УДК 539.4

ИСКРИВЛЕНИЕ ЛУЧЕЙ ГРАВИТАЦИОННЫХ И ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ МАССИВНЫХ ТЕЛ

[1]Чигарев А.В., [2]Поленов В.С.

[1]*Белорусский национальный технический университет, Минск*
[2]*АНО ВО Автомобильно-транспортный институт, Воронеж*

Лучевая кинематика упругих, акустических, электромагнитных волн базируется на принципе Ферма и имеет оптико-механическую аналогию, согласно которой уравнения движения материальных частиц получаются из вариационных принципов механики аналогичных принципам Ферма [1,2].

В однородной изотропной среде лучи прямые линии, вдоль которых происходит перенос энергии в соответствии с законом Пайнтинга-Умова, аналогично тому, как в отсутствие силовых полей частицы движутся равномерно и прямолинейно [2,3]. Неоднородность среды вызывает искривление лучей, аналогично тому, как потенциал гравитационного поля искривляет траекторию материальной частицы [4,5].

Лучи волн, излучаемых с поверхности массивного тела, испытывают в слое атмосферы, прилежащем к поверхности тела, искривления за счет неоднородности и под действием сил гравитации.

1. Уравнения общей теории относительна, описывающие гравитационное поле, создаваемое массой имеют вид [3-5]:

$$R_{ik}-\frac{1}{2}Rg_{ik}-\lambda g_{ik}=\chi T_{ik},\ \ i,k=1,...4, \tag{1.1}$$

где R_{ik} - тензор кривизны, g_{ik} - метрический тензор, T_{ik} - тензор импульса-энергии, R - коэффициент кривизны, λ - малая величина порядка 10^{-23} см$^{-2}$, χ - универсальная постоянная, зависящая от гравитационной постоянной G порядка 10^{-8} см$^{2}\cdot$г$^{-1}\cdot$сек$^{-2}$.

Тензор T_{ik} удовлетворяет уравнениям [1-3]:

$$\frac{dT_{ik}}{dx_k}=0,\quad i,k=1,...4. \tag{1.2}$$

Отклонение метрики g_{ik} четырехмерного пространства-времени от евклидовой метрики: $g_{ii}=1\left(i=1,2,3\right)$, $g_{44}=-1$ проявляется в гравитационных явлениях. Движение материальной точки в гравитационном поле, свободное от воздействия сил (свободная материальная точка) движется по геодезической линии:

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}+\Gamma^i_{rs}\frac{dx^r}{ds}\frac{dx^s}{ds}=0, \tag{1.3}$$

где Γ^i_{rs} - символы Кристоффеля.

$$\Gamma^i_{rs}=\frac{1}{2}g^{ik}\left(\frac{\partial g_{rk}}{\partial x^s}+\frac{\partial g_{sk}}{\partial x^r}+\frac{\partial g_{rs}}{\partial x^k}\right). \tag{1.4}$$

Компоненты метрического тензора играют роль гравитационных потенциалов [4,5].

Как известно, теория скалярного гравитационного потенциала Ньютона следует из общей теории относительности и описывается уравнением, следующим из системы (1.1):

$$\nabla^2 g_{44} = \frac{2\rho}{\chi} - \frac{1}{\chi} g_{44} T. \tag{1.5}$$

Полагая

$$\chi = \frac{c^2}{8\pi f}, \frac{1}{4\pi\chi} = \frac{2f}{c^2}, g_{44} \approx 1. \tag{1.6}$$

Получим

$$\nabla^2 g_{44} = \frac{1}{\chi}\rho. \tag{1.7}$$

Таким образом, в линейном приближении квазистатики компонента R_{44} тензора кривизны R_{ij} вычисляется по формуле:

$$R_{44} = \frac{1}{2}\Delta g_{nr} \tag{1.8}$$

В случае динамики получаются уравнения:

$$\Box g_{ik} = \frac{2}{\chi}\left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T\right), \tag{1.9}$$

где оператор $\Box$ и T имеют соответственно вид:

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t} \qquad T = -xR, \quad R = g^{ik} R_{ik} \tag{1.10}$$

Уравнение (1.9) описывает распространение гравитационных волн [3-5].

Рассмотрим нахождение решения уравнения (1.3) в случае, когда реальное пространство, имеющее матрицу g_{ik} мало отличается от эвклидова с метрикой δ_{ik}. Представим g_{ik} в виде:

$$\delta_{ik} = g_{ik} + \varepsilon \varphi_{ik}(x^2) \tag{1.11}$$

где ε – малый параметр.

Тогда в первом приближении из (1.3) получаются уравнения:

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x^2} \, (i = 1,2,3) \tag{1.12}$$

Как известно, в ньютоновской механике для потенциальных сил уравнения движения материальной точки имеют вид:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{1}{m}\frac{\partial \Pi}{\partial x^i} \, (i = 1,2,3) \tag{1.13}$$

Для точечной массы m_1 с потенциалом взаимодействия:

$$\Pi = -f\frac{mm_1}{r} \tag{1.14}$$

матрица g_{44} имеет вид:

$$g_{44} = 1 - \frac{2fm_1}{c^2}\frac{1}{r} \tag{1.15}$$

Таким образом, в классической механике действие потенциального поля эквивалентно изменению метрики (кривизны) пространства.

2. Искривление лучей вблизи источника гравитации

Координаты луча в гравитационном поле удовлетворяют уравнению (1.3).

Запишем уравнение в сферической системе координат в случае, когда движение происходит в плоскости $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Уравнения для r (s) и φ (s) имеют вид [1]:

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 - \frac{2m}{r}\left(1 + r^2\frac{d^2\varphi}{ds^2}\right) = c_1$$
$$r^2\frac{d\varphi}{ds} = c_2 \qquad (2.1)$$

где m – гравитационная масса, r, φ - полярные координаты, s – параметр.

Отметим, что уравнения, аналогичные (2.1) получаются для плоской задачи о распространении луча в неоднородной среде. Уравнения получаются из принципа Ферма:

$$\delta\int nds = 0, \quad n = \frac{c}{c(\bar{x})} \qquad (2.2)$$

где n – лучевой коэффициент преломления среды, c – скорость в однородной, а $c(\bar{x})$ – скорость в неоднородной среде.

В полярной системе координат уравнение для луча имеет вид:

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 = \frac{1}{n^2}\left(n^2 + \left(\frac{dn}{d\varphi}\right)^2\right) \qquad (2.3)$$

Сравнивая (2.1) и (2.3), отметим, что если в (2.1) пренебречь $d^2\varphi/ds^2$, то получим уравнения ньютоновской механики, которые являются следствием законов сохранения энергии и момента количества движения. Будем считать, что материальная точка движется на расстоянии R от массивной точки, по прямой, уравнение которой имеет вид:

$$r\cos\varphi = R \qquad (2.4)$$

Соответственно, если положить в (2.3) $\frac{d^2n}{d\varphi^2} = 0$, то луч в среде не искривляется (является прямым).

Таким образом, из вышесказанного следует, что неоднородность и гравитация вызывают искривление траекторий лучей и частиц. При этом траектория частицы всегда искривляется в сторону гравитационной массы, а в случае лучей - искривляется в сторону увеличения коэффициента преломления. Следовательно, гравитационное поле создает неоднородность среды (вакуума).

Эффективный коэффициент преломления эквивалентной неоднородной среды вычисляется методом сопоставления [1-4].

Обозначим через $\Delta\alpha$ изменение угла поворота касательной к лучу на отрезке пути Δx, который в отсутствие притягивающей массы совпадает с осью y.

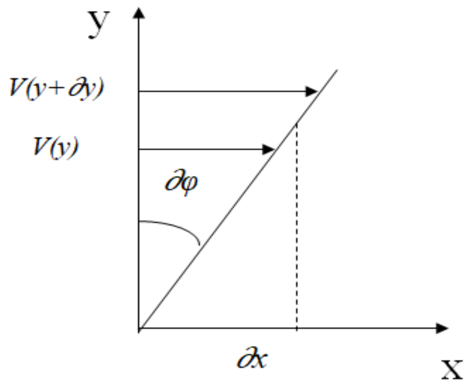

Рис. 1. Схема отклонения луча в направлении притягивающей массы оси x

Простая геометрическая схема для луча имеет вид:

$$\Delta\varphi = \frac{V(y+\Delta y)-V(y)}{\Delta y}\Delta t, \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{V} = \frac{n}{c}\Delta x \tag{2.5}$$

что в пределе дает $\Delta\alpha = -\frac{1}{n}\frac{dn}{dy}\Delta x$.

Для релятивистской частицы:

$$\Delta\alpha = \left(1+\frac{V^2}{c^2}\right)\frac{GM}{r^2c^2}\frac{ry}{y}\Delta x \approx 2\frac{GM}{r^2c^2}\frac{y}{r}\Delta x \tag{2.6}$$

Сравнивая (2.5), (2.6), получим:

$$\frac{1}{n}\frac{dn}{dy} = -2\frac{GM}{r^2c^2}\frac{y}{r} \tag{2.7}$$

Интегрируя (2.7), получим:

$$n = 1 + 2\frac{GM}{rc^2} \tag{2.8}$$

где G – константа, M – масса притягивающего тела, c – скорость света.

Рассмотрим распространение луча, излученного с поверхности тела радиуса R, со скоростью V_0, под углом φ_0.

Решение имеет вид:

$$r = \frac{h^2}{\left\{1 + e\cos\left(\varphi - \omega - \frac{3M^2}{h^2}\varphi\right)\right\}} \tag{2.9}$$

При $r = R$, $\varphi = \varphi_0$, ставятся начальные условия $\dot{r} = V_0$, из которых определяются постоянные h, ω.

Уравнения для лучей и волновых фронтов в случае $3D$ – пространства рассмотрены в [7] с учетом метрики пространства и геометрии волновых фронтов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кальчевский, Н.А. Курс теоретической механики т.2 / Н.А. Кальчевский // М.: Наука, 1977, 543с.*
2. *Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. Сборник статей, М.: Наука, 1971, 311с.*
3. *Толмен, Р. Относительность, термодинамика и космология / Р. Толмен // М.: Наука, 1974, 520с.*
4. *Боулер, М. Гравитация, относительность / М. Боулер // М.: Мир,1975, 215с.*

5. *Эйнштей, А. Теория гравитации / А. Эйнштей // Сб. статей, М., Мир, 1979, 559с.*
6. *Паули*, *В. Теория относительности / В. Паули // М., Наука, 1983, 336с.*
7. *Чигарев*, *А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / А.В. Чигарев // Минск, Технопринт, 2000, 425с.*