

ОЦЕНИВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЬНОГО ПОДХОДА



Е.Н. САВКОВА,

к. т. н., доцент кафедры
«Стандартизация, метрология
и информационные системы»,
БНТУ

Республика Беларусь быстрыми темпами развивает экспортно ориентированную экономику. Это означает, что каждое предприятие как потенциальный или реальный экспортер, выходя на внешние рынки, вынуждено принимать правила той страны или региона, чью границу пересекает продукция. Поэтому аккредитованным испытательным и калибровочным лабораториям для подтверждения своей технической компетентности следует придерживаться существующих подходов современной метрологии, а именно согласно требованиями СТБ ИСО/МЭК 17025 иметь методики оценивания неопределенности и отчеты о неопределенности результатов измерений, испытаний, калибровок. «Оценивание неопределенности не является ни рутинной работой, ни чисто математической, это процесс, основанный на детальном знании природы измеряемой величины и измерения, критическом размышлении, интеллектуальной честности, зависящий от профессионального мастерства и практического опыта тех, кто участвует в оценивании» [1]. Оценивание неопределенности результата измерения предполагает большую «творческую» свободу в выборе и обосновании методики обработки результатов измерений, но одновременно повышает и степень ответственности метролога за свой выбор [2]. Целью данной статьи является краткое представление концепции неопределенности на основе модельного подхода и выявление перспектив его развития и стандартизации.

Предпосылки разработки концепции неопределенности. В 70–80-х гг. прошлого столетия Международное бюро мер и весов (МБМВ) создало Рабочую группу по составлению отчета о неопределенностях, которая разработала первую Рекомендацию INC-1 «Выражение экспериментальных неопределенностей». Рекомендация, которая является весьма кратким документом, была принята Международным комитетом мер и весов (МКМВ) в 1981 году и вновь утверждена в 1986 году. Перевод Рекомендации INC-1 представлен в Приложении 1 к данному разделу. Задачу разработки подробного руководства, основанного на Рекомендации Рабочей группы, МКМВ передала Международной организации по стандартизации (ИСО).

Обзор подхода неопределенности был детально представлен в Руководстве по выражению неопределенности в измерениях (далее — в Руководстве) в 1993 году, которое было исправлено и переиздано в 1995 году. Руководство сконцентрировано на математической интерпретации неопределенности измерений через явную модель измерения в предположении, что измеряемая величина может характеризоваться по существу единственным значением. Разработка Руководства осуществлялась под эгидой Международного комитета мер и весов (МКМВ), Международной электротехнической комиссии (МЭК), Международной организации по законодательной метрологии (МОЗМ), Международного союза по чистой и прикладной химии (ИЮПАК), Международного союза по чистой и прикладной физике (ИЮПАП), Международной федерации клинической химии (МФКХ) и была обусловлена следующими факторами.

1. **Несостоятельность теории погрешностей при ее использовании в областях специальных**

измерений (в медицине, аналитической химии, психологии); оценке точности результатов и методик испытаний; проведении фундаментальных исследований в науке и технике; сличения национальных эталонов, включая эталонные материалы). Поскольку погрешность есть отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины, а истинное значение в метрологической практике, как правило, воспроизводится эталоном, в некоторых областях возникают проблемы из-за отсутствия такового. Поэтому специалисты метрологического сообщества пришли к выводу, что эффективной оценкой точности является не столько смещение (то есть погрешность), сколько рассеяние (то есть неопределенность). Теория погрешностей применима для тщательно отработанных, «консервативных» видов измерений, таких как линейно-угловые, для которых составляющие общей погрешности результата хорошо определены практикой, процедура измерений отработана. Здесь обоснованно применим прагматичный подход к представлению процесса измерения как «черного ящика», в отношении которого можно использовать классические модели измерения, проработанные в действующих нормативных документах. Теория погрешностей не является состоятельной для современных, инновационных областей производства, для которых имеет место тенденция технического и технологического усложнения процедур контроля и испытаний продукции. Последнее связано с высокой степенью риска как в отношении результатов контроля и испытаний, так и в отношении самой продукции. Например, для

медицины, фармацевтической, пищевой и других видов промышленности, продукция которых имеет повышенный уровень риска, при оценке результатов контроля и испытаний, очевидно, следует придерживаться большей строгости в построении модели измерения, так как даже относительно небольшая часть «неучтенной» неопределенности может повлечь за собой значительные негативные последствия, связанные с жизнью и здоровьем людей.

2. **Необходимость указания вместе с результатом измерения и принятия в расчет меры доверия к нему** в виде интервала, в пределах которого находится большая часть распределения значений, которые обоснованно могут быть приписаны измеряемой величине при многих промышленных и коммерческих применениях, в области здравоохранения, безопасности, охраны окружающей среды, в метрологии и сертификации при заявлении о соответствии, в науке при проверке предположений выдвинутой теории. Удорожание сырья, материалов, технологий, контрольно-измерительных операций и испытаний, а также повышение рисков возникновения отказов при функционировании потенциально опасных технических объектов приводят к необходимости ужесточения требований к процедуре описания результата измерения. Поэтому для повышения у потребителя уверенности в качестве результата измерения и обеспечения доверия к нему было предложено использовать универсальный параметр — неопределенность.
3. **Отсутствие международного единства по вопросу оценивания точности.** Действующие нормативные документы, такие как ГОСТ 8.207, МИ 1552, МИ 1317 и др., базирующиеся на теории погрешностей, для прямых измерений регламентируют раздельное комплексирование случайных и неисклученных систематических составляющих и соответственно формирование границ результата измерения тремя способами. Для косвенных измерений согласно, например, МИ 2083, приводятся три различных способа промежуточной обработки результатов наблюдений при существенной нелинейности математической модели измерения. Поэтому возникла острая необходимость в разработке универсального алгоритма обработки результатов с тем, чтобы специалисты различных областей измерений

могли «договориться» в части корректной интерпретации результата измерения.

Таким образом, целями Руководства являются [1]:

- обеспечение полной информации о том, как составлять отчеты о неопределенностях измерений;
- предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений;
- предоставление универсального метода для выражения и оценивания неопределенности измерений, применимого ко всем видам измерений и всем типам данных, которые используются при измерениях.

Данный документ привнес согласованность в научные и технологические измерения и всемирное единство в оценке и выражении неопределенности измерения. Руководство устанавливает общие правила оценивания и выражения неопределенности, которые следует соблюдать при различных уровнях точности во многих областях измерений, начиная от заводского цеха до фундаментальных исследований. С момента опубликования Руководства прошло более 15 лет. За это время было выпущено множество нормативных документов, относящихся как к конкретным областям измерений, так и к различным видам метрологических работ. Анализ данных опубликованных документов [3–5] показал, что подходы к оцениванию неопределенности в измерениях (испытаниях) подразделяются на внутрилабораторный и межлабораторный (рис. 1).

Подход моделирования или модельный (восходящий) подход, изложенный в Руководстве и рассмотренный в данной статье, подразумевает составление модельного уравнения и вычисление результата измерения (выходной величины) и его неопределенности через значения и неопределенности входных величин. В зависимости от применяемого способа комбинирования составляющих в основе реализации модельного подхода может использоваться закон распространения неопределенности или закон распространения распределений (рис. 2). Закон распространения неопределенности используется в базовой процедуре Руководства и тождественен принципу суммирования дисперсий и ковариаций.

Математически этот подход следует из аппроксимации модельного уравнения членами ряда Тейлора первого порядка и имеет вытекающие отсюда недостатки: применение такого подхода при существенно нелинейной зависимости дает смещенную оценку результата измерений и неполно достоверную оценку суммарной стандартной неопределенности [7].

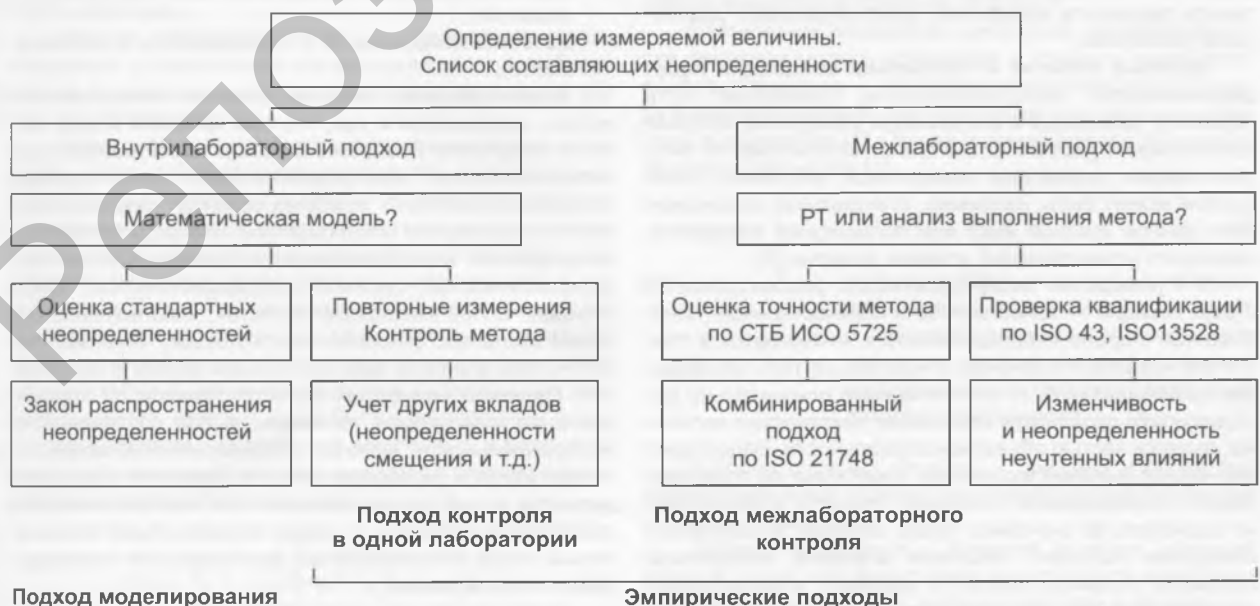


Рис. 1. Маршрутная карта (схема) подходов по оценке неопределенности

Базовая процедура Руководства предполагает раздельное оценивание неопределенности входных величин статистическим и нестатистическим методами с последующим расчетом вкладов неопределенности **через коэффициенты чувствительности**. Процедура вычисления коэффициентов чувствительности часто вызывает затруднения у метрологов-практиков. Облегчить этот процесс позволяет применение **метода частных приращений**, который к тому же позволяет автоматизировать процесс вычисления вкладов неопределенности и может быть использован при создании программного средства. Уменьшить влияние нелинейности модельного уравнения

при вычислении суммарной неопределенности типа A и осуществить учет наблюдаемой корреляции между оценками входных величин без вычисления значений коэффициентов корреляции можно путем применения **методов трансформации и редукции** [6]. **Метод трансформации** применяется при отсутствии корреляции, **метод редукции** — при ее наличии. В результате применения этих методов можно сразу получить суммарный вклад от составляющих неопределенности типа A (без вычисления коэффициентов чувствительности), который затем суммируется с вкладами типа B в соответствии с законом распространения неопределенности.



Рис. 2. Сущность модельного подхода к оцениванию неопределенности

Завершающей операцией является оценивание расширенной неопределенности, формирующей интервал охвата результата измерения, рассчитываемой различными способами.

Базовые понятия и положения концепции неопределенности. Неопределенность (измерения) есть параметр, связанный с результатом измерения, который характеризует рассеяние значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине. Параметром может быть, например, стандартное отклонение (или данное кратное ему) или полуширина интервала, имеющего установленный уровень доверия [1].

В Руководстве неопределенность рассматривается с двух позиций — качественной и количественной. Качественная сторона неопределенности заключается в том, что она «означает сомнение относительно того, что событие произойдет» [1], то есть сомнение относительно достоверности результата измерения. Физические величины, являясь частью объективной реальности, существуют вне нашего желания и сознания, измерение же позволяет лишь с определенной степенью точности количественно оценивать их значения. Таким образом, в результате измерения получают числовое значение измеряемой величины (точечную оценку) и параметр, количественно характеризующий точность получения данного значения — неопределенность (интервальную оценку).

Неопределенность измерения является мерой:

- знаний о значениях измеряемой величины после измерения;
- качества измерения (в т. ч. надежности и достоверности).

Количественная сторона понятия «неопределенность» заключается в том, что она является мерой точности результата измерения и может характеризоваться *дефинициальной* неопределенностью, *стандартной* неопределенностью, *комбинированной* неопределенностью, *суммарной стандартной* неопределенностью, *расширенной* неопределенностью, *относительной* неопределенностью, *целевой* неопределенностью. Таким образом, слово «неопределенность», используемое без прилагательных, относится как к общему понятию, так и к любым или всем количественным мерам этого понятия. Результат измерения является наилучшей оценкой значения измеряемой величины, и все составляющие неопределенности, включая систематические эффекты, вносят вклад в дисперсию. Обычно результат измерения является только аппроксимацией или оценкой значения измеряемой величины и, таким образом, будет полным, только когда сопровождается установлением неопределенности этой оценки.

Дефинициальная неопределенность [U_{def}] — составляющая неопределенности измерения, являющаяся

результатом ограниченной детализации в определении измеряемой величины. Дефинициальная неопределенность есть действительная минимальная неопределенность измерения, достижимая в любом измерении данной измеряемой величины. Любое изменение в описательных деталях приводит к другой дефинициальной неопределенности. В предельном случае значение дефинициальной неопределенности вытекает из соотношения Гейзенберга, устанавливающего нижний предел точности одновременного определения пары, характеризующих квантовую систему физических наблюдаемых, описываемых некоммутирующими операторами. Фундаментальное неравенство для неопределенностей координаты Δx микрочастицы и ее импульса Δp запишется в виде [7]:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

где \hbar — постоянная Планка.

Дефинициальная неопределенность может быть «заложена» в определениях величин как физических свойств объектов (цвета, белизны и др.) и единиц измерений (Ампера, Вольта и др.).

Стандартная неопределенность $[u]$ — неопределенность результата измерений, выраженная в виде среднего квадратического отклонения [1].

Стандартное отклонение (случайной переменной или распределения вероятностей) — положительный квадратный корень из дисперсии [1]:

$$\sigma = \sqrt{V(X)}. \quad (2)$$

Дисперсия — мера рассеяния, которая представляет собой сумму возведенных в квадрат отклонений наблюдаемых значений от их среднего значения, деленную на число, на единицу меньшее, чем число наблюдений [1]:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (3)$$

Относительная стандартная неопределенность

$\left[\frac{u(x)}{x} \right]$ — стандартная неопределенность измерения, разделенная на абсолютное значение измеренного значения величины.

Целевая неопределенность — неопределенность измерения, установленная как верхний предел и выбранная на основании предполагаемого использования результатов измерения [1].

Суммарная стандартная неопределенность $[u_c(y)]$ — стандартная неопределенность результата измерения, когда результат получают из значений ряда других величин, равная положительному квадратному корню суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенными в соответствии с тем, как результат измерения изменяется в зависимости от изменения этих величин. Суммарная стандартная неопределенность $u_c(y)$ представляет собой оцененное стандартное отклонение и характеризует разброс значений, которые могут быть с достаточным основанием приписаны измеряемой величине Y , и рассчитывается из суммарной дисперсии $u_c^2(y)$ по закону распределения неопределенностей [1]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + cov(x_i, x_j), \quad (4)$$

где f — функция, представляющая собой математическую модель измерений;
 $u(x_i)$ — стандартная неопределенность, оцененная по типу A или B ;

$\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ — частные производные, называемые

коэффициентами чувствительности, показывающие, как выходная оценка y изменяется с изменением значений входных оценок x_1, x_2, \dots, x_N ;

$cov(x_i, x_j)$ — ковариация между входными величинами x_i и x_j .

Если обозначить $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) = c_i$, то закон распределения

неопределенностей примет вид [1]:

$$u_{c_2}(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + cov(x_i, x_j). \quad (5)$$

Для удовлетворения требований в некоторых областях промышленности и торговли, здравоохранения и безопасности необходимо также указывать расширенную неопределенность.

Расширенная неопределенность $[U(y)]$ — величина, определяющая интервал вокруг результата измерения, в пределах которого, можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли быть приписаны измеряемой величине. Эта часть распределения может рассматриваться как вероятность охвата или уровень доверия для интервала. Расширенная неопределенность находится путем умножения стандартной неопределенности на коэффициент охвата (покрытия) k [1]:

$$U_p = k \cdot u_c(y). \quad (6)$$

Коэффициент охвата — числовой коэффициент, используемый как множитель суммарной стандартной неопределенности для получения расширенной неопределенности. Обычно численное значение коэффициента охвата находится в пределах от 2 до 3.

Важнейшим элементом концепции неопределенности являются модель измерения и функция измерения. *Модель измерения* — математическая зависимость между всеми величинами, о которых известно, что они вовлечены в измерение [4]. Общей формой модели измерения является уравнение [1]:

$$h(Y, X_1, \dots, X_N) = 0, \quad (7)$$

где Y — выходная величина в модели измерения, является измеряемой величиной, о значении величины которой будет делаться заключение на основании информации о входных величинах в модели измерения x_1, \dots, x_N .

В более сложных случаях — при двух и более выходных величинах, модель измерения состоит более чем из одного уравнения.

Функция измерения — функция величин, значение которой, когда при вычислении используются известные значения величины для входных величин в модели измерения, является измеренным значением выходной

величины в модели измерения [1]. Функция измерения записывается в виде:

$$Y = f(X_1, \dots, X_n), \quad (8)$$

где Y является выходной величиной в модели измерения.

В более общем смысле функция измерения может изображать символически алгоритм получения для значений входных величин (X_1, \dots, X_n) соответствующего однозначного значения выходной величины $y = f(X_1, \dots, X_n)$. Функция измерения также используется для вычисления неопределенности измерения, связанной с измеренным значением величины Y .

Входная величина в модели измерения — величина, которая должна быть измерена, или величина, значение которой может быть получено другим способом, для того чтобы рассчитать измеренное значение измеряемой величины [8].

Пример. Если длина стального стержня при заданной температуре является измеряемой величиной, действительная температура, длина при этой действительной температуре и коэффициент линейного температурного расширения стержня являются входными величинами в модели измерения.

Входная величина в модели измерения часто является выходной величиной измерительной системы. Показания, поправки и влияющие величины могут быть входными величинами в модель измерения.

Выходная величина в модели измерения — величина, измеренное значение которой вычисляют, используя значения входных величин в модели измерения [8].

Интервал охвата — интервал, содержащий совокупность истинных значений измеряемой величины с заданной вероятностью, основываясь на доступной информации [8]. Интервал охвата необязательно будет сцентрирован около измеренного значения величины. Для интервала охвата не должен использоваться термин «доверительный интервал», чтобы избежать путаницы со статистической концепцией. Интервал охвата может быть получен из расширенной неопределенности измерения [8].

Вероятность охвата — вероятность, с которой определенный интервал охвата содержит совокупность истинных значений измеряемой величины [8]. В Руководстве для вероятности охвата также используется термин «уровень доверия».

Согласованное значение величины — значение величины, приписанное по соглашению величине для данной цели [8].

Пример 1. Нормированное ускорение свободного падения (прежде называемое «нормированное ускорение из-за гравитации») $g_n = 9,80665 \text{ м с}^{-2}$.

Пример 2. Согласованное значение величины постоянной Джозефсона $K_{J-90} = 483 597,9 \text{ ГГц В}^{-1}$.

Пример 3. Согласованное значение величины данного эталона массы $m = 100,00347 \text{ г}$.

Иногда согласованное значение величины является оценкой истинного значения величины. Для согласованного значения величины иногда предполагается, что связанная с ним неопределенность измерения будет пренебрежимо малой и может быть равной нулю.

Оценку измеряемой величины Y , обозначенную y , получают из уравнения (9), используя входные оценки (x_1, x_2, \dots, x_n) для значений n величин (X_1, X_2, \dots, X_n) . Выходная оценка y , которая является результатом измерения, выражается следующим образом:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (9)$$

Бюджет неопределенности — отчет о неопределенности измерения, составляющих такой неопределенности измерения, их вычислении и комбинировании [8]. Бюджет неопределенности должен включать модель измерения, оценки и неопределенности измерения, связанные с величинами, входящими в модель измерения, ковариации, виды применяемых функций плотности вероятностей, степени свободы, тип оценки неопределенности измерения и некоторый коэффициент охвата.

Центральная Предельная Теорема, лежащая в основе концепции неопределенности, показывает проявление статистической природы физических явлений, заключающейся в том, что в подавляющем большинстве случаев распределения физических величин могут рассматриваться как результаты свертки распределений других влияющих величин, вследствие чего при укрупненном рассмотрении не наблюдается резких переходов от наименьшего к наибольшему возможному значению, и большинство значений величины концентрируются вблизи математического ожидания. Таким образом, если

$$Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N = \sum_{i=1}^N c_i X_i \text{ и все } X_i \text{ характеризу-$$

ются нормальными распределениями, тогда результирующее свернутое распределение Y будет также нормальным. Однако даже если распределения X_i не являются нормальными, то распределение Y часто может быть аппроксимировано нормальным распределением благодаря Центральной Предельной Теореме. Центральная Предельная Теорема имеет особое значение, так как она показывает важную роль, которую играют дисперсии распределений вероятностей входных величин, по сравнению с той ролью, которую играют моменты более высокого порядка, при определении формы результирующего свернутого распределения выходной величины Y [1].

Распределение Y будет приблизительно нормаль-

ным с ожиданием $E(Y) = \sum_{i=1}^N c_i E(X_i)$ и дисперсией

$$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \sigma^2(X_i), \text{ где } E(Y) \text{ — математическое}$$

ожидание X_i , $\sigma^2(Y)$ — дисперсия X_i , если X_i — независимая случайная величина, а $\sigma^2(Y)$ много больше, чем любая отдельная составляющая от ненормально распределенной X_i .

Данная теорема подразумевает, что свернутое распределение стремится к нормальному по мере увеличения входных величин, вносящих свой вклад в $\sigma^2(Y)$; что эта сходимость будет тем более быстрой, чем ближе значения величин $c_i^2 \sigma^2(X_i)$ друг к другу (что эквивалентно на практике тому, что каждая оценка входной величины X_i вносит сравнимую неопределенность в неопределенность оценки y измеряемой величины Y); и что чем ближе распределения X_i к нормальному, тем меньше этих X_i необходимо, чтобы получить нормальное распределение для Y . Прямоугольное распределение является экстремальным примером ненормального распределения, но свертка всего трех таких распределений равной ширины является приблизительно нормальной.

Из Центральной Предельной Теоремы следует, что распределение вероятностей среднего арифметического

\bar{x} из n наблюдений x_i случайной переменной x с ожиданием μ_x и конечным стандартным отклонением σ приближается к нормальному распределению со средним μ_x

и стандартным отклонением $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ при $n \rightarrow \infty$, каким бы ни

было распределение вероятностей x . Когда может быть

установлено, что требования Центральной Предельной Теоремы приблизительно удовлетворены, в частности, если суммарная стандартная неопределенность $u_c(y)$ не доминируется составляющей стандартной неопределенности, полученной из оценивания по типу А на основе всего нескольких наблюдений, или составляющей стандартной неопределенности, полученной по типу В на основе предполагаемого равномерного распределения; тогда разумно в качестве первого приближения для расчета расширенной неопределенности $U_p = k_p \cdot u_c(y)$, которая обеспечивает уровень доверия p , использовать для k_p значение из нормального распределения.

Распределение Стьюдента. Для того чтобы получить приближение лучше, чем простое использование коэффициента охвата k_p из нормального распределения, следует признать, что расчет интервала, имеющего заданный уровень доверия, требует не распределе-

ния переменной $\frac{Y - E(Y)}{\sigma(Y)}$, а распределения переменной $\frac{y - Y}{u_c(y)}$. Это происходит потому, что на практике все, что обычно имеется в наличии, это y — оценка Y , полученная из $y = \sum_{i=1}^N c_i x_i$. Строго говоря, в выражении $\frac{y - Y}{u_c(y)}$ Y следует понимать, как $E(Y)$ [1].

Если z — нормально распределенная случайная переменная с ожиданием μ_z и стандартным отклонением σ , а Z — среднее арифметическое n независимых наблюдений z_i величины z с $s(Z)$ экспериментальным стандартным отклонением от Z , то распределение переменной $t = \frac{\bar{z} - \mu_z}{s(z)}$ есть t -распределение Стьюдента с $v = n - 1$ степенями свободы.

Если одновременно измеряются две величины, то $v = n - 2$, для m измеряемых величин $v = n - m$.

$$\text{Тогда } t = \frac{\bar{z} - \mu_z}{s(z)} = \frac{\bar{X} - X}{s(X)} = \frac{y - Y}{u_c(y)} \text{ распределена}$$

в соответствии с t -распределением с вероятностью:

$$\text{Pr}\{-tp(v) \leq t \leq tp(v)\} = p, \quad (10)$$

где $tp(v)$ есть значение t для данного значения числа v степеней свободы — такое, что часть p t -распределения охвачена интервалом $[-tp(v); +tp(v)]$:

$$\text{Pr}\{y - tp(v)u_c(y) \leq Y \leq y + tp(v)u_c(y)\} = p.$$

Количество степеней свободы — это число элементов в совокупности минус количество ограничений. Степенями свободы называют независимые переменные (непрерывные или дискретные), характеризующие состояние физической системы. Для единственной величины, оцененной средним арифметическим из n независимых наблюдений, число степеней свободы $v = n - 1$. Если n независимых наблюдений используются для определения двух величин, то числом степеней свободы их стандартных неопределенностей будет $v = n - 2$. Таким образом, расширенная неопределенность $U_p = k_p u_c(y) = t_p(v) u_c(y)$ определяет

интервал от $y - U_p$ до $y + U_p$ (или $Y = y \pm U_p$), который, как можно ожидать, включает часть p распределения значений, которые обоснованно могли бы быть приписаны Y , а p — вероятность охвата или уровень доверия [1].

Некоторые значения $t_p(v)$ для различных значений v и p приводятся в специальных таблицах. По мере того как $v \rightarrow \infty$, t -распределение приближается к нормальному, и справедливо выражение [1]:

$$t_p(v) \approx k_p \sqrt{1 + \frac{2}{v}}, \quad (11)$$

где k_p — коэффициент охвата, необходимый для получения интервала с уровнем доверия p для нормально распределенной переменной.

Значение $t_p(\infty)$ для данного p равно значению k_p для того же p . Часто t -распределение приводится в таблицах в квантилях; даются значения $t_{1-\alpha}$, где

$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{t_{1-\alpha}} f(t, v) dt$ есть квантиль. Таким образом,

$t_p(v)$ и $t_{1-\alpha}(v)$ связаны соотношением $p = 1 - 2\alpha$. В строгом смысле t -распределение не будет описывать распределение переменной $\frac{y - Y}{u_c(y)}$, но оно может быть аппрок-

симировано t -распределением при числе эффективных степеней свободы v_{eff} , полученном из формулы Велча-Саттерсвейта [1]:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}, \quad (12)$$

где $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) — вклады в стандартную неопределенность измерения, которая соответствует оценке y выходной величины;

v_i — эффективная степень свободы вклада в неопределенность $u_i(y)$.

$$v_{eff} \leq \sum_{i=1}^N v_i \quad (13)$$

Степень свободы — в общем случае число слагаемых минус число ограничений, налагаемых на них.

Величина v_{eff} , являясь «сверткой» степеней свободы каждой входной величины, представляет собой количество степеней свободы суммарной стандартной неопределенности. Расширенная неопределенность $U_p = k_p u_c(y) = t_p(v_{eff}) u_c(y)$ обеспечивает интервал $Y = y \pm U_p$, имеющий приблизительный уровень доверия p . Если значение v_{eff} , полученное из уравнения (13), не является целым числом, то соответствующее значение t_p может быть найдено из таблицы [1, с. 81] путем интерполяции или путем уменьшения v_{eff} до ближайшего целого числа. При оценивании стандартной неопределенности на основе априорного распределения вероятностей (по типу В) в неявной форме допускалось, что «значение $u(x_j)$, полученное в результате такого оценивания, известно точно» [1]. Например, когда $u(x_j)$ получают из прямого распределения вероятностей, $u(x_j)$ рассматривается в качестве константы без неопределенности. Это означает, что в соответствии с уравнением (8), где ве-

личина в квадратных скобках есть относительная неопределенность, количество степеней свободы $\nu_i \rightarrow \infty$ [1].

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \frac{u^2(x_i)}{\sigma^2[u(x_i)]} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{u(x_i)}{\Delta u(x_i)} \right]^2 \quad (14)$$

Выводы.

1. Основным количественным выражением неопределенности измерения является стандартная неопределенность и суммарная стандартная неопределенность $u_c(y)$. В тех случаях, когда это необходимо, вычисляют расширенную неопределенность $U(Y)$.
2. Между характеристиками погрешности и неопределенностями существует определенное соответствие: среднее квадратическое отклонение математически идентично стандартной неопределенности, доверительные границы в некоторых случаях — расширенной неопределенности.
3. Способ оценивания доверительных границ погрешности результата измерения аналогичен вычислению расширенной неопределенности. Некоторое методологическое различие в подходе к определению коэффициента охвата, соответствующего коэффициенту k , который традиционно используется в отечественной нормативной документации, незначительно сказывается на результатах оценивания характеристик погрешности (неопределенности) измерения в практических задачах.
4. Наша уверенность в утверждении относительно неизвестного значения интересующего нас параметра численно выражается с помощью вероятности. Эта уверенность зависит от имеющихся у нас знаний и информации об исследуемом параметре и возрастает и корректируется по мере их пополнения. Все измеряемые величины являются непрерывными случайными величинами. В соответствии с имеющейся информацией о случайной величине ей приписывают распределение вероятностей. Распределения вероятностей являются исчерпывающими характеристиками случайных величин и выражаются в виде функции распределения или функции плотности распределения.
5. Для количественной оценки случайных величин и выражения в более сжатой форме наиболее существенных особенностей распределения используют числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение. С помощью операции оценивания числовым характеристикам случайных величин приписывают оценки, которыми, если для случайной величины получен ряд наблюдений, могут быть среднее арифметическое значение, выборочная дисперсия, выборочное стандартное отклонение или, если для случайной величины построено априорное распределение, характеристики этого распределения. [8].
6. Неопределенность измерений включает составляющие, обусловленные систематическими эффектами, такие, как составляющие, связанные с поправками и приписанными значениями величины эталонов, а также дефинитивную неопределенность. Иногда не вводят поправки на оцененные систематические эффекты, а вместо этого учитываются соответствующие составляющие неопределенности измерения. Параметром может быть, например, стандартное отклонение, называемое стандартной неопределенностью измерения (или кратное ему значение), или половина длины интервала с установленной вероятностью охвата. Некоторые из составляющих могут

быть оценены по типу А оценивания неопределенности измерения на основании статистического распределения значений величины из серий измерений и могут характеризоваться стандартными отклонениями. Другие составляющие, которые могут быть оценены по типу В оценивания неопределенности измерения, могут также характеризоваться стандартными отклонениями, оцениваемыми из функций плотности вероятностей на основании опыта или другой информации. Таким образом, неопределенность измерения связывается с установленным значением величины, приписываемым измеряемой величине. Изменение этого значения приводит к изменению связанной (с ним) неопределенности.

7. Достоинством модельного подхода является возможность анализа вкладов неопределенности, позволяющая в дальнейшем осуществить менеджмент измерительного процесса в направлении повышения достоверности получаемых результатов. Важным элементом модельного подхода является бюджет неопределенности, облегчающий учет составляющих, их анализ и при необходимости служащий основой для автоматизации оценивания неопределенности. Общими недостатками всех реализаций такого подхода является сложность в учете составляющей неопределенности, которая обусловлена неадекватностью модельного уравнения объекту и реальным условиям измерения, а также относительно невысокая достоверность получаемых оценок расширенной неопределенности, обусловленная неизбежными упрощениями и ограничениями при учете исходных данных о законах распределения и степени корреляции оценок входных величин. Реализация модельного подхода, описанного в Руководстве, не только имеет ограничения по диапазону применимости и достоверности, но и в ряде случаев (например, измерения при количественном химическом анализе) затруднена в применении из-за трудоемкости реализации.

Библиография

1. *Руководство по выражению неопределенности измерения*. — СПб.: Государственное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И.Менделеева». 1999. — 119 с.
2. Серенков П.С., Жагора Н.А., Савкова Е.Н. *Научно-методические аспекты современной метрологии. Метрология и приборостроение*. — Минск.: Изд-во при Госстандарт РБ, БелГИМ, 2010. — № 2. — С. 13–21.
3. *Отчета Eurolab №1/2002 «Неопределенность измерения в испытаниях»*
4. *ISO 21748 Technical Specification. Guidance for the use of repeatability, reproducibility and trueness estimates in measurement uncertainty estimation*
5. *EA-4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. EA.*
6. Захаров И.П., Кукуш В.Д. *Теория неопределенности в измерениях. Учеб. пособие: Харьков, Консум, 2002. — 256 с.*
7. Суханов А.Д. *Соотношения неопределенностей Шредингера и физические особенности коррелированно-когерентных состояний. Теор. Мат.Физ. Том 132. — № 3. (2002). — С. 449–468.*
8. *Международный словарь по метрологии. Основные и общие понятия и соответствующие термины. Санкт-Петербург: НПО «Профессионал», 2010. — 81 с.*