ и Т

Поступила 12.12.2012