

3422



Министерство образования  
Республики Беларусь

**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

---

**Кафедра «Теория механизмов и машин»**

## **ИНФОРМАТИКА**

**Методическое пособие  
к лабораторным работам  
для студентов машиностроительных специальностей**

**Часть 4**

**Минск 2008**

Министерство образования Республики Беларусь  
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Теория механизмов и машин»

ИНФОРМАТИКА

Методическое пособие  
к лабораторным работам  
для студентов машиностроительных специальностей

В 4 частях

Часть 4

Второе издание, исправленное и дополненное

М и н с к 2 0 0 8

004

УДК ~~681.3~~(075.4)

ББК ~~32.081~~

И74

Авторы:

П. П. Анципорович, О. И. Алейникова, Т. И. Булгак, Н. Я. Луцко

Рецензенты:

В. И. Туромша, И. А. Каштальян

**Анципорович, П.П.**

И 74 Информатика: метод. пособие к лабораторным работам для студ. машиностроит. спец.: в 4 ч. / П. П. Анципорович [и др.]. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск: БНТУ, 2008. – Ч. 4. – 85 с.

ISBN 978-985-479-972-8 (Ч.4).

Учебное пособие представляет собой практикум по курсу «Информатика», предназначенное для студентов машиностроительного профиля. Практикум состоит из четырех частей. Часть 4 посвящена программированию задач с использованием подпрограмм, записей, файлов, а также численным методам решения инженерных задач. С целью лучшего понимания процесса программирования лабораторные работы включают два этапа – разработку и построение алгоритма, написание программы на алгоритмическом языке Паскаль.

Часть 1 данного пособия была переиздана в 2007 г., часть 2 – в 2006, а часть 3 – в 2008 г. (БНТУ).

1-е издание вышло в БНТУ в 2005 г.

УДК 681.3(075.4)

ББК 32.081

ISBN 978-985-479-972-8 (Ч.4).

ISBN 978-985-479-739-7

© БНТУ, 2008

## Лабораторная работа № 3.8

### ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДПРОГРАММ-ПРОЦЕДУР

Цель работы: приобретение практических навыков составления алгоритмов, программ с использованием подпрограмм-процедур.

#### *Теоретические сведения*

Часто в программе обнаруживаются однотипные участки, которые выполняют одни и те же действия, но с различными данными. Такие участки программ целесообразно оформлять в виде подпрограмм. Одним из видов подпрограмм являются процедуры. Они размещаются в разделе описания процедур и функций и имеют вид

```
Procedure <имя>(<формальные параметры>);  
{заголовок процедуры}  
<разделы описания данных>  
begin  
<раздел операторов>  
end;
```

где <имя> – имя процедуры;

<разделы описания данных> – могут содержать разделы Label, Const, Type, Var и раздел описания процедур и функций;

<формальные параметры> – список переменных с указанием их типа.

Параметры могут быть трех видов:

- 1) параметры-значения (входные параметры);
- 2) параметры-переменные (выходные параметры);
- 3) параметры функционально-процедурного типа.

Входные параметры – переменные, которые передаются в процедуру для ее выполнения. Они могут изменять свои значения, но эти изменения не возвращаются в головную программу.

Описание входных параметров процедуры в списке формальных параметров имеет следующий вид:

<список переменных> : <тип1> ; <список переменных 2> : <тип2> ; ...

Выходные параметры – это переменные, которые являются результатом выполнения процедуры, их значения возвращаются в го-

ловную программу. При описании выходных параметров процедуры в списке формальных параметров перед каждым описанием пишется слово **Var**:

**Var** <список переменных1> : <тип1> ; **Var** <список переменных2> : <тип2> ;

Пример заголовка процедуры имеет вид

```
Procedure SUM(k: integer; x, y: real; Var a, b: integer;
              Var w: real);
```

Вызов процедуры производится в требуемом месте раздела операторов в виде

<имя процедуры> (<фактические параметры>);

где фактические параметры – данные, с которыми выполняется процедура, перечисляются через запятую без указания их типа. Между формальными и фактическими параметрами должно быть полное соответствие

- по количеству;
- по порядку их следования;
- по типу данных.

Фактическими входными параметрами могут быть константы, переменные, выражения. Фактическими выходными параметрами могут быть только переменные.

Пример обращения к процедуре SUM может иметь вид

```
SUM(k1, x1, y1, a1, b1, w1);
```

или

```
SUM(2, 2.7, x1+y1, a1, b1, w1);
```

В данном примере шести формальным параметрам соответствует шесть фактических, из них двум формальным выходным параметрам *a* и *b* целого типа и одному *w* вещественного типа соответствуют два фактических *a1*, *b1* типа *integer* и один *w1* типа *real*.

Пример. Для заданных массивов  $P(8)$ ,  $Q(15)$ ,  $R(k)$ , где  $k \leq 25$ , определить максимальные элементы и их месторасположение.

Очевидно, что повторяющимися процессами являются:

- 1) ввод массива;
- 2) определение максимального элемента и его номера.

Реализуем их двумя процедурами – **VVOD** и **MAX**.

В процедуре ввода массива VVOD формальными параметрами являются следующие:

$n$  – размерность массива – входной параметр;

$A$  – массив – выходной.

Процедура MAX имеет формальные параметры:

$n$  – размерность массива – входной;

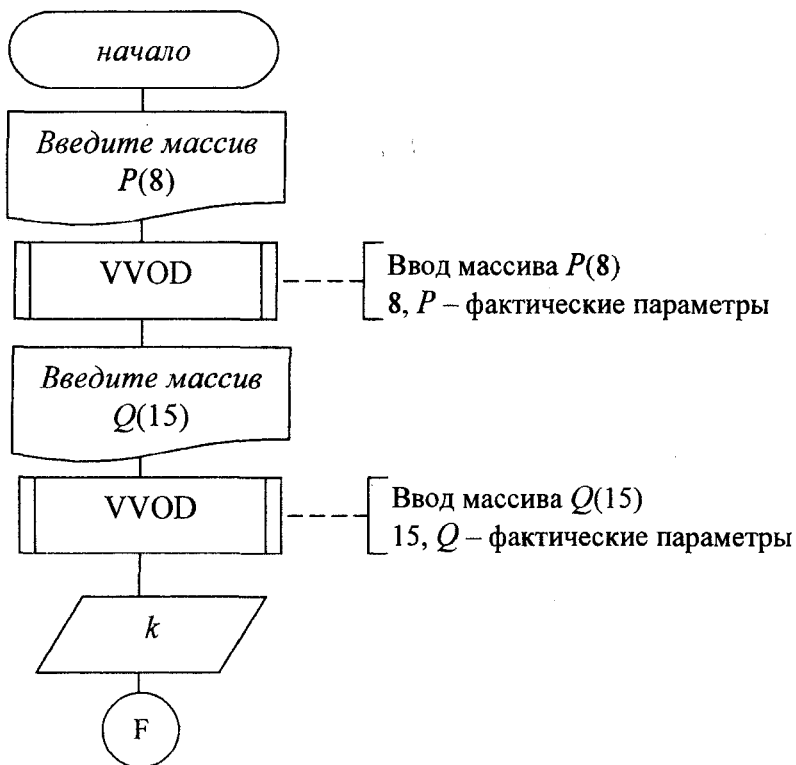
$A$  – массив – входной;

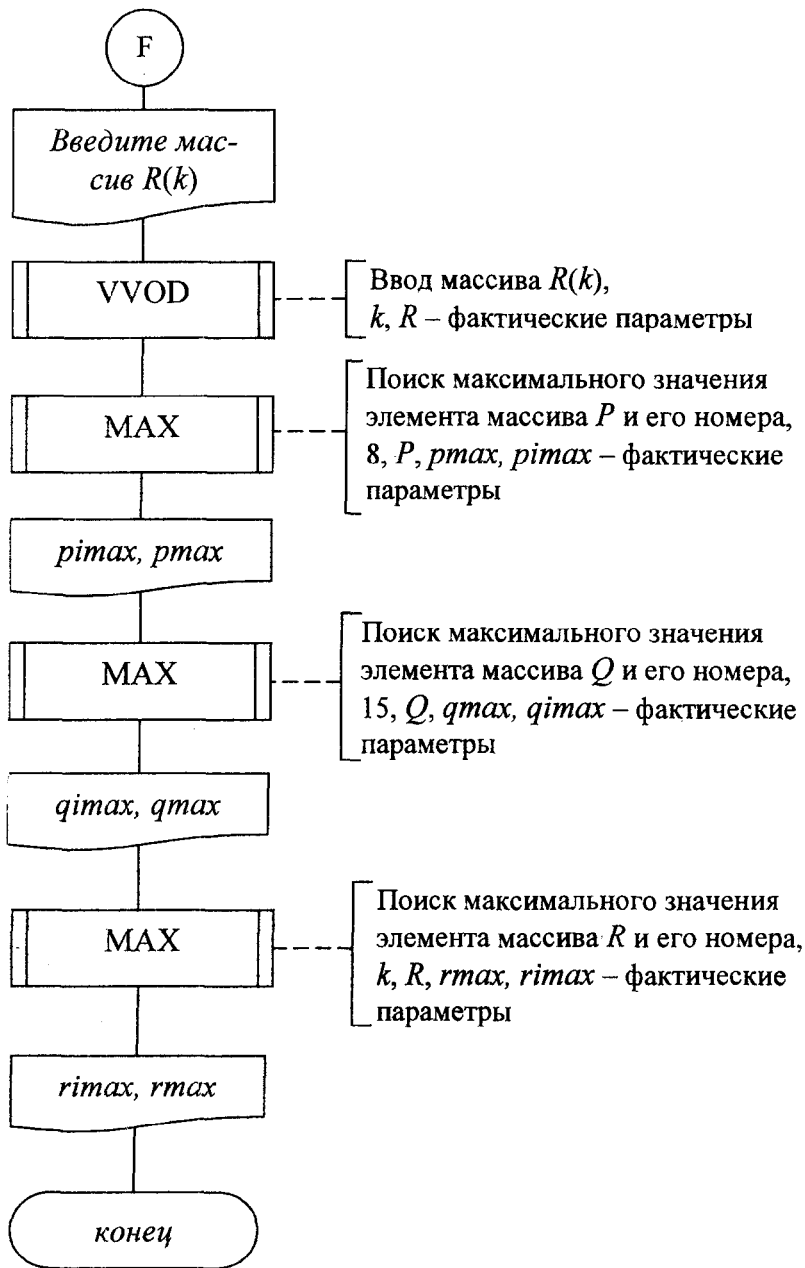
$amax$  – значение максимального элемента – выходной;

$imax$  – значение его номера – выходной.

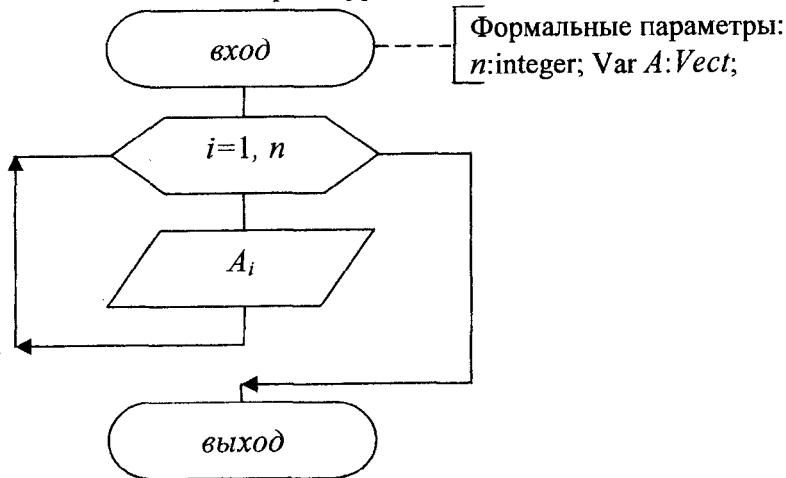
При решении поставленной задачи потребуется обратиться к названным процедурам для каждого заданного массива.

Схемы алгоритмов головной программы и процедур имеют вид

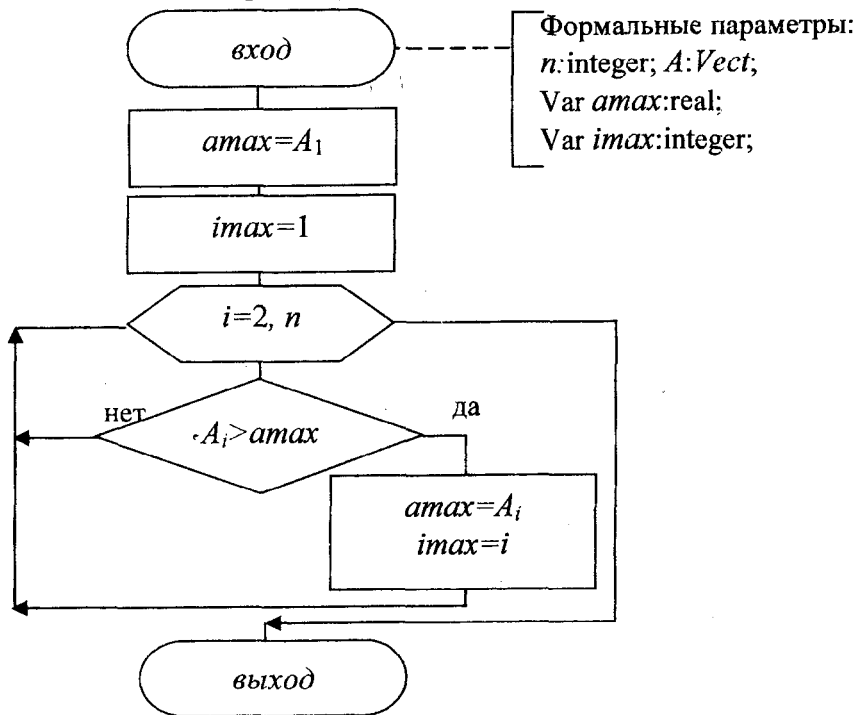




### Процедура VVOD



### Процедура MAX





Текст программы на языке Паскаль имеет вид

```
Program lr9_111;{ 103111 User 54 Иванов И. }
Uses Crt;
Type Vect=array [1..25] of real;
Var k,pimax,qimax,rimax:integer;
    P,Q,R:Vect;
    pmax,qmax,rmax:real;
Procedure VVOD(n:integer;Var A:Vect);
  Var i:integer;
  begin
    for i:=1 to n do read(A[i]);
    writeln
  end;
Procedure MAX(n:integer;A:Vect;
  Var amax:real;Var imax:integer);
  Var i:integer;
  begin
    amax:=A[1];
    imax:=1;
    for i:=2 to n do
      if A[i]>amax then
        begin
          amax:=A[i];
          imax:=i
        end
    end;
  begin
    Clrscr;
    writeln('Введите массив P(8):');
    VVOD(8,P);
    writeln('Введите массив Q(15):');
    VVOD(15,Q);
    writeln('Введите количество элементов',
      'массива R:');
    readln(k);
    writeln('Введите массив R(k)');
    VVOD(k,R);
    writeln('Максимальный элемент ',
      'массива P и его номер:');
```

```

MAX(8, P, pmax, pimax);
writeln('P[' , pimax:2, ']=', pmax:5:2);
writeln('Максимальный элемент ',
        'массива Q и его номер:');
MAX(15, Q, qmax, qimax);
writeln('Q[' , qimax:2, ']=', qmax:5:2);
writeln('Максимальный элемент ',
        'массива R и его номер:');
MAX(k, R, rmax, rimax);
writeln('R[' , rimax:2, ']=', rmax:5:2);
Repeat until Keypressed
end.

```

Результаты работы программы имеют вид

Введите массив P(8):

2.3 4.6 1.6 -5.6 3.4 -7.5 -9.2 6.1

Введите массив Q(15):

4.1 6.1 6.8 -3.6 -9.2 0.1 2.3 4.3 6.3 5.6  
-2.4 -5.2 8.2 0.3 6.4

Введите количество элементов массива R:

6

Введите массив R(k)

4.6 1.5 5.5 -0.2 0.1 -4.0

Максимальный элемент массива P и его номер:

P[ 8]= 6.10

Максимальный элемент массива Q и его номер:

Q[13]= 8.20

Максимальный элемент массива R и его номер:

R[ 3]= 5.50

### ***Контрольные вопросы***

1. В каких случаях используются процедуры?
2. Какого вида могут быть формальные параметры?
3. Опишите структуру процедуры.
4. Каковы правила обращения к процедуре?

### Задания для выполнения

#### В а р и а н т 1

Используя массивы  $A(k)$ ,  $B(k)$ , где  $k \leq 15$ , построить массивы  $C(k)$ ,  $D(k)$  с элементами

$$C_i = x \cdot A_i;$$

$$D_i = \alpha \cdot B_i, \text{ где } x, \alpha - \text{ вещественные.}$$

#### В а р и а н т 2

Используя массивы  $Z(l)$ ,  $W(l)$ , где  $l \leq 25$ , построить массивы  $H(l)$ ,  $G(l)$  с элементами

$$H_i = \frac{Z_i}{a};$$

$$G_i = \frac{W_i}{c}, \text{ где } a, c - \text{ вещественные.}$$

#### В а р и а н т 3

Используя массивы  $X(m)$ ,  $Y(m)$ , где  $m \leq 20$ , построить массивы  $K(m)$ ,  $L(m)$  с элементами

$$K_i = X_i^2 + a^2;$$

$$L_i = Y_i^2 + b^2, \text{ где } a, b - \text{ вещественные.}$$

#### В а р и а н т 4

Используя массивы  $T(l)$ ,  $V(l)$ , где  $l \leq 23$ , построить массивы  $Z(l)$ ,  $Y(l)$  с элементами

$$Z_i = a + T_i^2;$$

$$Y_i = b + V_i^2, \text{ где } a, b - \text{ вещественные.}$$

#### В а р и а н т 5

Используя массивы  $A(k)$ ,  $B(k)$ ,  $C(k)$ , где  $k \leq 18$ , построить массивы  $H(k)$ ,  $G(k)$  с элементами

$$H_i = \sqrt{|A_i|} + B_i;$$

$$G_i = \sqrt{|B_i|} + C_i.$$

### В а р и а н т 6

Используя массивы  $H(m)$ ,  $G(m)$ , где  $m \leq 17$ , построить массивы  $A(m)$ ,  $B(m)$  с элементами

$$A_i = \sqrt{|H_i| + l_1};$$

$$B_i = \sqrt{|G_i| + l_2}, \text{ где } l_1, l_2 - \text{вещественные, положительные.}$$

### В а р и а н т 7

Используя массивы  $C(k)$ ,  $D(k)$ , где  $k \leq 14$ , построить массивы  $R(k)$ ,  $Q(k)$  с элементами

$$R_i = 2fd \cdot C_i^2;$$

$$Q_i = 2fc \cdot D_i^2, \text{ где } fd, fc - \text{вещественные.}$$

### В а р и а н т 8

Используя массивы  $X(m)$ ,  $Y(m)$ , где  $m \leq 16$ , построить массивы  $VX(m)$ ,  $VY(m)$  с элементами

$$VX_i = \alpha \cdot \sqrt{Y_i^2 + \alpha};$$

$VY_i = \beta \cdot \sqrt{Y_i^2 + \beta}$ , где  $\alpha, \beta$  – вещественные, положительные.

### В а р и а н т 9

Используя массивы  $S(n)$ ,  $P(n)$ , где  $n \leq 22$ , построить массивы  $AS(n)$ ,  $AP(n)$  с элементами

$$AS_i = \frac{t_1^2}{S_i};$$

$$AP_i = \frac{t_2^2}{P_i}, \text{ где } t_1, t_2 - \text{вещественные.}$$

### В а р и а н т 10

Используя массивы  $K(n)$ ,  $Q(n)$ , где  $n \leq 24$ , построить массивы  $XK(n)$ ,  $X(n)$  с элементами

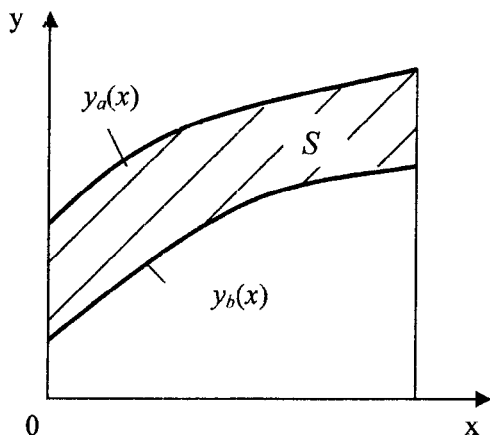
$$XK_i = \sqrt{\varphi + \ln|K_i|};$$

$X_i = \sqrt{\omega} + \ln|Q_i|$ , где  $\varphi, \omega$  – вещественные, положительные.

### В а р и а н т 11

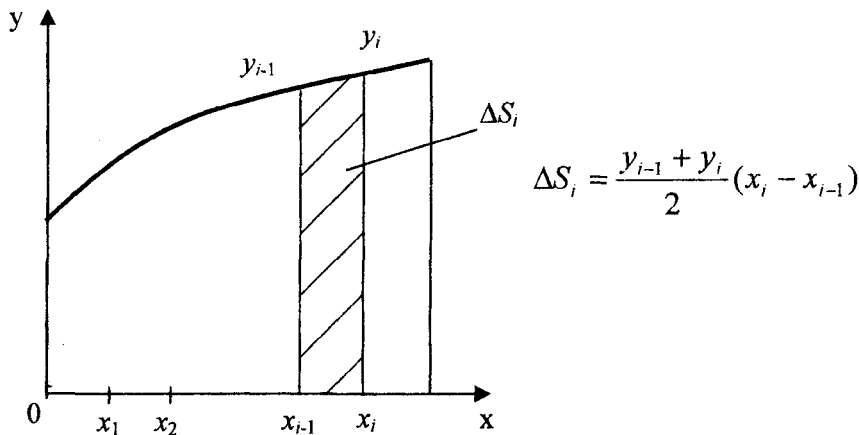
Определить площадь  $S$  заштрихованной фигуры между кривыми  $y_a(x)$  и  $y_b(x)$ , которые заданы массивами координат  $y_a, x_a, y_b, x_b$  из  $n$  элементов:

$i$	1	2	3	4	5
$y_a$	25	30	40	80	120
$x_a$	0	2	3	5	10
$y_b$	10	15	20	70	100
$x_b$	0	2	3	5	10



Площадь определяется как  $S = S_a - S_b$ , где  $S_a$  и  $S_b$  – площади, заключенные между соответствующей кривой и осью X.

Для ввода массивов координат разработать процедуру VVOD. Для вычисления площадей  $S_a$  и  $S_b$  разработать процедуру SQ для расчета площадей на элементарных участках и их суммирования.



### Вариант 12

Заданы проекции векторов:

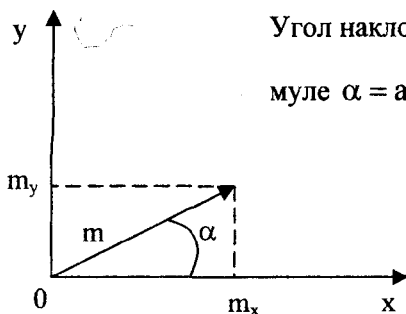
$$V (V_x = 8,66; V_y = 5),$$

$$F (F_x = -8,66; F_y = 5),$$

$$a (a_x = -8,66; a_y = -5),$$

$$k (x = 8,66; y = -5).$$

Определить длины векторов и углы наклона их относительно оси X (в радианах и градусах). Для этого разработать процедуру VECTOR.



Угол наклона вычисляется по формуле

$$\alpha = \arctg \frac{m_y}{m_x}$$

### В а р и а н т 13

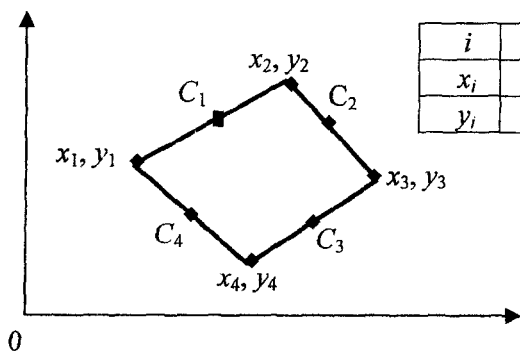
Для фигуры, образованной из стержней постоянного сечения, определить координаты центров масс каждого стержня, если заданы координаты  $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$ . Для этого разработать процедуру CENTR, производящую вычисление:

$$X_{C_i} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad Y_{C_i} = \frac{y_i + y_{i+1}}{2},$$

если  $i = n$ , то

$$X_{C_i} = \frac{x_i + x_1}{2}, \quad Y_{C_i} = \frac{y_i + y_1}{2}.$$

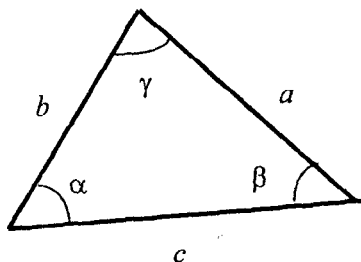
Для ввода координат  $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$  разработать процедуру VVOD.



$i$	1	2	3	4
$x_i$	2	5	7	3
$y_i$	4	7	5	2

### В а р и а н т 14

Заданы три треугольника со сторонами  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$ . Определить углы треугольников (в градусах и радианах)  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \dots, \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ , используя теорему косинусов.







## begin

<операторы>

<имя>:=<результат>

end;

где <имя> – имя функции;

<разделы описания данных> могут содержать разделы Label, Const, Type, Var и раздел описания процедур и функций;

<формальные параметры> – список переменных с указанием их типа;

<тип результата> – тип возвращаемого результата, который может быть вещественным, целым, символьным или логическим.

Например,

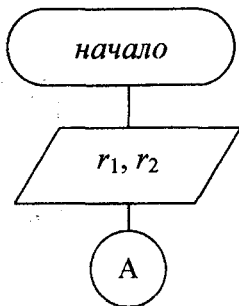
```
Function DL(r:real):real;  
  <разделы описания данных>  
begin  
  <операторы>  
  DL:=2*Pi*r;  
end;
```

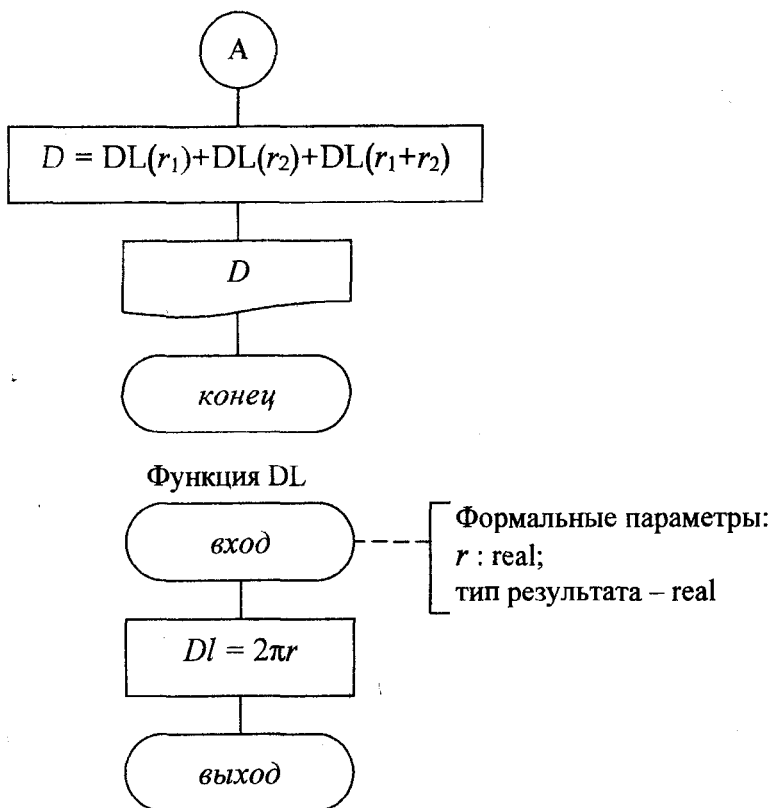
Пример. Вычислить сумму длин трех окружностей с радиусами

$$r_1 = 5,7\text{мм}, r_2 = 4,3\text{мм}, r_3 = r_1 + r_2.$$

Поскольку повторяющимся действием является вычисление длины окружности  $l = 2\pi r$ , создаем подпрограмму-функцию DL с входным параметром  $r$  и результатом  $DL$  вещественного типа.

Схемы алгоритмов головной программы и функции имеют вид





Текст программы на языке Паскаль имеет вид

```

Program lr10_110; { 103110 User20 Киреев С. }
Uses Crt;
Var D, r1, r2: real;
Function DL(r: real): real;
begin
  DL := 2 * Pi * r
end;
begin
  clrscr;
  write('Введите r1: ');
  readln(r1);
  write('Введите r2: ');
  
```

```

readln(r2);
writeln;
D:=DL(r1)+DL(r2)+DL(r1+r2);
writeln('Полученный результат D=', D:6:3);
repeat until keypressed
end.

```

Результаты работы программы имеют вид

Введите r1: 2.4

Введите r2: 5.1

Полученный результат D=94.248

### **Контрольные вопросы**

1. В каких случаях используются подпрограммы-функции?
2. Опишите структуру функции.
3. Каковы правила обращения к функции?
4. Назовите основные отличия функции от процедуры.

### **Задания для выполнения**

#### **В а р и а н т 1**

Используя массивы  $T(k)$ ,  $F(l)$ , где  $k, l \leq 12$ , вычислить

$$P = \frac{\prod_{i=1}^k T_i}{\prod_{i=1}^l F_i}, \text{ где } T_i < 0, F_i < 0.$$

#### **В а р и а н т 2**

Используя массивы  $A(k)$ ,  $B(m)$ , где  $k, m \leq 23$ , вычислить

$$S = \frac{\sum_{i=1}^k A_i}{\sum_{i=1}^m B_i}, \text{ где } A_i < 0, B_i < 0.$$

### В а р и а н т 3

Используя массивы  $X(l)$ ,  $Z(k)$ , где  $l, k \leq 20$ , вычислить  $kc = \frac{k1}{k2}$ ,

где  $k1$  – количество элементов, равных заданному вещественному  $c$  в массиве  $X$ ;

$k2$  – количество элементов, равных заданному вещественному  $b$  в массиве  $Z$ .

### В а р и а н т 4

Используя массивы  $A(n)$ ,  $D(m)$ , где  $n, m \leq 12$ , вычислить  $m1 = ma \cdot md$ ,

где  $ma$  – максимальный элемент массива  $A$ ;

$md$  – максимальный элемент массива  $D$ .

### В а р и а н т 5

Используя массивы  $W(t)$ ,  $A(s)$ , где  $t, s \leq 20$ , вычислить

$$P = \prod_{i=1}^t W_i + \prod_{i=1}^s A_i, \text{ где } W_i > 1,5, A_i > 1,5.$$

### В а р и а н т 6

Используя массивы  $T(k)$ ,  $F(l)$ , где  $k, l \leq 14$ , вычислить

$$S = \sum_{i=1}^k T_i + \sum_{i=1}^l F_i, \text{ где } T_i < 2,7, F_i < 2,7.$$

### В а р и а н т 7

Используя массивы  $B(l)$ ,  $T(m)$ , где  $l, m \leq 14$ , вычислить  $k = kb + kt$ , где  $kb$  – количество элементов, больших заданного вещественного  $x$  в массиве  $B$ ;

$kt$  – количество элементов, больших заданного вещественного  $y$  в массиве  $T$ .

### В а р и а н т 8

Используя массивы  $C(r)$ ,  $H(t)$ , где  $r, t \leq 18$ , вычислить  $m = \frac{mc}{mh}$ ,

где  $mc$  – минимальный элемент массива  $C$ ;

$mh$  – минимальный элемент массива  $H$ .

### В а р и а н т 9

Используя массивы  $G(n)$ ,  $T(k)$ , где  $n, k \leq 20$ , вычислить

$$S = \sum_{i=1}^n G_i - \sum_{i=1}^k T_i, \text{ где } 1 \leq G_i \leq 5,2, 1 \leq T_i \leq 5,2.$$

### В а р и а н т 10

Используя массивы  $Q(s)$ ,  $C(m)$ , где  $s, m \leq 24$ , вычислить  $rk = kq \cdot kc$ , где  $kq$  – количество элементов, меньших заданного вещественного  $a$  в массиве  $Q$ ;

$kc$  – количество элементов, меньших заданного вещественного  $b$  в массиве  $C$ .

### В а р и а н т 11

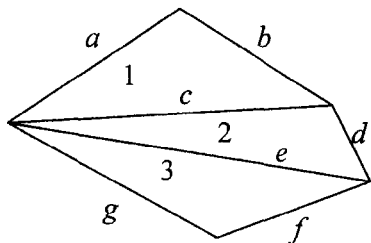
Вычислить площадь многоугольника, используя формулу для определения площади треугольника

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где  $p$  – полупериметр.

Значения  $a = 20$ ,  $b = 30$ ,  $c = 45$ ,

$d = 15$ ,  $e = 50$ ,  $f = 30$ ,  $g = 35$ .



### В а р и а н т 12

Вычислить  $z = \sqrt{\frac{x^3 + (x+5)^{0,8}}{(x-3)^5}}$  с использованием функции

возведения в степень Step:

при  $x > 0$   $x^a = e^{a \cdot \ln x}$ ;

при  $x < 0$  и целом показателе степени вычисления производятся через цикл;

при  $x < 0$  и дробном показателе степени вывести сообщение "Основание степени отрицательное" и прервать выполнение программы.

Тестовые значения  $x = 2$ ,  $x = -6$ ,  $x = 8$ .

#### В а р и а н т 13

Вычислить  $z = \arccos a + \arccos(a + b) + \arccos 0$ , используя функцию  $\arccos x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ , при  $a = 0,51$ ,  $b = 0,367$ .

#### В а р и а н т 14

Вычислить  $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \dots + \operatorname{tg}^{10} x$  при  $x = 30^\circ$ .

#### В а р и а н т 15

Даны  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – длины сторон треугольника. Найти длины медиан треугольников:

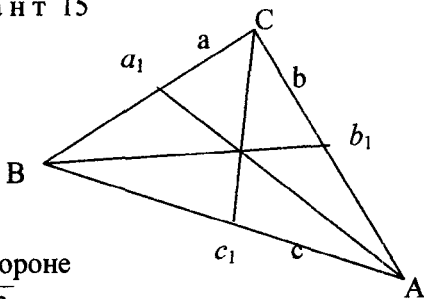
1)  $a = 100$ ,  $b = 100$ ,  $c = 141$ ;

2)  $a = 90$ ,  $b = 90$ ,  $c = 90$ ;

3)  $a = 100$ ,  $b = 80$ ,  $c = 174,2$ .

Длина медианы, проведенной к стороне

$a$ , равна  $Aa_1 = 0,5\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ .



### Лабораторная работа № 3.10

#### РАБОТА С ФАЙЛАМИ

Цель работы: получить практические навыки работы с текстовыми файлами.

#### Теоретические сведения

В случае хранения информации в текстовых файлах обработка их производится с помощью стандартных процедур.

Так, чтобы использовать исходные данные, записанные на диск в файле `Name1`, необходимо в программе:

1. В разделе описания переменных **Var** описать файловую переменную `f1` типа `text` в виде

```
Var f1:text; .
```

2. В разделе операторов выполнить следующие действия:

- 2.1. связать файловую переменную `f1` с внешним файлом `Name1`, обратившись к стандартной процедуре `Assign(f1,Name1)`;
- 2.2. открыть файл для чтения, обратившись к стандартной процедуре `Reset(f1)`;
- 2.3. прочитать данные из файла, обратившись к стандартной процедуре `Read(f1,<список ввода>)`;
- 2.4. закрыть файл, обратившись к стандартной процедуре `Close(f1)`.

Например,

```
Assign(f1, 'Lr10_136.dat');
```

```
...
```

```
Reset(f1);
```

```
...
```

```
Readln(f1, x1, x2);
```

```
Read(f1, x3);
```

```
Readln(f1, x4, xn);
```

```
...
```

```
Close(f1);
```

Здесь `x1, x2, ..., xn` – переменные, значения которых считываются из файла `Lr10_136.dat`.

Чтобы записать результаты в файл `Name2`, необходимо:

1. В разделе описания переменных **Var** описать файловую переменную `f2` типа `text` в виде

```
Var f2:text; .
```

2. В разделе операторов выполнить следующие действия:

- 2.1. связать файловую переменную `f2` с внешним файлом `Name2`, обратившись к стандартной процедуре `Assign(f2,Name2)`;
- 2.2. открыть файл для записи, обратившись к стандартной процедуре `Rewrite(f2)`;

2.3. записать данные в файл, обратившись к стандартной процедуре **Write**(f2,<список вывода>);

2.4. закрыть файл, обратившись к стандартной процедуре **Close**(f2).

Например,

```
Assign(f2, 'Lr10_136.rez');
```

```
...
```

```
Rewrite(f2);
```

```
...
```

```
Writeln(f2, x1, x2);
```

```
Write(f2, x3);
```

```
Writeln(f2, x4, xn);
```

```
...
```

```
Close(f2);
```

Здесь  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – переменные, значения которых записываются в файл Lr10\_136.rez.

### *Порядок выполнения работы*

1. Набрать текст Pascal-программы, записать на диск и откомпилировать.

2. **До первого выполнения программы** создать в текстовом редакторе файл исходных данных с расширением **.dat**, набирая значения исходных данных в соответствии со списками ввода. Сохранить файл. Для этого:

2.1. активизировать команду **File**;

2.2. в локальном меню выбрать команду **New**;

2.3. набрать значения исходных данных в соответствии со списками ввода;

2.4. сохранить файл с расширением **.dat**.

3. Вернуться в созданный файл с расширением **.pas**. Для этого:

3.1. активизировать команду **File**;

3.2. в локальном меню выбрать команду **Directory**;

3.3. проверить наличие шаблона **\*.\*** и нажать клавишу <Ввод>;

3.4. выбрать нужный файл и нажать <Ввод>.

4. Выполнить программу.

5. Открыть файл результатов, выполняя действия п.3, и проанализировать результаты.

6. Для возврата к тексту программы выполнить действия п.3.



Пример. Для заданного массива  $A(5)$  и вещественного числа  $x$  построить массив  $B(5)$ , в котором  $B_i = A_i + x$ .

Исходные данные прочитать из файла.

Исходные данные

4.5

-1.4 3.6 8.1 -4.5 2.8

Сформировать файл результатов, содержащий исходные данные и результаты работы программы с пояснительным текстом.

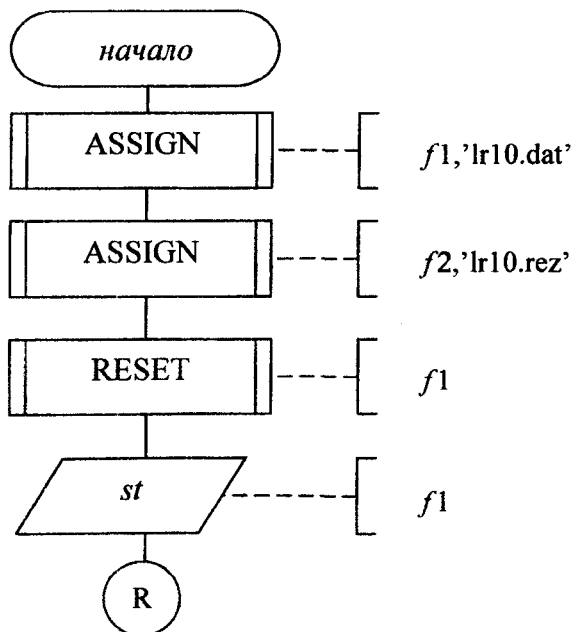
Вид файла исходных данных определяет следующую последовательность ввода:

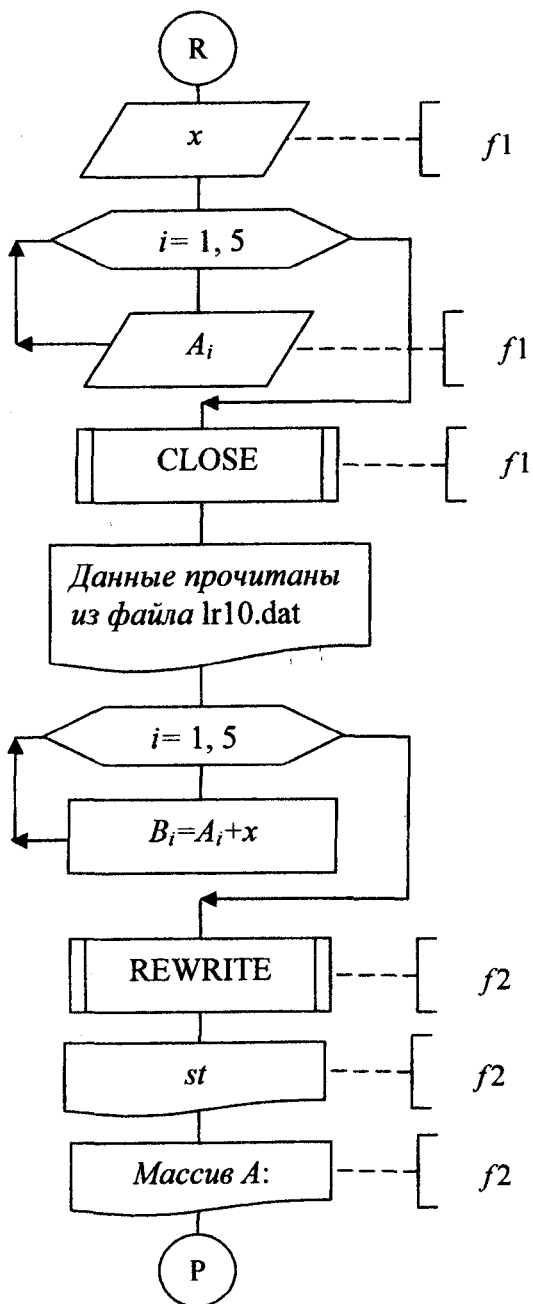
а) ввод строковой переменной  $st$ , которой соответствует строковая константа Исходные данные;

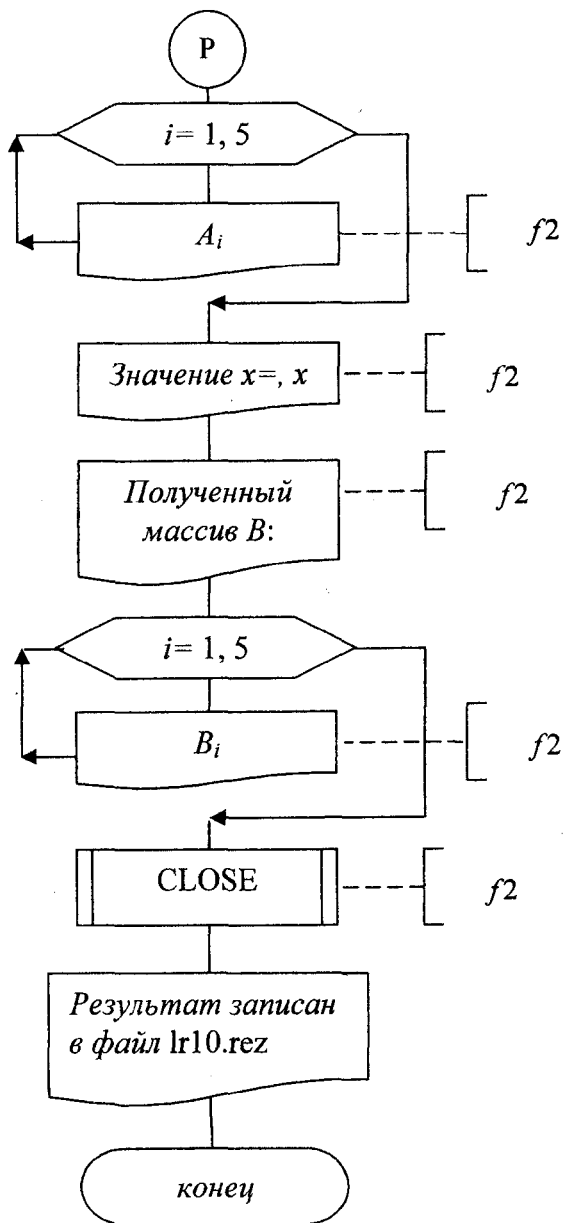
б) ввод переменной  $x$ , которой соответствует вещественная константа 4.5;

в) ввод массива  $A(5)$ , которому соответствуют константы  
-1.4 3.6 8.1 -4.5 2.8.

Схема алгоритма и текст программы имеют вид







```

Program lr10_132;{103132 User20 Киреев С.И.}
Uses crt;
Type
  Vector=array[1..20] of real;
Var
  A,B:Vector;
  i:integer;
  x:real;
  st:string[15];
  f1,f2:text;
begin
  ClrScr;
  Assign(f1,'lr10.dat');
  Assign(f2,'lr10.rez');
  Reset(f1);
  readln(f1,st);
  readln(f1,x);
  for i:=1 to 5 do read(f1,A[i]);
  Close(f1);
  writeln('Данные прочитаны из файла lr10.dat');
  for i:=1 to 5 do B[i]:=A[i]+x;
  Rewrite(f2);
  writeln(f2,' ':5,st);
  writeln(f2,' Массив A:');
  for i:=1 to 5 do write(f2,A[i]:5:2,' ');
  writeln(f2);
  writeln(f2);
  write(f2,' Значение x=');
  writeln(f2,x:5:2);
  writeln(f2);
  writeln(f2,' ':4,'Полученный массив B:');
  for i:=1 to 5 do write(f2,B[i]:5:2,' ');
  Close(f2);
  writeln('Результат записан в файл lr10.rez');
  Repeat until keypressed
end.

```

Результаты работы программы имеют вид:

Данные прочитаны из файла lr10.dat  
Результат записан в файл lr10 rez

Файл результатов lr10 rez имеет вид

Исходные данные

Массив А:

-1.40 3.60 8.10 -4.50 2.80

Значение  $x = 4.50$

Полученный массив В:

3.10 8.10 12.60 0.00 7.30

### ***Контрольные вопросы***

1. Какие операторы необходимы для чтения исходных данных из файла?
2. Какие операторы необходимы для записи результатов в файл?
3. Как создать на диске файл, содержащий значения исходных данных?
4. Какие действия необходимо выполнить для просмотра файла результатов?

### ***Задания для выполнения***

#### **В а р и а н т 1**

- 1) Создать текстовый файл d1.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив  
студент группы 103136  
Сидоров И.Д.  
3.2 7.1 -4.5 -2.3 5.1 -7.1 5.2 2.4
- 2) Построить вычислительный процесс, реализующий:
  - a) ввод исходных данных из файла d1.dat;
  - b) вычисление суммы положительных и произведения отрицательных элементов массива;
  - c) вывод в файл результатов d1 rez :

- сведений о студенте;
- заглавия исходного массива и значений его элементов;
- вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 2

1. Создать текстовый файл d2.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

```
студент группы 103142
2.4 -4.6 8.2 0.8 -7.4 6.3 -0.9
Петров Д.А.
```

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:

- a) ввод исходных данных из файла d2.dat;
- b) вычисление суммы и количества элементов массива, принадлежащих отрезку  $[0,1; 2,5]$ ;
- c) вывод в файл результатов d2.rez:
  - сведений о студенте;
  - заглавия исходного массива и значений его элементов;
  - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 3

1. Создать текстовый файл d3.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

```
Игнатов Б.Д.
студент группы 303236
-4.5 -7.2 6.4 9.6 2.08 -7.5
```

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:

- a) ввод исходных данных из файла d3.dat;
- b) вычисление произведения и количества элементов массива, принадлежащих отрезку  $[-1,4; 6,5]$ ;
- c) вывод в файл результатов d3.rez:
  - сведений о студенте;
  - заглавия исходного массива и значений его элементов;
  - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 4

1. Создать текстовый файл d4.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

студент группы 103152

7.1 -5.1 7.1 -2.4 5.3 7.6 7.8

Туров Е.Д.

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:
  - а) ввод исходных данных из файла d4.dat;
  - б) вычисление суммы и количества элементов массива, принадлежащих отрезку  $[-2,9; 4,5]$ ;
  - в) вывод в файл результатов d4 rez:
    - сведений о студенте;
    - заглавия исходного массива и значений его элементов;
    - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 5

1. Создать текстовый файл d5.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

Дубов Н.Т.

3.4 -0.8 2.5 6.2 6.4 -6.7 -8.6

студент группы 103402

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:
  - а) ввод исходных данных из файла d5.dat;
  - б) вычисление суммы и количества отрицательных элементов массива;
  - в) вывод в файл результатов d5 rez:
    - сведений о студенте;
    - заглавия исходного массива и значений его элементов;
    - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 6

1. Создать текстовый файл d6.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

3.6 7.8 -9.8 -0.5 7.6 8.7 0.9

Мурашко Е.Д.

студент группы 103102

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:
  - а) ввод исходных данных из файла d6.dat;
  - б) вычисление количества положительных и количества отрицательных элементов массива;

- с) вывод в файл результатов d6.rez:
- сведений о студенте;
  - заглавия исходного массива и значений его элементов;
  - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 7

1. Создать текстовый файл d7.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

Панин Р.Л.

3.6 7.8 -9.8 -0.5 7.6 8.7 0.9

студент группы 103182

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:
- а) ввод исходных данных из файла d7.dat;
  - б) вычисление произведения и количества положительных элементов массива;
  - с) вывод в файл результатов d7.rez:
    - сведений о студенте;
    - заглавия исходного массива и значений его элементов;
    - вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 8

1. Создать текстовый файл d8.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

Носов О.В.

студент группы 103192

5.2 -2.3 5.2 8.4 -5.6 -8.7 -3.1

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:
- а) ввод исходных данных из файла d8.dat;
  - б) вычисление суммы и количества элементов массива, равных 5,2;
  - с) вывод в файл результатов d8.rez:
    - сведений о студенте;
    - заглавия исходного массива и значений его элементов;
    - вычисленных значений с пояснительным текстом.



### В а р и а н т 9

1. Создать текстовый файл d9.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

2 3 5 7 -9 4 7 6 5

Сидоров И. Д.

студент группы 103136

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:

а) ввод исходных данных из файла d9.dat;

б) вычисление произведения и количества нечетных элементов массива;

в) вывод в файл результатов d9 rez:

– сведений о студенте;

– заглавия исходного массива и значений его элементов;

– вычисленных значений с пояснительным текстом.

### В а р и а н т 10

1. Создать текстовый файл d10.dat, содержащий строковые константы и одномерный массив

студент группы 103142

2 5 3 -7 5 -7 4

Новиков Л. Д.

2. Построить вычислительный процесс, реализующий:

а) ввод исходных данных из файла d10.dat;

б) вычисление суммы и количества четных элементов массива;

в) вывод в файл результатов d10 rez:

– сведений о студенте;

– заглавия исходного массива и значений его элементов;

– вычисленных значений с пояснительным текстом.

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Для заданного целочисленного массива  $XS(15)$  определить сумму индексов четных элементов. Исходные данные ввести из файла Fxs.dat следующего вида:

7 4 -2 8 1 6 10 -1 4 2

-1 12 5 -7 -3

Массив XS:

Сформировать файл результатов Fxs.rez, содержащий пояснительные тексты, исходные данные и результат вычислений.

2. Ввести массив  $D(6)$  из файла dz2.dat вида  
-1.2 5.7 4.1 6.8 -4.5 7.1

Сформировать файл результатов Otr.rez, содержащий пояснительные тексты, исходный массив и его отрицательные элементы.

Сформировать файл результатов Pol.rez, содержащий пояснительные тексты, исходный массив и его положительные элементы.

3. Для заданных массивов  $A(6)$  и  $B(8)$  определить произведение и количество элементов, принадлежащих отрезку  $[-1,4; 6,5]$ . Исходные данные ввести из файлов:

b1.dat вида

-4.5 -7.2 6.4 9.6 2.08 -7.5

студент группы 103148 Новиков С.П.

b2.dat вида

0.2 -5.3 0.3 4.7 3.5 9.7 1.1 6.9

Сформировать файл результатов Ab.rez, содержащий пояснительные тексты, исходные данные и результаты вычислений.

4. Ввести массив  $Q(9)$  из файла z4.dat вида:

-7.1 8 2.5 -4.5

7.8 -4.6

-5.1 0.6 3.5

Поменять в нем местами минимальный и максимальный элементы. Сформировать файл результатов z4.rez, содержащий пояснительные тексты, заданный массив  $Q(9)$ , построенный массив  $Q(9)$ .

5. Для заданных матриц  $A(3, 4)$  и  $B(3, 4)$  построить матрицы  $C = A + B$  и  $D = x \cdot A$ . Исходные данные ввести из файла Matr.dat вида

Переменная  $x$ : -0.5

Матрица  $A$ :

2.5 7.1 -4.8 2.5

4.3 7.8 1.6 -3.1

-1.2 -4.3 8.1 3.7

Матрица В:

```
-1.2 7.3 4.2 -6.5  
3.8 1.7 -1.5 1.8  
-4.2 3.3 1.7 8.0
```

Сформировать файл результатов Matr rez, содержащий пояснительные тексты, исходные данные и результаты вычислений.

6. Для заданных целочисленных массивов  $C(11)$  и  $D(8)$  вычислить сумму и количество четных элементов каждого массива. Исходные данные ввести из файлов:

Z6\_1.dat вида

```
Массив С: 5 2 4 8 5 -9 3 9 4 6 5  
студент группы 103417
```

Z6\_2.dat вида

```
Массив D: 3 5 7 -9 4 7 6 5  
Николаев И.А.
```

Сформировать файл результатов Z6 rez, содержащий пояснительные тексты, исходные данные и полученные результаты. При организации вычислительного процесса использовать процедуры и (или) функции.

### Лабораторная работа № 3.11

## ПРОГРАММИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ ТИПА ЗАПИСЬ

Цель работы: приобретение практических навыков построения программ, содержащих переменные типа запись.

### *Теоретические сведения*

Запись – структурированный тип данных, состоящий из фиксированного числа компонентов (полей, элементов) одного или нескольких типов.

Например, записью является совокупность сведений об абоненте телефонной сети, включающая порядковый номер абонента, его фамилию и инициалы, номер телефона, домашний адрес. Телефонный справочник можно представить как массив таких записей.

В программе переменные типа запись целесообразно описывать, используя пользовательский тип, в виде

**Type** <имя типа> = **record**

<список компонентов 1> : <тип 1> ;

<список компонентов 2> : <тип 2> ;

...

<список компонентов n> : <тип n>

**end** ;

**Var** <имя записи> : <имя типа> ; .

Здесь <список компонентов 1>, <список компонентов 2>, ..., <список компонентов n> – перечни имен компонентов, разделенных запятой, соответствующего типа <тип 1>, <тип 2>, ..., <тип n>.

Например,

Type

Abon = record

nom :integer;

fio :string[40];

nomtel:string[8];

adres :string[60]

end;

Var

abonent:Abon;

{описание записи для отдельного абонента}

Sprav:array [1..60000] of Abon;

{описание телефонного справочника}

{как массива переменных типа Abon}.

Обращение к элементу записи выполняется с помощью составного имени в виде

<имя записи> . <имя компонента> .

Например, значением `abonent.nomtel` является номер телефона отдельного абонента, имя `Sprav[i].adres` позволяет обратиться к домашнему адресу *i*-го абонента.

Компонент записи используется как обычная переменная соответствующего типа в выражениях и операторах.

Запись составных имен можно сократить, используя оператор присоединения **With** в виде

**With** <имя записи> **do** <оператор> ; .

Здесь <оператор> – простой или составной оператор языка Паскаль, в котором при ссылке на компонент записи используется только его имя.

Пример. В учреждении имеется ведомость выдачи зарплаты сотрудникам. Каждая её строка содержит порядковый номер сотрудника, его фамилию и инициалы, занимаемую должность, размер зарплаты за прошлый месяц. Вывести сведения о сотрудниках, получивших зарплату выше средней.

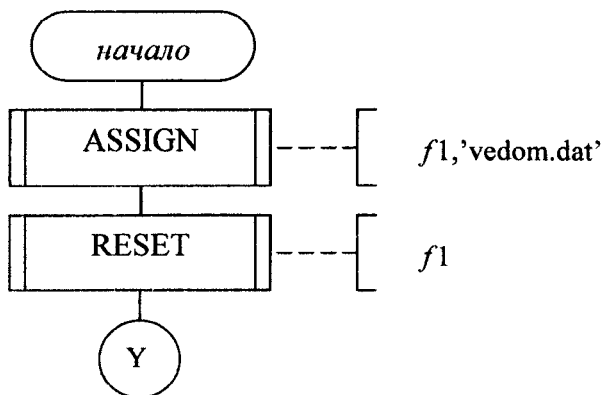
Используем следующие идентификаторы:

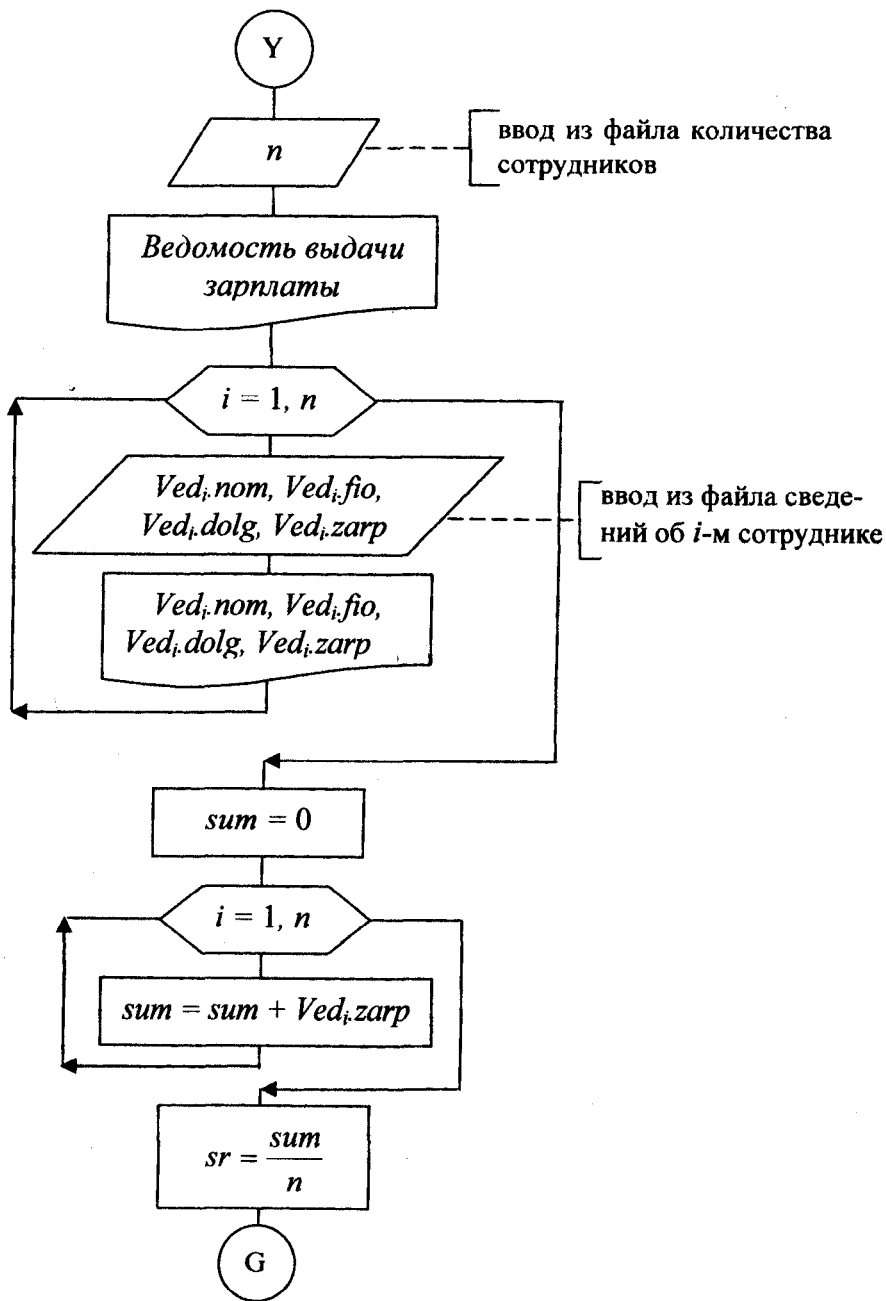
- $n$  – количество сотрудников;
- $Ved$  – ведомость о заработной плате;
- $nom$  – порядковый номер сотрудника в ведомости;
- $fio$  – фамилия и инициалы сотрудника;
- $dolg$  – должность;
- $zarp$  – размер заработной платы сотрудника;
- $sum$  – суммарная заработная плата всех сотрудников;
- $sr$  – средняя заработная плата.

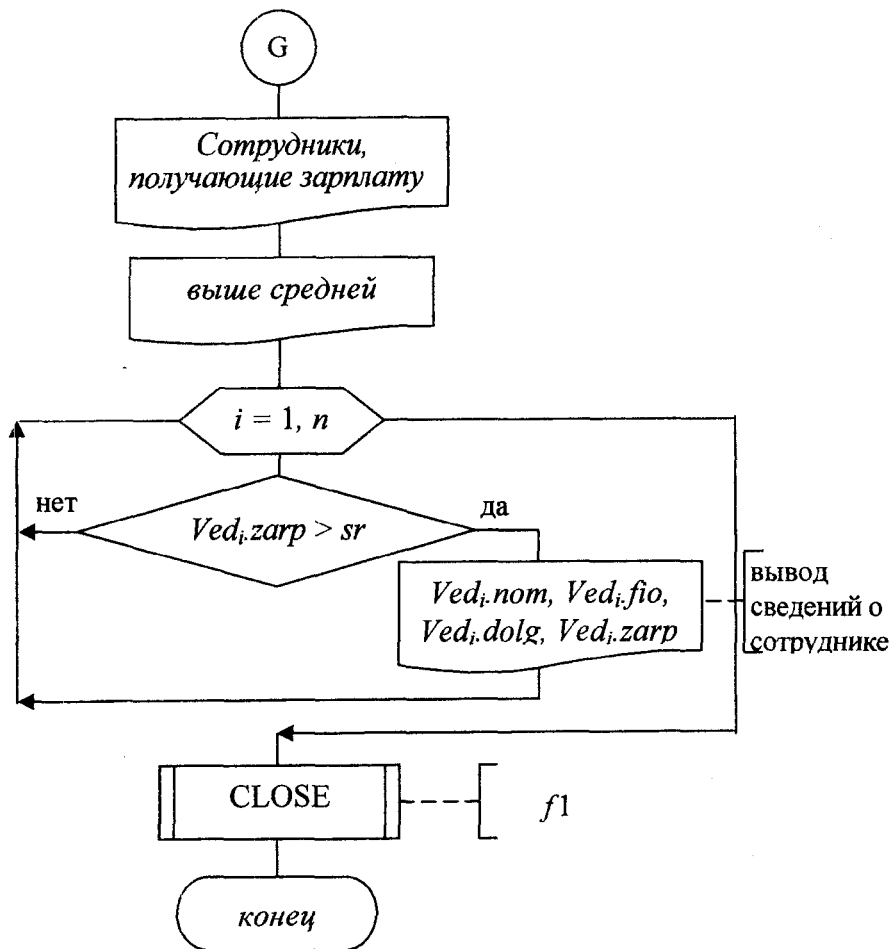
Исходные данные запишем на диск в файл *Vedom.dat*, например, в виде

5			
1	Курбан С. Н.	Секретарь	150.000
2	Николаев С. П.	Заместитель	280.000
3	Петрова О. И.	Инженер	220.000
4	Степанов А. И.	Директор	330.000
5	Фигурнов И. П.	Инженер	210.000

Схема алгоритма решения задачи имеет вид







Текст программы на языке Паскаль имеет вид

```

Program lr3_11; {103402 User65 Виктюк К.С.}
Uses crt;
Type
  Sotr = record
    nom: integer;
  
```

```

        fio:string[16];
        dolg:string[11];
        zarp:real
        end;
Var
    Ved:array[1..30] of Sotr;
    i,n:integer;
    sum,sr:real;
    fl:text;
begin
    ClrScr;
    assign(fl,'Vedom.dat');
    reset(fl);
    readln(fl,n);
    writeln(' ':6,'Ведомость выдачи зарплаты');
    writeln;
    for i:=1 to n do
        with Ved[i] do
            begin
                readln(fl,nom,fio,dolg,zarp);
                writeln(nom:2,fio:16,dolg:12,zarp:10:3);
            end;
        writeln;
        sum:=0;
        for i:=1 to n do
            sum:=sum+Ved[i].zarp;
        sr:=sum/n;
        writeln(' ':6,'Сотрудники, получающие',
            ' зарплату');
        writeln('           выше средней');
        for i:=1 to n do
            with Ved[i] do
                if zarp>sr
                    then
                        writeln(nom:2,' ',fio:16,' ',dolg:11,
                            ',zarp:8:3);
        close(fl);
        repeat until keypressed
    end.

```



Результаты работы программы имеют вид

Ведомость выдачи зарплаты

1	Курбан С. Н.	Секретарь	150.000
2	Николаев С. П.	Заместитель	280.000
3	Петрова О. И.	Инженер	220.000
4	Степанов А. И.	Директор	330.000
5	Фигурнов И. П.	Инженер	210.000

Сотрудники, получающие зарплату  
выше средней

2	Николаев С. П.	Заместитель	280.000
4	Степанов А. И.	Директор	330.000

**Контрольные вопросы**

1. Приведите примеры использования записей.
2. Как описать запись в Паскаль – программе?
3. Как обратиться к компоненту (элементу) записи?
4. Приведите примеры выполнения действий над компонентами записи.

**Задания для выполнения**

**В а р и а н т 1**

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших 9 по информатике.

Значения

4					
1	Петров Олег	103402	5	6	4
2	Фролов Петр	103122	9	6	7
3	Тузов Александр	103402	8	9	9
4	Фомин Егор	103152	9	7	9

### В а р и а н т 2

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших 7 по математике.

Значения

4

1	Петров Игорь	103122	4	5	7
2	Фроликова Анна	103172	7	5	8
3	Туров Александр	103402	7	8	9
4	Фомичев Петр	103152	9	8	9

### В а р и а н т 3

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших хотя бы одну 3.

Значения

4

1	Попов Игорь	103402	3	2	3
2	Красикова Анна	103122	9	9	8
3	Туромша Слава	103402	3	3	5
4	Фомичев Петр	103162	9	8	9

### В а р и а н т 4

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, успевающих на 9 и 10.

Значения

4

1	Попов Игорь	103102	4	3	4
2	Краснова Елена	103132	9	10	9
3	Туромша Слава	103402	4	5	4
4	Кривец Петр	103152	10	9	9

### В а р и а н т 5

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших 7 или 8 по физике.

Значения

4					
1	Котов Игорь	103112	4	5	7
2	Михеева Ирина	103182	9	5	8
3	Гаков Александр	103402	7	8	9
4	Ревич Дмитрий	103152	10	7	9

### В а р и а н т 6

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, успевающих на 8 и 9.

Значения

4					
1	Жук Павел	103402	4	3	5
2	Кириенко Света	103122	9	8	8
3	Титов Слава	103402	2	3	4
4	Хрущёв Женя	103162	9	8	9

### В а р и а н т 7

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших хотя бы одну 4.

Значения

4					
1	Попов Игорь	103402	4	3	4
2	Красикова Анна	103122	9	7	8
3	Туромша Слава	103402	7	4	5
4	Шилов Сергей	103162	8	8	9

### В а р и а н т 8

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, успевающих на 4 и 5.

Значения

4

1	Бойко Фёдор	103142	5	4	4
2	Кириенко Света	103122	9	8	8
3	Свиридов Кирилл	103402	4	4	5
4	Хрущёв Женя	103182	6	8	7

### В а р и а н т 9

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, получивших хотя бы одну 6.

Значения

4

1	Попов Игорь	103402	4	3	5
2	Дрозд Михаил	103102	6	7	8
3	Ревич Андрей	103402	6	6	7
4	Шилов Сергей	103162	9	8	9

### В а р и а н т 10

Дана ведомость успеваемости студентов. Каждая её строка содержит порядковый номер студента, его фамилию и имя, номер группы, полученные оценки по математике, физике, информатике. Вывести сведения о студентах, не имеющих оценок 9 и 10.

Значения

4

1	Попова Ольга	103402	4	4	3
2	Кушнер Иван	103122	9	8	7
3	Сергеев Лев	103402	7	8	6
4	Шилов Сергей	103162	9	8	10

### Задания для самостоятельной работы

1. В диспетчерской имеются сведения об аудиториях в виде

Номер аудитории	Количество посадочных мест
а. 304 к.1	28
а.208 к.6	119
а. 308 к.6	104
а. 221 к.6	56
а. 321 к.6	18

В каких аудиториях можно разместить лекции потока из  $p$  студентов.

2. Результаты тестирования по математике имеют вид

Порядковый номер	Фамилия, инициалы тестируемого	Номер и серия паспорта	Балл по тесту
1	Николайчук С.И.	MP 7658985	86
...			
$n$	Фалевич И.В.	MP 5698341	35

Вывести сведения об участниках тестирования, имеющих балл от 70 до 98.

3. Сведения о наличии тетрадей в магазине имеют вид

Наименование	Производитель	Цена, руб.
Тетрадь 12 л.	г. Москва	120
Тетрадь 48 л.	г. Добруш	580
Тетрадь 96 л.	г. Винница	1015
Тетрадь 96 л.	г. Добруш	980

Определить каких тетрадей в количестве  $k$  может купить студент, имея  $x$  рублей.

#### 4. Сведения о наличии краски на складе имеют вид

Наименование	Количество банок	Вес одной банки, кг	Расход краски на $1\text{ м}^2$ , кг
Артикул 1084	2	1,5	0,15
Артикул 5768	1	2	0,12
Артикул 8472	5	0,5	0,13
Артикул 2237	3	2,3	0,15
Артикул 1526	3	0,8	0,12

Какую краску может использовать факультет для покраски полов площадью  $S$ ,  $\text{м}^2$ .

#### 5. В ЖЭС сведения о домах имеют вид

Адрес	Количество этажей	Материал дома	Год постройки
ул. Якуба Коласа, 17	4	кирпич	1964
ул. Якуба Коласа, 19	9	блок	1998
ул. Л. Беды, 3	12	панель	1974
...			
ул. Некрасова, 5	7	кирпич	1980

Капитальный ремонт панельного дома должен осуществляться после 25 лет эксплуатации, блочного – 30 лет, кирпичного – 50 лет. Вывести сведения о домах, которые должны ремонтироваться в этом году.

#### 6. База данных МСФ содержит сведения об $n$ абитуриентах в виде

Порядковый номер	Фамилия, инициалы тестируемого	Балл теста по математике	Балл теста по физике	Балл теста по русскому языку	Балл аттестата
1	Сидоров С.И.	87	65	45	86
...					
$n$	Фалевич И.В.	45	38	73	35

Создать таблицу, содержащую сведения о будущих студентах, количество которых  $k$ .

## 4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ

### Лабораторная работа № 4.1

#### ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ. МЕТОД ТРАПЕЦИЙ

Цель работы: изучение методов численного интегрирования и использование их при решении инженерных задач.

##### *Теоретические сведения*

**Постановка задачи.** Задача численного интегрирования заключается в получении приближенного значения  $\int_a^b f(x) dx$ .

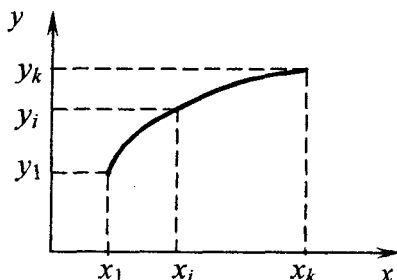
Численное интегрирование используется:

1) при задании подынтегральной функции  $f(x)$  в виде таблицы

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_k$
$y = f(x)$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_k$

где  $x_1 = a$ ,  $x_k = b$ ,  $k$  – количество значений аргумента и подынтегральной функции;

2) при задании подынтегральной функции  $f(x)$  в виде графика, полученного, например, опытным путем :



3) если аналитическое определение первообразной  $F(x)$  сложно или невозможно.

**Математическая модель задачи.** Построим математическую модель приближенного вычисления интеграла  $\int_a^b f(x)dx$  методом трапеций.

Для непрерывной на интервале  $[a, b]$  функции  $f(x)$  величина определенного интеграла  $Int = \int_a^b f(x)dx$  равна площади, ограниченной кривой  $y = f(x)$ , осью абсцисс  $ox$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$  (рис. 4.1).

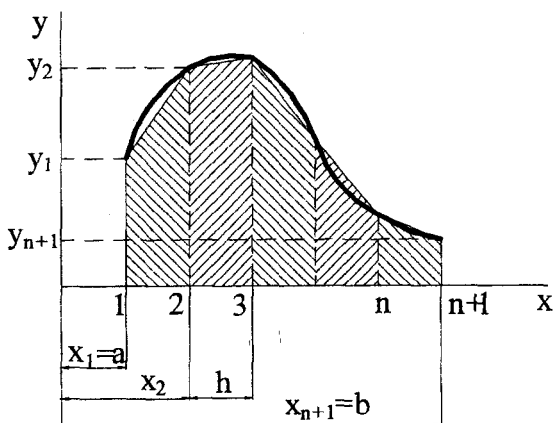


Рис. 4.1

Разобьем отрезок интегрирования  $[a, b]$  на  $n$  равных элементарных участков длиной  $h = \frac{b-a}{n}$ . Полученные точки разбиения пронумеруем от 1 до  $n+1$ . Используем переменную  $i$  для определения номера промежуточной точки.

Каждая  $i$ -я точка определяется значением аргумента, которое обозначим  $x_i$ . Из рис. 4.1 видно, что при

$$i = 1 \quad x_1 = a;$$

$$i = 2 \quad x_2 = a + h;$$

$$i = 3 \quad x_3 = a + 2h;$$

...

$$i = i \quad x_i = a + (i-1)h;$$

...



$$i = n + 1 \quad x_{n+1} = a + (n + 1 - 1)h = a + n \frac{b - a}{n} = b.$$

Для каждой  $i$ -ой точки вычислим значение подынтегральной функции  $y_i = f(x_i)$ .

Площадь под кривой  $y = f(x)$  на одном из участков разбиения  $[x_{i-1}, x_i]$  равна  $\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx$  (рис. 4.2).

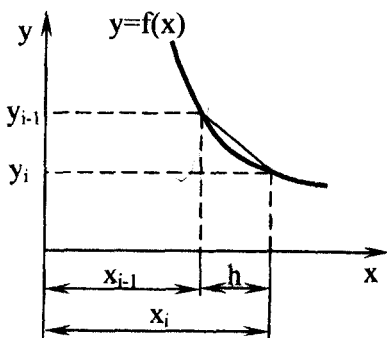


Рис. 4.2

Эту площадь можно с некоторой погрешностью считать равной площади трапеции и вычислить по формуле

$$S_i = \frac{y_{i-1} + y_i}{2} h.$$

Следовательно,

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx \approx \frac{y_{i-1} + y_i}{2} h.$$

Тогда (см. рис. 4.1)

$$Int = \int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=2}^{n+1} S_i = \sum_{i=2}^{n+1} \frac{y_{i-1} + y_i}{2} h.$$

**Алгоритм решения задачи.** Если подынтегральная функция  $f(x)$  задана аналитически (в виде формулы), то алгоритм вычисления приближенного значения  $\int_a^b f(x) dx$  методом трапеций имеет вид

1. Ввод исходных данных  $a, b, n$ ;

2.  $h = \frac{b - a}{n}$ ;

3. Для  $i = 1, \dots, n + 1$

3.1.  $x_i = a + (i - 1) \cdot h$ ;

$$3.2. y_i = f(x_i);$$

$$4. Int = 0;$$

5. Для  $i = 2, \dots, n + 1$

$$5.1. Int = Int + \frac{y_{i-1} + y_i}{2} h.$$

Если подынтегральная функция  $f(x)$  задана таблицей, содержащей  $k$  значений аргумента и функции, то алгоритм вычисления

приближенного значения  $\int_a^b f(x) dx$  методом трапеций имеет вид

1. Ввод количества значений  $k$ ;

2. Ввод массива  $x$  размерностью  $k$ ;

3. Ввод массива  $y$  размерностью  $k$ ;

$$4. Int = 0;$$

5. Для  $i = 2, \dots, k$

$$5.1. Int = Int + \frac{y_{i-1} + y_i}{2} (x_i - x_{i-1}).$$

**Пример.** Определить максимальную высоту  $h_{max}$  подъема тела, брошенного вертикально вверх со скоростью  $v_{нач}$ , вычислив

$$h_{max} = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} (v_{нач} - gt) dt, \text{ где } g = 9,81 \text{ м/с}^2. \text{ Получить точное и при-}$$

ближенное значения интеграла.

При вычислении интеграла аргументом является  $t$ , подынтегральная функция  $v(t) = v_{нач} - gt$ , нижний предел интегрирования  $t_{нач} = 0$ . Верхний предел интегрирования  $t_{кон}$  вычислим из условия равенства нулю скорости тела в наивысшей точке подъема:

$$v_{нач} - gt_{кон} = 0, \quad t_{кон} = \frac{v_{нач}}{g}.$$

Найдем точное значение интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Если подынтегральная функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$

и на нем существует ее первообразная  $F(x)$ , то по формуле Ньютона-Лейбница  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ . В результате получим:

$$h_{\max}^{\text{точн}} = \int_0^{t_{\text{кон}}} (v_{\text{нач}} - gt) dt = v_{\text{нач}} \cdot t - \frac{gt^2}{2} \Big|_0^{t_{\text{кон}}} = v_{\text{нач}} \cdot t_{\text{кон}} - \frac{gt_{\text{кон}}^2}{2}.$$

Приближенное значение интеграла вычисляется по алгоритму метода трапеций для случая аналитического задания подынтегральной функции.

Окончательно алгоритм решения задачи примет вид

1. Ввод исходных данных  $v_{\text{нач}}, t_{\text{нач}}, g, n$ ;

2.  $t_{\text{кон}} = \frac{v_{\text{нач}}}{g}$ ;

3.  $\Delta t = \frac{t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}}{n}$ ;

4. Для  $i = 1, \dots, n + 1$

4.1.  $t_i = t_{\text{нач}} + (i - 1)\Delta t$

4.2.  $v_i = v_{\text{нач}} - gt_i$ ;

5.  $h = 0$ ;

6. Для  $i = 2, \dots, n + 1$

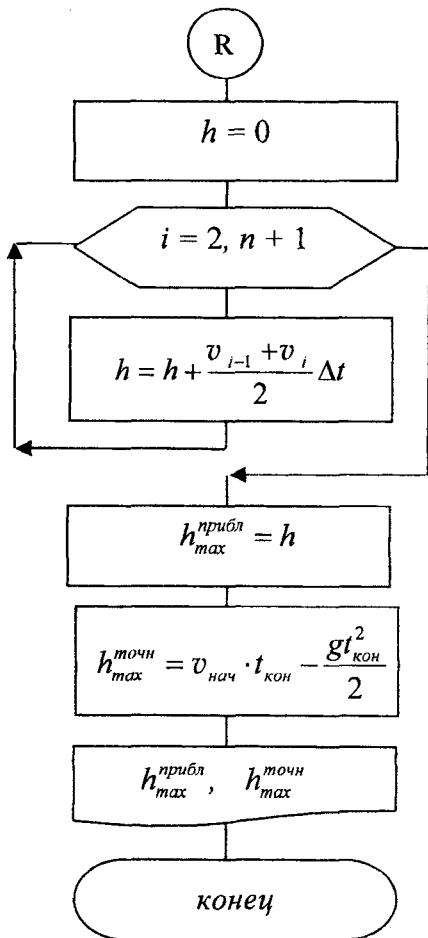
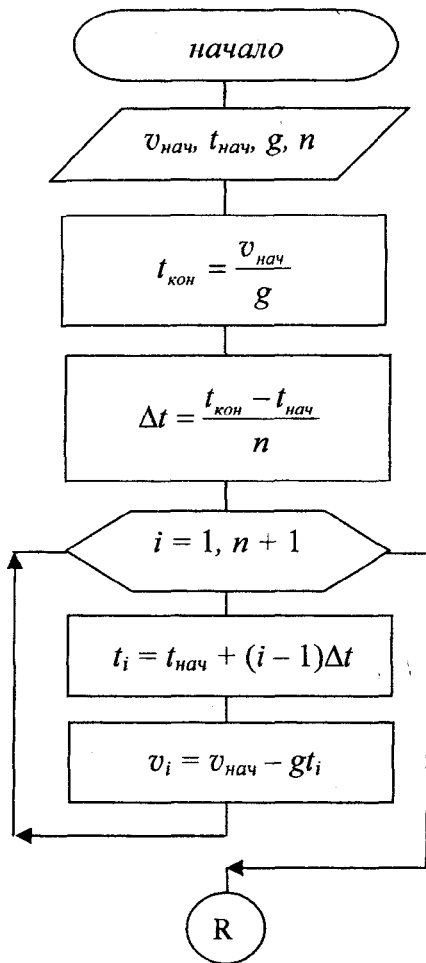
6.1.  $h = h + \frac{v_{i-1} + v_i}{2} \Delta t$ ;

7.  $h_{\max}^{\text{прибл}} = h$ ;

8.  $h_{\max}^{\text{точн}} = v_{\text{нач}} \cdot t_{\text{кон}} - \frac{gt_{\text{кон}}^2}{2}$ ,

9. ВЫВОД  $h_{\max}^{\text{прибл}}, h_{\max}^{\text{точн}}$

Схема алгоритма имеет следующий вид:



### Контрольные вопросы

1. В каких случаях используется численное интегрирование?
2. Приведите алгоритм метода трапеций для подынтегральной функции заданной аналитически.
3. Приведите алгоритм метода трапеций для подынтегральной функции заданной таблично.

## Задания для выполнения

### В а р и а н т 1

Определить длину  $l$  кривой, вычислив:

а)  $l = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} \left(1 + \frac{9}{4}x\right) dx$ , используя метод трапеций;

б)  $l = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} \left(1 + \frac{9}{4}x\right) dx$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $l = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} f(x) dx$  для подынтегральной функции, заданной таб-

лично.

Значения  $x_{нач} = 0$ ,  $x_{кон} = 1$  м, число интервалов  $n = 40$

$x$	0,00	0,14	0,20	0,28	0,40	0,52	0,70	0,93	1,00
$f(x)$	1,00	1,32	1,45	1,63	1,90	2,17	2,58	3,09	3,25

### В а р и а н т 2

Определить работу  $A_D$  силы  $F_D$ , вычислив:

а)  $A_D = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} S^2 dS$ , используя метод трапеций;

б)  $A_D = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} S^2 dS$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $A_D = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} F_D(S) dS$  для подынтегральной функции, заданной таб-

лично.

Значения  $S_{нач} = 0$ ,  $S_{кон} = 3$  м, число интервалов  $n = 44$

$S$	0,00	0,30	0,78	1,20	1,55	1,80	2,25	2,60	3,00
$F_D(S)$	0,00	0,09	0,61	1,44	2,40	3,24	5,06	6,76	9,00

### В а р и а н т 3

Определить работу  $A_D$  момента  $M_D$ , вычислив:

а)  $A_D = \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_{кон}} M_0 \sin \varphi d\varphi$ , используя метод трапеций;

б)  $A_D = \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_{кон}} M_0 \sin \varphi d\varphi$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $A_D = \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_{кон}} M_D(\varphi) d\varphi$  для подынтегральной функции, заданной

таблично.

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_{кон} = \pi$ ,  $M_0 = 25$  Н·м, число интервалов  $n = 36$

$\varphi$	0,00	0,63	0,94	1,30	1,88	2,20	2,70	3,14
$M_D(\varphi)$	0,0	14,7	20,2	24,1	23,8	20,2	10,7	0,0

### В а р и а н т 4

Определить угол  $\varphi$  поворота вала, вычислив:

а)  $\varphi = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \omega_0 (1 + \sin t) dt$ , используя метод трапеций;

б)  $\varphi = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \omega_0 (1 + \sin t) dt$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $\varphi = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \omega(t) dt$  для подынтегральной функции, заданной таб-

лично.

Значения  $t_{нач} = 0$ ,  $t_{кон} = 5$  с,  $\omega_0 = 25$  с<sup>-1</sup>, число интервалов  $n = 40$

$t$	0,00	0,50	1,25	2,10	2,50	3,40	4,00	4,45	5,00
$\omega(t)$	25,00	36,99	48,72	46,58	39,96	18,61	6,08	0,86	1,03

### В а р и а н т 5

Определить массу  $m$  топлива, сгоревшего при полете ракеты, вычислив:

а)  $m = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} m_0(1 - \sin t) dt$ , используя метод трапеций;

б)  $m = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} m_0(1 - \sin t) dt$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $m = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} m(t) dt$  для подынтегральной функции, заданной таб-

лично.

Значения  $t_{нач} = 0$ ,  $t_{кон} = 1,5$  с,  $m_0 = 2530$  кг, число интервалов  $n = 50$

$t$	0,00	0,51	0,94	1,06	1,17	1,35	1,40	1,50
$m(t)$	2530,0	1294,9	486,9	322,9	200,5	61,4	36,8	6,3

### В а р и а н т 6

Определить путь  $S$ , пройденный телом, вычислив:

а)  $S = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} (v_0 + at) dt$ , используя метод трапеций;

б)  $S = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} (v_0 + at) dt$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $S = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} v(t) dt$  для подынтегральной функции, заданной таблично.

Значения  $t_{нач} = 0$ ,  $t_{кон} = 5$  с,  $v_0 = 1,2$  м/с,  $a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>, число интервалов  $n = 42$

$t$	0,00	1,00	1,50	2,00	2,65	3,50	4,35	5,00
$v(t)$	1,20	1,70	1,95	2,20	2,53	2,95	3,38	3,70

### В а р и а н т 7

Определить площадь  $S$ , вычислив:

а)  $S = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} e^x dx$ , используя метод трапеций;

б)  $S = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} e^x dx$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $S = \int_{x_{нач}}^{x_{кон}} f(x) dx$  для подынтегральной функции, заданной таблично.

лично.



Значения  $x_{нач} = 0$ ,  $x_{кон} = 1$  м, число интервалов  $n = 60$

$x$	0,00	0,20	0,33	0,50	0,60	0,82	1,00
$f(x)$	1,00	1,22	1,39	1,65	1,82	2,27	2,72

### В а р и а н т 8

Определить работу  $A_C$ , совершаемую силой  $F_C$ , вычислив:

а)  $A_C = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} F_0(1 + 0,5S) dS$ , используя метод трапеций;

б)  $A_C = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} F_0(1 + 0,5S) dS$  по формуле Ньютона-Лейбница;

в)  $A_C = \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} F_C(S) dS$  для подынтегральной функции, заданной таб-

лично.

Значения  $S_{нач} = 3$ ,  $S_{кон} = 5$  м,  $F_0 = 10$  Н, число интервалов  $n = 46$

$S$	3,00	3,28	3,50	3,80	4,00	4,26	4,40	4,62	5,00
$F_C(S)$	25,00	26,40	27,50	29,00	30,00	31,30	32,00	33,10	35,00

### В а р и а н т 9

Определить реакцию  $R_n$ , вычислив:

а)  $R_n = 2rl \int_{\beta_{нач}}^{\beta_{кон}} p \cos \beta d\beta$ , используя метод трапеций;

б)  $R_n = 2rl \int_{\beta_{нач}}^{\beta_{кон}} p \cos \beta d\beta$  по формуле Ньютона-Лейбница;

$$в) R_n = 2rl \int_{\beta_{нач}}^{\beta_{кон}} f(\beta) d\beta \text{ для подынтегральной функции, заданной}$$

таблично.

Значения  $\beta_{нач} = 0$ ,  $\beta_{кон} = \pi/2$ ,  $r = 0,01$  м,  $l = 0,025$  м,  $p = 1,5$ , число интервалов  $n = 40$

$\beta$	0,00	0,16	0,44	0,63	0,70	0,94	1,20	1,40	1,57
$f(\beta)$	1,50	1,48	1,36	1,21	1,15	0,88	0,54	0,25	0,00

### В а р и а н т 10

Определить время  $t$ , вычислив:

$$а) t = J_{II} \int_{\omega_{нач}}^{\omega_{кон}} \frac{d\omega}{9 - \omega}, \text{ используя метод трапеций;}$$

$$б) t = J_{II} \int_{\omega_{нач}}^{\omega_{кон}} \frac{d\omega}{9 - \omega} \text{ по формуле Ньютона-Лейбница;}$$

$$в) t = J_{II} \int_{\omega_{нач}}^{\omega_{кон}} f(\omega) d\omega \text{ для подынтегральной функции, заданной}$$

таблично.

Значения  $\omega_{нач} = 0$ ,  $\omega_{кон} = 5$  с<sup>-1</sup>,  $J_{II} = 7,5$  кг·м<sup>2</sup>, число интервалов  $n = 36$

$\omega$	0,00	0,80	1,50	2,00	3,00	3,50	4,30	5,00
$f(\omega)$	0,11	0,12	0,13	0,14	0,17	0,18	0,21	0,25

### Задания для самостоятельной работы

1. Определить кинетическую энергию  $E_K$  тела, движущегося под действием силы  $F$ , вычислив

$$E_K = F_0 \int_{S_{нач}}^{S_{кон}} e^{-\lambda S} dS \text{ методом трапеций.}$$

Значения  $F_0 = 2,5$  Н,  $S_{нач} = 0$ ,  $S_{кон} = 1,5$  м,  $\lambda = 0,5$ , число интервалов  $n = 95$ .

2. Определить путь  $S$  точки, движущейся по эллиптической траектории, вычислив

$$S = 4 \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt \text{ методом трапеций.}$$

Значения  $t_{нач} = 0$ ,  $t_{кон} = 1,5$  с,  $a = 5$ ,  $b = 4$ , число интервалов  $n = 85$ .

3. Определить время  $t$  разгона машинного агрегата, вычислив

$$t = J \int_0^{\omega_y} \frac{d\omega}{a\omega^2 + b\omega + c} \text{ методом трапеций.}$$

Значения  $a = 1,5$ ,  $b = 2$ ,  $c = 0,5$ ,  $\omega_y = 20$  с<sup>-1</sup>,  $J = 36$  кг·м<sup>2</sup>, число интервалов  $n = 82$ .

4. Определить угловую скорость  $\omega$ , вычислив

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{J_{\Pi}} \int_{\varphi_{нач}}^{\varphi_{кон}} M_0 (1 + \sin \varphi) d\varphi} \text{ методом трапеций.}$$

Значения  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $\varphi_{кон} = \pi$ ,  $M_0 = 10$  Н·м,  $J_{\Pi} = 10$  кг·м<sup>2</sup>, число интервалов  $n = 50$ .

5. Определить время  $t$  перемещения рабочего органа пружинного механизма, вычислив

$$t = \sqrt{\frac{S_{\max} \cdot m}{F_0}} \int_{S_{\text{нач}}}^{S_{\text{кон}}} \frac{dS}{\sqrt{S^2 + 2S_{\max} \cdot S}}, \text{ где } F_0 = \frac{S_{\max} \cdot m \cdot \pi}{4t_{\text{нач}}^2},$$

методом трапеций.

Значения  $S_{\text{нач}} = 0,05$  м,  $S_{\text{кон}} = 0,5$  м,  $S_{\max} = 0,1$  м,  $m = 0,1$  кг,  $t_{\text{нач}} = 1$  с, число интервалов  $n = 78$ .

## Лабораторная работа № 4.2

### РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучение методов решения нелинейных уравнений и их использование при решении инженерных задач.

#### Теоретические сведения

**Постановка задачи.** Решением нелинейного уравнения  $f(x) = 0$ , где  $f(x)$  определена, непрерывна и нелинейна на отрезке  $[a, b]$  и  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , является такое значение  $x^*$ , для которого  $f(x^*) = 0$ . Для решения широко используются такие методы как метод половинного деления, метод Ньютона и др.

**Математическая модель задачи. Метод половинного деления.** При использовании метода половинного деления математическую модель можно пояснить с помощью рис. 4.2.1.

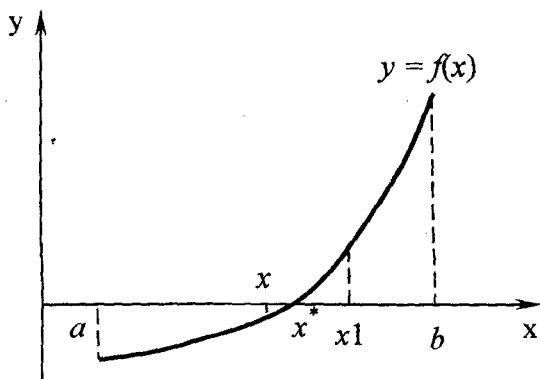


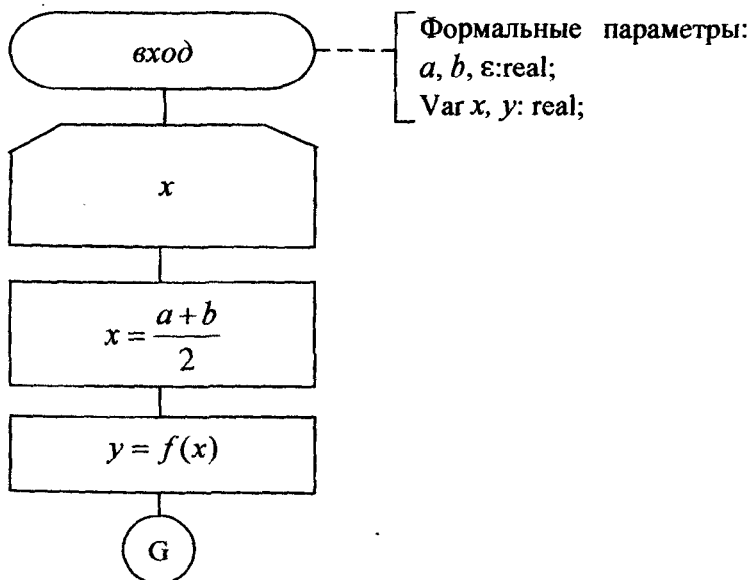
Рис. 4.2.1

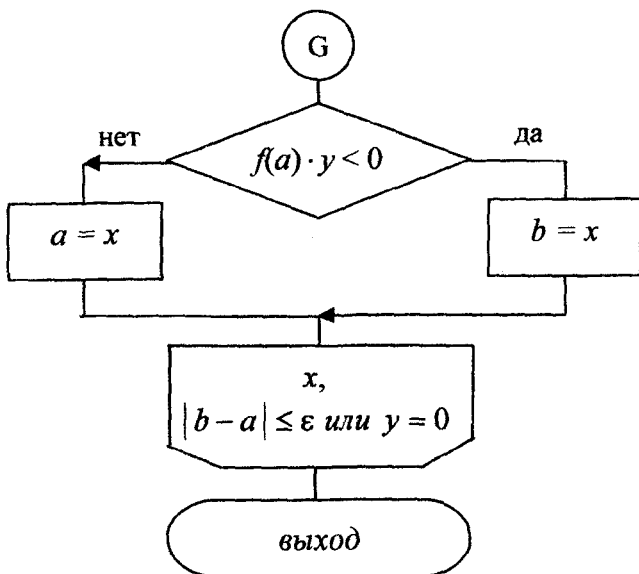
Корнем уравнения является  $x^*$  – точка пересечения кривой  $y = f(x)$  с осью  $x$ . Требуется определить значение  $x^*$  с точностью  $\epsilon$ .

Отрезок  $[a, b]$  делят пополам, т.е. определяют  $x = \frac{a+b}{2}$ . Если  $f(x) = 0$ , то  $x$  – корень уравнения. В противном случае в качестве нового отрезка  $[a, b]$  выбирается тот из отрезков  $[a, x]$  или  $[x, b]$ , на концах которого значения функции  $f(x)$  имеют противоположные знаки. На данном рисунке это  $[x, b]$ , рассматриваемый как новый интервал  $[a, b]$ . Этот интервал снова делится пополам, находится новая середина и т.д. Деление пополам продолжается до тех пор, пока длина очередного отрезка  $[a, b]$  не станет меньше  $2\epsilon$ . Тогда его середина и будет корнем уравнения, вычисленным с точностью  $\epsilon$ .

**Схема алгоритма метода половинного деления.** Так как середина отрезка определяется хотя бы один раз и количество повторений алгоритма зависит от условия, поэтому при реализации метода половинного деления целесообразно использовать цикл с постусловием.

Схема алгоритма процедуры POLOV имеет следующий вид:





**Использование метода Ньютона.** Метод Ньютона реализован процедурой RTNI, находящейся в учебном модуле METHOD (см. приложение). Обращение к ней возможно только после подсоединения модуля к программе пользователя. Заглавие процедуры с формальными параметрами и описание типов имеют вид

Type

Tfunc = Function(x:real):real;

Tproc = Procedure(x:real; Var f, pr1:real);

Procedure RTNI(a,b,e:real; fpr1:Tproc;

pr2:Tfunc;

mi:integer; Var x,y:real);

где a, b – граница интервала;

e – точность;

fpr1 – имя внешней процедуры, вычисляющей значение  $f(x)$  и  $f'(x)$  для аргумента x;

pr2 – имя внешней функции, вычисляющей значение  $f''(x)$  для аргумента x;

mi – максимальное число заданных итераций (повторений алгоритма);

x – вычисленный корень;

y – значение функции  $f(x)$ .

Типы Tfunc и Tproc, описанные в модуле METHOD, используются в программе пользователя без описания после подсоединения модуля. Трансляция внешних процедуры и функции, передаваемых в качестве фактических параметров для fpr1 и pr2, осуществляется с опцией компилятора {\$F+}.

Программа для решения нелинейного уравнения  $x^3 - 1 = 0$  с использованием RTNI имеет вид

```
Program lr4_2; {103111 User12 Жук С.М.}
Uses crt,metod;
Var
  a,b,e,x,y:real; mi:integer;
  {$F+}
procedure fpr1(x:real;var f,pr1:real);
  {определяет вид функции и первой производной}
  {для уравнения  $x^3 - 1 = 0$ }
begin
  f:=x*x*x-1;
  pr1:=3*x*x
end;
function pr2(x:real):real;
  {определяет вид второй производной}
begin
  pr2:=6*x;
end;
  {$F-}
begin
  ClrScr;
  write('введите a='); readln(a);
  write('введите b='); readln(b);
  write('введите точность вычислений e=');
  readln(e);
  write('введите количество повторений mi=');
  readln(mi);
  Rtni (a,b,e,fpr1,pr2,mi,x,y);
```

```
write('корень x=',x:5:2,' функция y=',y:5:2);  
repeat until keypressed  
end.
```

### **Контрольные вопросы**

1. Что является решением нелинейного уравнения?
2. Приведите математическую модель метода половинного деления.
3. Постройте схему алгоритм метода половинного деления.
4. Как использовать процедуру RTNI из модуля METHOD для решения нелинейного уравнения?

### **Задания для выполнения**

#### **В а р и а н т 1**

Определить угол  $\alpha$ , решив уравнение  $\cos \alpha - \alpha^3 + 6 = 0$  ( $\alpha$  – в радианах):

- а) методом половинного деления;
- б) используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[1; 2,5]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### **В а р и а н т 2**

Для расчета плотности вещества решить уравнение  $\sin p - \ln p + 0,5 = 0$ :

- а) методом половинного деления;
- б) используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[2; 3]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### **В а р и а н т 3**

Для расчета геометрических параметров червячных фрез решить уравнение  $\sin x + \cos x + x + 1 = 0$ :

- а) методом половинного деления;
- б) используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .



#### В а р и а н т 4

Определить расстояние, пройденное телом, решив уравнение  $0,25s^3 + s - 1,2502 = 0$  :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[0; 2]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 5

Определить время полета брошенного тела, решив уравнение  $0,1t^2 - t \cdot \ln t = 0$  :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[1; 2]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 6

Определить максимальную скорость движения тела, решив уравнение  $e^v + \ln v - 10v = 0$  :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[3; 4]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 7

Определить массу тела, решив уравнение  $3m - 14 + e^m + e^{-m} = 0$  :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[1; 3]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 8

Определить силу, действующую на тело, решив уравнение  $\ln F - F + 2 = 0$  :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[2; 4]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 9

Определить плотность вещества, решив уравнение  $\sin p - 3p + 5 = 0$ :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[1,5; 2,5]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### В а р и а н т 10

Определить максимальный объем вещества, решив уравнение  $3v - \cos v - 4 = 0$ :

- методом половинного деления;
- используя стандартную процедуру RTNI.

Заданы интервал уточнения корня  $[0,5; 1,9]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ , количество итераций  $mi = 200$ .

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Определить угол зацепления  $\alpha$  зубчатой передачи, решив уравнение  $\operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha$  ( $\alpha$  – в радианах) методом половинного деления на интервале  $[\alpha_{\text{нач}}, \alpha_{\text{кон}}]$ .

Заданы  $\operatorname{inv} \alpha = 0,029975$ , интервал уточнения корня  $[22^\circ; 30^\circ]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ .

2. Для расчета плотности вещества решить уравнение  $0,3 \operatorname{tg} p - 0,5 p - 1 = 0$  методом половинного деления на интервале  $[p_{\text{нач}}, p_{\text{кон}}]$ .

Заданы интервал уточнения корня  $[0; 1,5]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ .

3. Определить силу, действующую на тело, решив уравнение  $3 \ln^2 F + 6 \ln F - 5 = 0$  методом половинного деления на интервале  $[F_{\text{нач}}, F_{\text{кон}}]$ .

Заданы интервал уточнения корня  $[1; 3]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ .

4. Определить угловую скорость, решив уравнение  $\omega \cdot \operatorname{tg} \omega - \frac{1}{3} = 0$  методом половинного деления на интервале  $[\omega_{\text{нач}}, \omega_{\text{кон}}]$ .

Заданы интервал уточнения корня  $[0,2; 1]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ .

5. Определить ускорение движущегося тела, решив уравнение  $\sqrt{1-a} = \cos \sqrt{1-a}$  методом половинного деления на интервале  $[a_{\text{нач}}, a_{\text{кон}}]$ .

Заданы интервал уточнения корня  $[0; 1]$ , точность  $\varepsilon = 0,01$ .

### Лабораторная работа № 4.3

#### ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучение методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и их использование при решении инженерных задач.

#### *Теоретические сведения*

**Постановка задачи.** Численные методы решения обыкновенного дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  позволяют найти его частное (удовлетворяющее какому-нибудь условию) решение в виде совокупности значений аргумента и функции на отрезке  $[x_{\text{нач}}, x_{\text{кон}}]$ . Решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_{\text{нач}}) = y_{\text{нач}} \end{cases}$$

на отрезке  $[x_{\text{нач}}, x_{\text{кон}}]$  представляется в виде таблицы

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_{n+1}$
$y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_{n+1}$

где  $x_1 = x_{нач}$ ,  $x_{n+1} = x_{кон}$ ,  $y_1 = y_{нач}$ ,  $n$  — число интервалов деления отрезка изменения аргумента.

Для решения дифференциальных уравнений достаточно широко используются метод Эйлера и метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

**Математическая модель задачи.** Построим математическую модель метода Эйлера. Разобьем отрезок  $[x_{нач}, x_{кон}]$  на  $n$  равных элементарных участков длиной  $h = \frac{x_{кон} - x_{нач}}{n}$ . Полученные точки

пронумеруем от 1 до  $n + 1$ . В соответствии с постановкой задачи зададим  $x_i = x_{нач}$ ,  $y_i = y_{нач}$ . Номер текущей точки характеризуется переменной  $i$ , которой соответствует значение аргумента  $x_i = x_{нач} + (i - 1) \cdot h$ . Для любого элементарного участка  $[x_{i-1}, x_i]$  отрезка  $[x_{нач}, x_{кон}]$  представим

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-1} \text{ и } \Delta x_i = x_i - x_{i-1}.$$

Тогда

$$y'_i = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = f(x_{i-1}, y_{i-1}).$$

Откуда

$$y_i - y_{i-1} = (x_i - x_{i-1}) \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1})$$
$$\text{и } y_i = y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1}).$$

Окончательно, при равноудаленных значениях аргумента  $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$  формула метода Эйлера для всего отрезка  $[x_{нач}, x_{кон}]$  примет вид

$$y_i = y_{i-1} + h \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1}), i = 2, \dots, n + 1.$$

**Алгоритм метода Эйлера.** Алгоритм метода Эйлера при равноудаленных значениях аргумента имеет вид

1. Ввод исходных данных  $x_{нач}, x_{кон}, y_{нач}, n$ ;

$$2. h = \frac{x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}}{n};$$

$$3. x_1 = x_{\text{нач}}; y_1 = y_{\text{нач}};$$

4. Для  $i = 2, \dots, n + 1$

$$4.1. x_i = x_{\text{нач}} + (i-1) \cdot h;$$

$$4.2. y_i = y_{i-1} + h \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1}) .$$

**Использование метода Рунге-Кутты.** Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности реализован процедурой RUNGE, находящейся в учебном модуле METHOD (см. приложение). Обращение к ней возможно только после подсоединения модуля к программе пользователя. Заглавие процедуры имеет вид

```
Procedure RUNGE(n:integer; xn,xk,yn:real; f:Tfunc1;
                Var x,y:Vect);
```

где  $n$  – количество интервалов разбиения отрезка  $[x_{\text{нач}}, x_{\text{кон}}]$ ;

$x_n$  – начальное значение аргумента, равно  $x_{\text{нач}}$ ;

$x_k$  – конечное значение аргумента, равно  $x_{\text{кон}}$ ;

$y_n$  – начальное значение функции, равно  $y_{\text{нач}}$ ;

$f$  – имя внешней функции, вычисляющей значение  $f(x, y)$ ;

$x$  – вычисленный массив значений аргумента;

$y$  – вычисленный массив значений функции  $y(x)$ .

Описание типов Tfunc1 и Vect произведено в модуле METHOD и имеет вид

Type

```
Tfunc1 = Function(x,y:real):real;
```

```
Vect = array[0..100] of real;
```

Они используются в программе пользователя без описания после подсоединения модуля. Трансляция внешней функции, передаваемой в качестве фактического параметра для  $f$ , осуществляется с опцией компилятора  $\{SF+\}$ .

Программа для решения задачи Коши

$$\begin{cases} v' = \frac{dv}{dt} = v + t, \\ v(0) = 1 \end{cases}$$

на интервале  $[0; 0,6]$  с использованием RUNGE имеет вид

```
Program lr4_3; {103122 User34 Игнатъев Ю.С.}
Uses crt,metod;
Var
  tn,tk,vn:real; i,n:integer; v,t:vect;
  {$F+}
function fvt (t,v:real):real;
begin
  fvt:=v+t;
end;
  {$F-}
begin
  ClrScr;
  write('введите tn='); readln(tn);
  write('введите tk='); readln(tk);
  write('введите vn='); readln(vn);
  write('введите n='); readln(n);
  writeln;
  Runge(n,tn,tk,vn,fvt,t,v);
  writeln('   i       t       v');
  for i:=1 to n+1 do
    writeln(' ',i:2, ' ':5,t[i]:5:2,' ':5,v[i]:5:2);
  repeat until keypressed
end.
```

Результаты работы программы имеют вид

```
введите tn=0
введите tk=0.6
введите vn=1
введите n=6
```

i	t	v
1	0.00	1.00
2	0.10	1.11
3	0.20	1.24
4	0.30	1.40
5	0.40	1.58
6	0.50	1.80
7	0.60	2.04

### Контрольные вопросы

1. Что является приближенным решением задачи Коши?
2. Приведите математическую модель метода Эйлера.
3. Постройте алгоритм метода Эйлера.
4. Как использовать процедуру RUNGE из модуля METHOD для решения задачи Коши?

### Задания для выполнения

#### В а р и а н т 1

Определить скорость движения тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} v' = \frac{dv}{dt} = \frac{t^2 + v^2}{10}, \\ v(1) = 1 \end{cases}$$

- а) методом Эйлера;
- б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[1; 2]$ .

#### В а р и а н т 2

Определить перемещение тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} s' = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{t^2 + s^2}, \\ s(0,5) = 0,5 \end{cases}$$

- а) методом Эйлера;
- б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[0,5; 1,5]$ .

#### В а р и а н т 3

Определить массу тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} m' = \frac{dm}{dt} = t^2 + t \cdot m^3, \\ m(0) = 0 \end{cases}$$

- а) методом Эйлера;
- б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[0; 1]$ .

#### В а р и а н т 4

Определить угол поворота, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \varphi' = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\varphi t} + 1, \\ \varphi(0) = 0 \end{cases}$$

а) методом Эйлера, создав пользовательскую процедуру;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[0; 1]$ .

#### В а р и а н т 5

Определить плотность тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \rho' = \frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho^2 + t^2}{12}, \\ \rho(2) = 3 \end{cases}$$

а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[2; 3]$ .

#### В а р и а н т 6

Определить угловую скорость движения тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \omega' = \frac{d\omega}{dt} = t^2 + \omega t + \omega^2, \\ \omega(0) = 0 \end{cases}$$

а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[0; 0,5]$ .

#### В а р и а н т 7

Определить угол поворота, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \varphi' = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1 + \varphi^2}{\varphi t}, \\ \varphi(2) = 1 \end{cases}$$



а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [2; 4].

### В а р и а н т 8

Определить силу  $F$ , решив задачу Коши

$$\begin{cases} F' = \frac{dF}{dt} = \frac{F}{2\sqrt{t}}, \\ F(4) = 1 \end{cases}$$

а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [4; 6].

### В а р и а н т 9

Определить скорость движения тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} v' = \frac{dv}{dt} = 2tv^3 - 1, \\ v(0) = 0 \end{cases}$$

а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [0; 0,8].

### В а р и а н т 10

Определить угловую скорость движения тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \omega' = \frac{d\omega}{dt} = \omega^3 - t^3, \\ \omega(0) = 1 \end{cases}$$

а) методом Эйлера;

б) используя стандартную процедуру RUNGE.

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [0; 0,5].

### Задачи для самостоятельного решения

1. Определить перемещение тела, решив задачу Коши

$$\begin{cases} s' = \frac{ds}{dt} = \sqrt{ts} + 2, \\ s(1) = 2 \end{cases}$$

методом Эйлера на отрезке  $[t_{нач}, t_{кон}]$ .

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [1; 3].

2. Определить силу  $F$ , решив задачу Коши

$$\begin{cases} F' = \frac{dF}{ds} = \frac{s^2 + 3F^2}{4}, \\ F(2) = 0 \end{cases}$$

методом Эйлера на отрезке  $[s_{нач}, s_{кон}]$ .

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [2; 3].

3. Определить момент сопротивления  $M_C$ , решив задачу Коши

$$\begin{cases} M_C' = \frac{dM_C}{d\varphi} = \frac{2}{\varphi^2 + 3M_C^2}, \\ M_C(3) = 0 \end{cases}$$

методом Эйлера на отрезке  $[\varphi_{нач}, \varphi_{кон}]$ .

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения [3; 5].

4. Определить угловую скорость вала, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \omega' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_D - M_C}{J_{\Pi}}, \\ \omega(0) = 0 \end{cases}$$

где

$$M_D = a_1 + b_1\omega;$$

$$M_C = const,$$

методом Эйлера на отрезке  $[t_{нач}, t_{кон}]$ .

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[0; 10]$ ,  
 $a_1 = 55$ ,  $b_1 = 0,61$ ,  $M_C = 50$ ,  $J_{II} = 6$ .

5. Определить угловую скорость вращения ротора вентилятора, решив задачу Коши

$$\begin{cases} \omega' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_D - M_C}{J_{II}}, \\ \omega(5) = 5 \end{cases}$$

где

$$M_D = a_1 - b_1\omega;$$

$$M_C = a_2 - b_2\omega^2$$

методом Эйлера на отрезке  $[t_{нач}, t_{кон}]$ .

Количество интервалов  $n = 10$ , отрезок нахождения решения  $[5; 10]$ ,  
 $a_1 = 210$ ,  $b_1 = 20$ ,  $a_2 = 96$ ,  $b_2 = 0,56$ ,  $J_{II} = 12$ .

## Лабораторная работа № 4.4

### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: разработка алгоритмов и программ для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

#### *Теоретические сведения*

**Постановка задачи.** Задача заключается в определении неизвестных переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  системы

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

В матричной форме система запишется в виде  $A \cdot X = B$ , где  $A$  – матрица системы,  $X$  – столбец неизвестных,  $B$  – столбец свободных членов.

**Математическая модель задачи.** Система имеет единственное решение, если определитель матрицы  $\det A \neq 0$ .

Для решения СЛАУ при  $n < 10^3$  наиболее часто используется метод исключения Гаусса. Для повышения точности в качестве диагонального элемента выбирается наибольший по модулю элемент в непреобразованном остатке соответствующего столбца. Путем эквивалентных преобразований матрица  $A$  приводится к треугольной матрице вида

$$\begin{pmatrix} 1 & a_{12}^1 & a_{13}^1 & \dots & \dots & a_{1n}^1 \\ & 1 & a_{23}^2 & \dots & \dots & a_{2n}^2 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots & 1 & a_{n-1n}^{n-1} \\ & & & & & 1 \end{pmatrix}.$$

Одновременно с матрицей преобразуется и столбец свободных членов. Этот этап называется прямым ходом метода Гаусса. Во время обратного хода осуществляется последовательное определение неизвестных

$$x_n, x_{n-1}, \dots, x_1.$$

**Использование процедуры GAUS для решения СЛАУ.** Предлагается для решения СЛАУ использовать разработанную процедуру GAUS, включенную в модуль METHOD (см. приложение). Заглавие процедуры имеет вид

```
Procedure GAUS(A:Matr; n:integer; B:Vect;
                Var X:Vect);
```

где  $A$  – матрица системы;

$n$  – её размерность;

$B$  – столбец свободных членов;

$X$  – столбец неизвестных.

Описание типов Matr и Vect произведено в модуле METHOD и имеет вид

Type

Matr = array[1..10 , 1..10] of real;

Vect = array[0..100] of real; .

В программе пользователя после подсоединения модуля METHOD они используются без описания.

### *Контрольные вопросы*

1. Запишите систему линейных алгебраических уравнений.
2. В каком случае СЛАУ имеет единственное решение?
3. Как использовать процедуру GAUS из модуля METHOD?

### *Задания для выполнения*

Решить СЛАУ. Для этого:

1. Построить схемы алгоритмов головной программы и процедур ввода матрицы, ввода и вывода столбца.
2. Написать головную программу, содержащую
  - 2.1 подсоединение модуля METHOD;
  - 2.2 тексты процедур;
  - 2.3 обращения к процедурам в соответствии со схемой алгоритма.
3. Подготовить исходные данные, сформировав матрицу  $A$  и столбец свободных членов  $B$  .

### **В а р и а н т 1**

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 4x_4 = 4, \\ 2x_2 + 5x_3 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 8, \\ -x_2 + x_4 = 0 \end{cases} .$$

**Вариант 2**

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 2x_4 = -2, \\ 3x_1 - 5x_4 = -2, \\ 2x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8 \end{cases} .$$

**Вариант 3**

$$\begin{cases} x_2 - 4x_3 - 2x_4 = -5, \\ 3x_1 + 4x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_2 - 2x_4 = 1 \end{cases} .$$

**Вариант 4**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_4 = 0, \\ 5x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -1 \end{cases} .$$

**Вариант 5**

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 1, \\ 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -2, \\ x_1 + x_4 = 2 \end{cases} .$$

**Вариант 6**

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ -3x_2 - 3x_3 + x_4 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases} .$$

Вариант 7

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 6x_4 = 1 \end{cases} .$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -x_2 + x_3 + 4x_4 = 4, \\ 3x_1 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} .$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_4 = 2, \\ x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases} .$$

Вариант 10

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases} .$$

## Модуль МЕТОД

```
Unit METHOD;
Interface
```

```

Type Vect = Array[0..100] of Real;
Matr = Array[1..10,1..10] of Real;
TFunc = Function(X:Real):Real;
TProc = Procedure(X:Real;Var F1,Pr1:Real);
TFuncl = Function(x,y:real):real;

function Itab(n:integer; x,f:vect):real;
function Intfan(n:integer; xn,xk:real;
f:TFunc):real;
procedure RTNI(a,b,e:real; FPR1:tproc; PR2:tfunc;
mi:integer;var xl,y1:real);
procedure RUNGE(n:integer;xn,xk,yn:real;F:tfuncl;
var x,y:vect);
Procedure Gaus(a:Matr;n:integer;B:Vect; Var x:vect);
```

```
Implementation
```

```

function Itab;
  {Вычисление интеграла по формуле трапеций от}
  {таблично заданной подынтегральной функции}
  var i:integer;int:real;
  BEGIN
    int:=0.0;
    for i:=2 to n do int:=int+(f[i]+f[i-1])/2*
                                (x[i]-x[i-1]);
    Itab:=int
  END;

function Intfan;
  {Вычисление интеграла по формуле трапеций}
  {от аналитически заданной подынтегральной
функции}
  var i:integer;int,h:real;x,y:vect;
  BEGIN
    h:=(xk-xn)/n;
    for i:=1 to n+1 do
      begin
        x[i]:=xn+(i-1)*h;
        y[i]:=f(x[i])
      end;
  END;
```



```

    int:=0.0;
    for i:=2 to n+1 do int:=int+(y[i-1]+y[i])/2*h;
    Intfan:=int
END;

```

```

procedure RTNI;
    {Решение нелинейного уравнения методом Ньютона}
    label 1;
    var f1,pr,xp:real;n:integer;
BEGIN
    fpr1(a,f1,pr);
    if f1*pr2(a)>0.0 then xp:=a
        else xp:=b;
    n:=0;
1:   fpr1(xp,f1,pr);
    if abs(pr)<1.0e-6 then
        begin
            writeln('Производная функции при значении ',
                'аргумента ',xp:10:5);
            writeln('близка к нулю с точностью 1.0e-6');
            halt
        end;
    x1:=xp-f1/pr;
    n:=n+1;
    if n>mi then
        begin
            writeln('Корень не найден за ',mi:3,
                ' итераций');
            halt
        end;
    if abs(xp-x1)>e then
        begin
            xp:=x1;
            goto 1
        end;
    fpr1(x1,y1,pr)
END;

```

```

procedure RUNGE;
    {Решение дифференциального уравнения методом}
    {Рунге-Кутты четвертого порядка точности}
    var h,k1,k2,k3,k4:real;
        i:integer;
BEGIN
    y[1]:=yn;
    x[1]:=xn;

```

```

h:=(xk-xn)/n;
for i:=2 to n+1 do
begin
  x[i]:=xn+(i-1)*h;
  k1:=f(x[i-1],y[i-1]);
  k2:=f(x[i-1]+0.5*h,y[i-1]+0.5*h*k1);
  k3:=f(x[i-1]+0.5*h,y[i-1]+0.5*h*k2);
  k4:=f(x[i],y[i-1]+h*k3);
  y[i]:=y[i-1]+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4)
end
END;
Procedure Gaus;
{Решение системы линейных алгебраических уравнений}
Var im,k,i,j:integer;
m,s,d:real;
Begin
  For k:=1 to n-1 do
begin
  M:=abs(a[k,k]);
  im:=k;
  For i:=k+1 to n do
    if m<abs(a[i,k]) then
begin
      M:=abs(a[i,k]);
      im:=i
    end;
  if M=0 then
begin
    writeln('Матрица вырождена');
    halt;
  end;
  if im<>k then
begin
    For j:=k to n do
begin
      s:=a[k,j];
      a[k,j]:=a[im,j];
      a[im,j]:=s;
    end;
    s:=b[k];
    b[k]:=b[im];
    b[im]:=s;
  end;
  d:=a[k,k];
  For j:=k to n do a[k,j]:=a[k,j]/d;

```

```

b[k]:=b[k]/d;
For i:=k+1 to n do
  begin
    d:=a[i,k];
    For j:=k to n do a[i,j]:=a[i,j]-d*a[k,j];
    b[i]:=b[i]-d*b[k] end;
  end;
If a[n,n]=0 then
  begin
    Writeln('Матрица вырождена');
    halt;
  end;
b[n]:=b[n]/a[n,n];
a[n,n]:=1;
x[n]:=b[n];
For i:=(n-1) downto 1 do
  begin
    s:=0;
    for j:=i+1 to n do s:=s+a[i,j]*x[j];
    x[i]:=b[i]-s;
  end;
end;

End.

```

□

## ЛИТЕРАТУРА

1. Б о р о д и ч, Ю. С. Паскаль для персональных компьютеров: справ. пособие / Ю. С. Бородич, А. И. Вальвачев, А. И. Кузьмич. – Минск: Вышэйшая школа: БФ ГИТМП «Ника», 1991.
2. О ф и ц е р о в, Д. В. Программирование в интегрированной среде Турбо-Паскаль: справ. пособие / Д. В. Офицеров, В. А. Старых. – Минск: Беларусь, 1992.
3. П о л я к о в, Д. Б. Программирование в среде Турбо-Паскаль (версия 5.5) / Д. Б. Поляков, И. Ю. Круглов. – М., 1992.
4. Ф а р о н о в, В. В. Программирование на персональных ЭВМ в среде Турбо-Паскаль / В. В. Фаронов. – М.: Изд-во МГТУ, 1992.
5. Ф и г у р н о в, В.Э. IBM PC для пользователя: краткий курс. – Сокращенная версия 7-го издания / В. Э. Фигурнов. – М.: ИНФРА, 1999.

## Содержание

Лабораторная работа № 3.8. ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДПРОГРАММ-ПРОЦЕДУР.....	3
Лабораторная работа № 3.9. ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДПРОГРАММ-ФУНКЦИЙ.....	15
Лабораторная работа № 3.10. РАБОТА С ФАЙЛАМИ.....	21
Лабораторная работа № 3.11. ПРОГРАММИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ ТИПА ЗАПИСЬ.....	34
4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.....	46
Лабораторная работа № 4.1. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ. МЕТОД ТРАПЕЦИЙ.....	46
Лабораторная работа № 4.2. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	59
Лабораторная работа № 4.3. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	66
Лабораторная работа № 4.4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.....	74
Приложение МОДУЛЬ МЕТОД.....	79
ЛИТЕРАТУРА.....	83

Учебное издание

АНЦИПОРОВИЧ Петр Петрович  
АЛЕЙНИКОВА Ольга Ивановна  
БУЛГАК Татьяна Ивановна  
ЛУЦКО Наталья Яковлевна

## ИНФОРМАТИКА

Методическое пособие  
к лабораторным работам  
для студентов машиностроительных специальностей

В 4 частях

Часть 4

---

Ответственный за выпуск И.Ю. Никитенко

Подписано в печать 10.09.2008.

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 4,94. Уч.-изд. л. 3,86. Тираж 500. Заказ 842.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ 02330/0131627 от 01.04.2004.