

## МЕТОДИКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВИБРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

<sup>1</sup> Авсиевич А.М., <sup>1</sup> Кудин В.В., <sup>1</sup> Кругликов А.А., <sup>1</sup> Шашко А.Е.

<sup>1</sup> *Белорусский национальный технический университет, Минск*

Предлагаемая методика предназначена для использования в процессе конструирования сложного технологического оборудования. Ее применение позволит разработать конструкцию механической системы, рассчитать и конструктивно обеспечить минимальный или допустимый уровень виброактивности в заданном диапазоне режимов работы и оптимизировать систему по критериям [1]:

- минимизации вибрационных характеристик (амплитуды вынужденных колебаний, виброскорости, виброускорения);
- устойчивости колебательных процессов;
- долговечности.

Сложносоставная механическая система должна рассматриваться как многофакторная совокупность многосторонних динамических взаимодействий входящих в нее элементов. При проектировании должна быть предусмотрена возможность расчета всех вибрационных параметров для выбранных деталей и узлов системы, вибрационное состояние которых определяет надежность и долговечность работы оборудования [2].

Процесс проектирования включает в себя следующие этапы:

I. Разработка схемы (модели). Данный этап должен включать в себя следующие последовательные действия.

1. Отбор элементов (деталей и узлов) системы, включаемых в структурную схему и динамическую модель. В число отобранных элементов включаются все массивные звенья. Отдельные узлы могут укрупненно заменяться сосредоточенными массами. Все отобранные элементы обладают реальными или приведенными массами, или моментами инерции и в последующем соединяются с другими упруго-диссипативными связями.

2. Определение диапазона изменения параметров внешних возмущающих воздействий и описание их в виде математических функций. Определение направлений внешних воздействий и элементов системы, к которым они непосредственно приложены. Внешние воздействия могут быть как силовыми, так и кинематическими [1,3].

3. Составление структурной схемы сложносоставной технологической системы, создание на ее основе динамической и математической модели. Элементы на схеме представляются в виде блоков, существующие упруго-диссипативные связи – в виде линий. Упругие элементы (пружины) устанавливаются между инерционными звеньями, массами пружин как правило допустимо пренебречь, либо привести их массы к инерционным звеньям. Отдельно на схеме могут быть выделены элементы обратной связи, обеспечивающие функции управления и корректировки вибрационного состояния. В качестве управляющих элементов могут выступать отдельные звенья-актюаторы с переменными инерционными и жесткостными параметрами. Также на данном этапе оценивается возможность варьирования инерционными и жесткостными параметрами звеньев с целью оптимизации свойств всей системы [2].

Созданная таким образом динамическая модель является адекватной, так как основные узлы механических систем представляют собой массивные и достаточно жесткие тела. Деформации же в них в основном сосредоточены в стыках и соединениях узлов.

4. Определение усредненных ожидаемых значений инерционных, жесткостных и диссипативных характеристик элементов системы, включенных в структурную схему и модель системы.

5. Выбор системы координат. Определение числа степеней свободы и оптимизация системы с целью минимизации ее обобщенных координат. За обобщенные координаты принимаются возможные направления колебательных движений выбранных элементов системы. Уменьшение количества обобщенных координат за счет объединения звеньев в элементы с общей приведенной инерционностью и жесткостью [3].

II. Математическое моделирование колебательных процессов системы.

1. В основе моделирования лежит запись и решение основного дифференциального уравнения колебательного движения, которое имеет вид [3]:

$$a\ddot{q} + b\dot{q} + cq = F(t), \quad (1)$$

где  $F(t)$  – функция, описывающая возмущающее внешнее воздействие,

$a$  – матрица инерционных коэффициентов системы (масс либо моментов инерции),

$b$  – матрица коэффициентов диссипации в направлении данной обобщенной координаты,

$c$  – матрица коэффициентов жесткости объекта в направлении обобщенной координаты.

$\ddot{q}, \dot{q}, q$  – виброускорение, виброскорость и виброперемещение в направлении возмущающего воздействия.

В сложносоставных системах как правило назначается несколько обобщенных координат. Тогда необходимо составлять и решать систему уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{q}_1 + \dots + a_{1n}\ddot{q}_n + b_{11}\dot{q}_1 + \dots + b_{1n}\dot{q}_n + c_{11}q_1 + \dots + c_{1n}q_n = F_1(t) \\ \dots \\ a_{n1}\ddot{q}_1 + \dots + a_{nm}\ddot{q}_n + b_{n1}\dot{q}_1 + \dots + b_{nm}\dot{q}_n + c_{n1}q_1 + \dots + c_{nm}q_n = F_n(t) \end{cases}, \quad (2)$$

Количество уравнений системы будет равно количеству обобщенных координат. Коэффициенты уравнений  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$  определяются исходя из анализа конкретной системы и представляют собой как правило приведенные к конкретным элементам инерционные, диссипативные и жесткостные параметры. Приведение масс производится по условию равенства кинетических энергий. Определение приведенной жесткости узла выполняется на основе равенства потенциальных энергий, а приведенного коэффициента диссипации – из условия равенства функции Релея.

Решение системы дифференциальных уравнений по заданным начальным условиям позволит получить зависимости всех обобщенных координат от времени.

2. Модальный анализ. Данная система уравнений (1) может быть применена для определения собственных колебаний системы. Для этого правые части уравнений следует приравнять нулю. Построение зависимостей собственных колебаний от времени позволит выявить собственные частоты и, соответственно, избегать совпадения их с частотой вынуждающей силы для недопущения резонансных явлений.

3. Решение системы уравнений (1) рекомендуется провести, используя преобразование Лапласа, посредством которого систему дифференциальных уравнений приводят к системе алгебраических уравнений. Из системы алгебраических уравнений непосредственно получают выражения для зависимостей координат в форме

изображений. Проводим обратное преобразование и получаем необходимые функции [4].

Для решения рекомендуется использовать систему символьной алгебры “Mathematica” (программный пакет Wolfram Mathematica 9.0). Также численное решение системы уравнений (1) можно получить, используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Сопоставление зависимостей всех указанных координат от времени позволит определить влияние колебаний ответственных элементов системы на точность обработки.

4. Гармонический анализ. Полученные решения по каждой обобщенной координате должны быть записаны в виде математических функций. Далее функции обобщенных координат и функции внешних воздействий в зависимости от времени, записанные в математической форме раскладываются в ряд Фурье. Это позволяет получить для каждой частоты  $\omega$  собственную амплитуду  $A(\omega)$  и начальную фазу колебаний  $\theta(\omega)$ , построить амплитудно-частотные (АЧХ) и фазо-частотные (ФЧХ) характеристики.

5. Далее строится годограф частотной передаточной функции, представляющей собой отношения комплексной амплитуды гармонических вынужденных колебаний  $A(i\omega)$  к комплексной амплитуде вынуждающей силы  $a(i\omega)$ .

$$W(i\omega) = \frac{A(i\omega)}{F(i\omega)}. \quad (3)$$

Она является собственной характеристикой системы, зависящей только от типа уравнений движения и параметров системы.

На годографе модуль вектора равен амплитуде вынужденных гармонических колебаний, а угол, отсчитываемый от положительного направления абсцисс против хода часовой стрелки, равен начальной фазе.

Этот годограф строится на комплексной плоскости. Тогда амплитуда  $A$  представляет комплексную амплитуду  $A(i\omega)$ . Действительная часть  $U(\omega)$  равна  $U(\omega) = A(\omega) \times \cos\theta(\omega)$ , а мнимая часть  $iV(\omega)$  соответственно равна  $V(\omega) = A(\omega) \times \sin\theta(\omega)$ .

6. Построение амплитудно-фазо-частотной характеристики (АФЧХ) частотной передаточной функции. Анализ такой характеристики позволяет определить устойчивость колебательных процессов. Если на полученном годографе кривая охватывает точку с координатой « - 1 », то процесс колебания являются неустойчивыми и механическая система не может обеспечить надежную реализацию технологического процесса. Любая точка, находящаяся в левой полуплоскости построенной АФЧХ указывает на ограниченную устойчивость колебаний на данной частоте, когда при некоторых изменениях внешних воздействий возможен неустойчивый колебательный процесс. Пример анализа АФЧХ шпинделя обрабатывающего центра показан на рисунке 1. Из него следует, что данная механическая система обладает запасом устойчивости, но на всех частотах, для которых точки АФЧХ лежат в левой полуплоскости относительно вертикальной оси координат, этот запас ограничен и увеличение интенсивности внешних воздействий может привести к потере устойчивости.

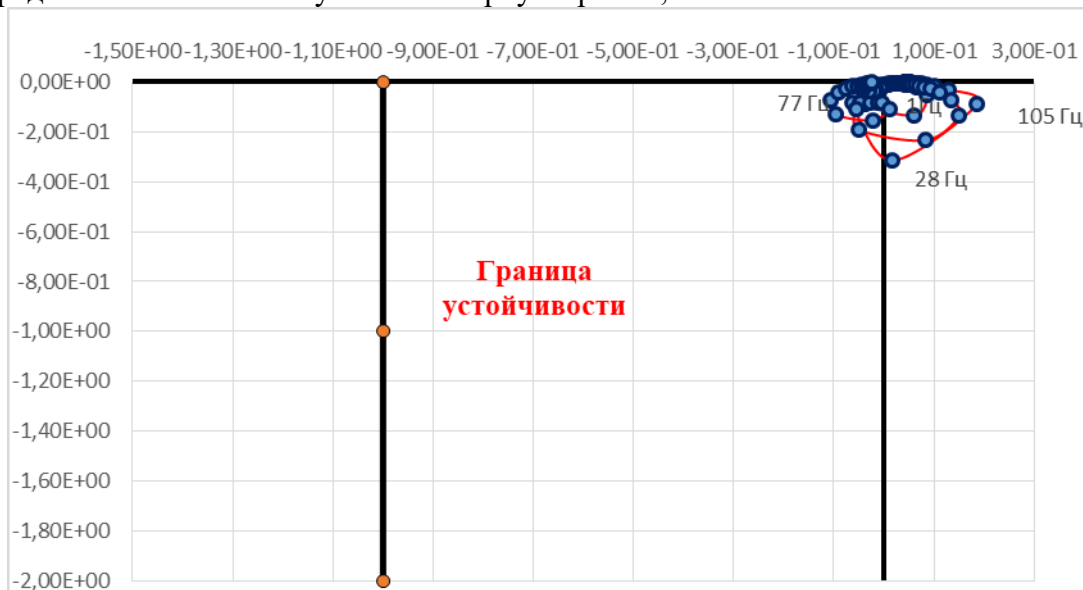
7. Для определения комплекса вибрационных параметров (виброперемещение, виброскорость, виброускорение) каждого элемента системы достаточно воспользоваться зависимостями амплитуд колебаний, т.к. виброскорости и виброускорения вычисляются как производные функций амплитуд (виброперемещений).

8. Для оптимизации проектируемой конструкции по критерию устойчивости необходимо определить диапазон изменения конструктивных параметров, влияющих

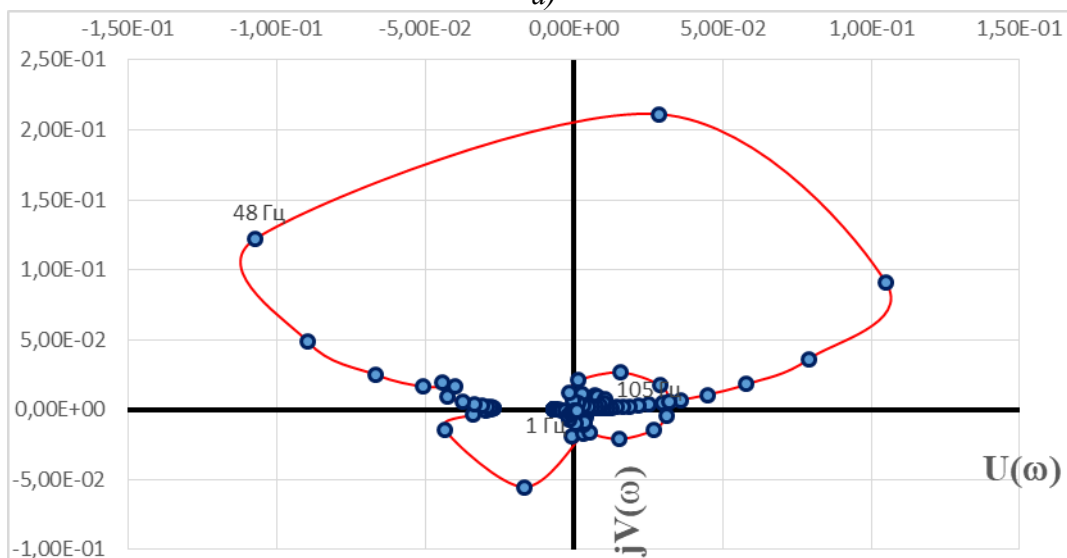
на инерционные, жесткостные и диссипативные характеристики системы. Затем на основе повторения шагов 3 – 6 найти диапазон конструктивных параметров, обеспечивающих устойчивость системы.

9. Для оценки влияния вибраций на долговечность элементов конструкций необходима следующая последовательность действий:

- определение линейных и угловых виброускорений;



а)



б)

Рис. 1. Характерные амплитудно-фазо-частотная характеристика шпинделя металлорежущего станка:

а – расположение относительно границы устойчивости; б – общий вид

- определение приведенных подверженных колебаниям масс и моментов инерций в точках, для которых найдены виброускорения;
- определение динамических нагрузок в виде сил и моментов сил;
- нахождение обусловленных динамическими нагрузками реакций между звеньями;
- расчет долговечности в количестве циклов нагружений с учетом найденных динамических реакций.
- по частоте вибраций и вероятному периоду их возникновения можно определить долговечность элементов конструкций в единицах времени.

Для систем с одной степенью свободы в случае необходимости повторения расчетов по пунктам 3- 9 для диапазона внешних условий с целью повышения производительности проектирования целесообразно пользоваться передаточными функциями между начальными звеньями, и теми, для которых производится расчет параметров. Передаточная функция есть отношение функций рассчитанных координат звеньев для определенного набора внешних факторов:

$$U_{ij} = \frac{q_i(t)}{q_j(t)}. \quad (4)$$

Эта функция зависит только от свойств системы и не изменяется в зависимости от внешних условий. При изменении внешних факторов достаточно знать функцию обобщенной координаты  $q_j(t)$  для начального звена. Тогда для любого  $i$ -го звена функция  $q_j(t)$  определится как:

$$q_j(t) = U_{ij} \times q_i(t). \quad (5)$$

### III. Создание геометрической модели механической системы.

Наличие рассчитанных оптимизированных инерционных и жесткостных параметров позволяет строить геометрическую модель по заданным критериям, подбирая соответствующим образом размеры и материалы звеньев механической системы. Алгоритмизированный и компьютеризированный расчет по приведенной методике позволяет быстро просчитать вибрационное состояние системы при любом изменении инерционных, жесткостных и диссипативных параметров ее элементов. Тем самым существенно повышается производительность и качество проектирования.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Чигарев, А.В. Введение в мехатронику: учебное пособие / А.В. Чигарев, К. Циммерманн, В.А. Чигарев. – Минск: БНТУ, 2013. – 388с.
2. Коловский, М.З. Динамика машин. – Л.: Машиностроение, – 1989. – 263 с.
3. Левитский, Н.И. Колебания в механизмах: учебное пособие для вузов. – Москва: Наука, 1988. – 336 с.
4. Греков, В.П. Теория автоматического управления. – Учебн. Пособие для вузов. – М.: Наука, 2003. – 93 с.