УДК 519

ПРИМЕНЕНИЕ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ

Абдыев А.Д., Гундина М.А.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

Между операторами преобразования поверхности (сжатия – растяжения, вращения) и действием их на функцию, определяемой на этой поверхности существует тесная связь.

При исследовании данных в географии возникла потребность в представлении выбранных данных на сфере. Дьютон Р. предложил использовать геодезическую сферическую конструкцию для моделирования рельефа поверхности планет [1].

Триангуляция поверхности – это разбиение поверхности на треугольники, вообще говоря, криволинейные. Триангуляция сферы позволяет разбить сферу на более простые составные части, исследовать каждую из которых проще, чем поверхность в целом [2, 3].

Одним из важнейших примеров использования данной конструкции в компьютерной графике является представление функции, определенной по множеству направлений. Такой функцией является двунаправленная функция отражения и распределения. Функция $f_r(\vec{w}_i, \vec{x}, \vec{w}_0)$ описывает соотношение в точке $\vec{x}$ на поверхности между входящим излучением направления $\vec{w}_i$ и выходящим излучением направления $\vec{w}_0$. Ее можно описать, используя сферические гармоники, как естественное расширение базисных функций Фурье, представленных на сфере [4, 5].

Рассмотрим пример, связывающий сжатие поверхности с сжатием функции, определенной на поверхности. Заметим то, что существует тесная связь между представлением поверхности и представлением функции, определяемой на этой поверхности. Это утверждение понадобиться в дальнейшем, когда от исследования самой поверхности будем переходить к исследованию функции, определенной на этой поверхности.

Заметим, что разбиение сферы может быть выполнено различными способами. Одним из способов состоит в симметричном разбиении сферы на области одинаковой формы и равной площади.

Сжатие поверхности тесно связано с сжатием функции на этой поверхности. Рассмотрим случай единичной сферы.

Пусть функция задана следующим образом:

$$f(s) = f(\theta, \varphi) = \cos^2 \theta,\ s \in S^2. \qquad (1)$$

Построим график этой функции (рисунок 1) и соответствующую ей поверхность на сфере, высотой которой является значение функции f (рисунок 2).

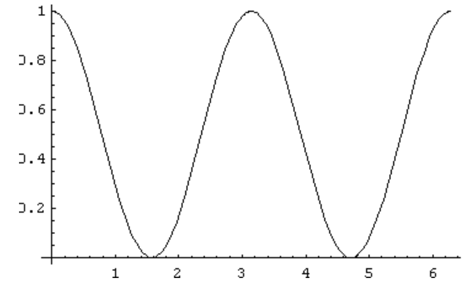

Рисунок 1 – График функции

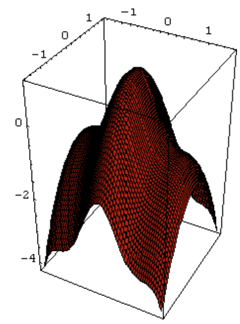

Рисунок 2 – Построенная поверхность

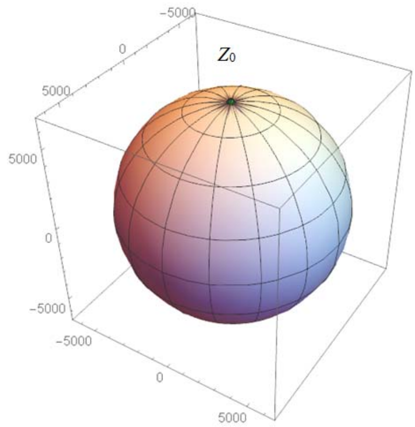

Рисунок 3 – Точка Z_0 на сфере

Следовательно, алгоритм сжатия поверхности может быть применен для сжатия графика функции, определяемой на поверхности.

Теперь пусть λ – долгота, φ – это широта в геоцентрической системе координат. Известно, что широтой называется угол между радиус-вектором и плоскостью экватора. Долгота есть угол между плоскостью, проходящей через заданную точку и осью вращения и плоскостью меридиана, принятого в качестве нулевого. Связь между сферической системой и глобальной декартовой системой определяется по следующим формулам:

$$x = R\cos\varphi\cos\lambda, \qquad (2)$$

$$y = R\cos\varphi\sin\lambda\ , \qquad (3)$$

$$z = R\sin\varphi\ , \qquad (4)$$

где радиус R = 6371 км. Рассмотрим сферу заданного радиуса R (рисунок 3).

Найдем канонические уравнения прямой, проходящей через точки $Z_0(0, 0, R)$, $M_0(x_0,y_0,z_0)$ (рисунок 4).

$$\frac{x-0}{x_0} = \frac{y-0}{y_0} = \frac{z-R}{z_0-R}\ . \qquad (5)$$

Рассмотрим плоскость, заданную уравнением:

$$z = -2R\ . \qquad (6)$$

Уравнение указанной прямой запишем в виде параметрических уравнений:

$$x = x_0 t\ , \qquad (7)$$

$$y = y_0 t\ , \qquad (8)$$

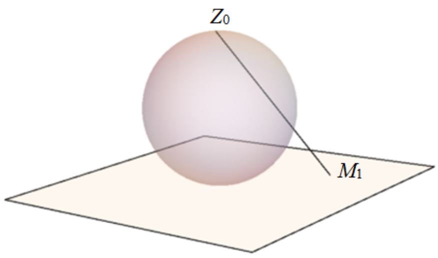

Рисунок 4 – Взаимное расположение точек Z_0, M_1

$$z = R + (z_0 - R)t\ , \qquad (9)$$

Подставим эту систему уравнений в уравнение плоскости:

$$R + (z_0 - R)t_0 = -2R\ . \qquad (10)$$

Тогда решим уравнение относительно неизвестного параметра t_0:

$$t_0 = -\frac{3R}{(z_0 - R)}\ . \qquad (11)$$

При $t = t_0$ происходит пересечение прямой и плоскости. Найденное значение t_0 подставляем в параметрические уравнения прямой, тогда получаем координаты точки пересечения M_1:

$$M_1 = (-\frac{3R}{(z_0-R)}x_0, -\frac{3R}{(z_0-R)}y_0, -2R)\ . \qquad (12)$$

Четвертой координатой точки M_0 может рассматриваться значение уровня некоторой величины различной природы (уровень радиоизлучения, интенсивность яркости пикселя, высота над уровнем моря и т. д.).

Если четвертая координата h точки M_0 есть абсолютное значение уровня радиоизлучения, то этой координате можно поставить в соответствие длину перпендикуляра, который проецируется в точку M_1.

Тогда на плоскость $z = -2R$ опускаем перпендикуляр длиной h. При непрерывном отображении сферы на плоскость получим поверхность уровня радиоизлучения.

Поскольку стереографическая проекция обладает обратным оператором, возможно установление биекции между данной сферой и плоскостью.

Литература

1. Golias, N.A. Delaunay triangulation and 3D adaptive mesh generation / N.A. Goias, R.W. Dutton // Stanford: Center for Integrated Systems, 1999. – V. 25. – no. 3–4. – P. 331–341.

2. Keil, J.M. Classes of graphs which approximate the complete Euclidean graph / J.M. Keil, C.A. Gutwin // Discrete and Computational Geometry, 1992. – no. 7. – P. 13–28.

3. Guibas, L.S. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi / L.S.Guibas, J. Stolfi // ACM Transactions on Graphics, 1985. – no. 4. P. 74–123.

4. McEwen, J.D. A directional continuous wavelet transform on sphere / J.D. McEwen, M.P. Hobson, D.J. Mortlock, A.N. Lasenby // IEEE Trans. Sig. Proc. – 2006.

5. Wiaux, Y. Correspondence principle between spherical and Euclidean wavelets / Y. Wiaux, L. Jacques, P. Vandergheynst // Astrophys. J, 2005. – V. 632. – no. 1. – P. 15–28.

УДК 330.332

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ НАЛОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Козленкова О.В., Юденко Н.С.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

На сегодняшний день ни одно государство мира не может обойтись без налогов. Налоги являются тем универсальным механизмом, с помощью которого государство влияет на экономическую активность в стране, создает инвестиционный климат, формирует бюджет, определяет свои расходы и доходы и другое.

В настоящее время бесперебойное финансирование предусмотренных бюджетами мероприятий требует систематического пополнения финансовых ресурсов на республиканском и местном уровнях. Это достигается в основном за счет уплаты юридическими и физическими лицами налогов и других обязательных платежей. В соответствии с действующим налоговым законодательством и другими нормативными актами плательщики обязаны уплачивать указанные платежи в установленных размерах и в определенные сроки.

Налоговый контроль призван обеспечить полное и своевременное поступление платежей