

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ
ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Кафедра «Информационные системы и технологии»

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРИРУЮЩИХ СТРАТЕГИЙ

Методические указания
к курсовым и лабораторным работам
для студентов специальностей
1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки
информации», 1-40 01 01 «Программное обеспечение
информационных технологий»,
1-40 01 02 «Информационные системы и технологии»

Минск
БНТУ
2011

УДК 51 (076.2)

ББК 22.1я7

М 74

Составители:

канд. техн. наук, доцент *В.В. Напрасников*
(Белорусский национальный технический университет);
преподаватель *Ю.В. Напрасникова*
(Белорусский национальный технический университет);
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Н. Соловьев*
(Донской государственный технологический университет);
канд. физ.-мат. наук, доцент *А.С. Скалчих*
(Ростовский государственный университет);
преподаватель *В.И. Лакин*
(Белорусский национальный технический университет)

Рецензенты:

Ю.О. Герман, А.В. Василевский

Настоящий материал предназначен для использования в качестве методических указаний при выполнении курсовых и лабораторных работ студентами специальностей 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации», 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», 1-40 01 02 «Информационные системы и технологии».

Пример конкурирующих стратегий

Поясним идею моделирования конкурирующих стратегий на примере задачи о выборе стратегии эксплуатации автобуса.

Пусть автобус с регулярным маршрутом должен выполнить в день N -рейсов. При этом каждый день он начинает работу в состоянии без поломок, которое будем называть «хорошим». Если рейс выполняется в хорошем состоянии, то существует вероятность a того, что он закончит рейс в «ухудшенном» состоянии, которое будем называть A . Такое состояние предполагает наличие небольшой поломки, не влияющей на возможность выполнить очередной рейс, но предполагающей возможность возникновения критической поломки при выполнении очередного рейса.

На устранение этой поломки для восстановления автобуса до исходного состояния требуется время, за которое автобус пропустит один рейс. Стратегию эксплуатации автобуса, когда возникшая небольшая поломка устраняется сразу же после рейса, в котором она возникла, назовем « α ».

Если же не проводить этот ремонт, и продолжать рейсы в «ухудшенном» состоянии, то существует вероятность b критической поломки автобуса (назовем такое состояние B), когда рейс будет прерван, и потребуются незамедлительный ремонт.

При этом больше ни одного рейса до конца дня нельзя будет выполнить. Назовем эту стратегию эксплуатации автобуса « β ».

Эти две стратегии эксплуатации автобуса представлены в схемах на рис. 1.

Вопрос заключается в том, какая из этих стратегий окажется лучшей при заданных вероятностях a , b и заданном числе предполагаемых рейсов N в день. В этом смысле стратегии конкурируют между собой.

В изложенной постановке такая задача была решена Морзом, а после него Крайзенем. Этими авторами были получены аналитические оценки среднего числа рейсов в день для стратегий « α » и « β » соответственно.

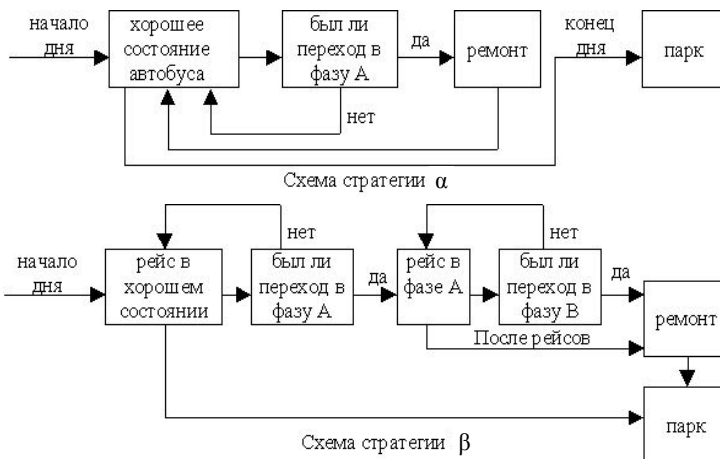


Рис. 1. Схемы стратегий « α » и « β »

Построение алгоритмической модели конкурирующих стратегий

Получение аналитических выражений оценок среднего числа рейсов в день даже при незначительном усложнении стратегий крайне затруднительно. В то же время, построение алгоритмической модели для получения этих оценок затруднений не вызывает. При этом модель легко модифицировать при изменении формулировки задачи.

На рис. 2 представлена схема алгоритма для вычисления среднего числа рейсов в день при стратегиях « α » и « β ».

Пояснения к схеме:

SG1 – флаг, который обозначает хорошее или ухудшенное состояние при стратегии « α »;

SG1=1 – автобус находится в «хорошем» состоянии,

SG1=0 – автобус находится в «ухудшенном» состоянии;

SG2 – флаг, который обозначает «хорошее» или «ухудшенное» состояние при стратегии « β »;

SG2=1 – автобус находится в «хорошем» состоянии,

SG2=0 – автобус находится в «ухудшенном» состоянии;

SB2 – флаг, который обозначает фазу **B** при стратегии « β »;

SB2=1 – автобус находится в фазе **B** при стратегии « β »,

$SB2=0$ – в иных случаях;

D_{\max} – число дней, которые мы хотим моделировать;

D – номер моделируемого дня;

RA, RB – количество действительно выполненных рейсов в течение рассматриваемого дня при стратегиях « α » и « β » соответственно;

SRA, SRB – общее число выполненных рейсов за D рассмотренных дней при стратегиях « α » и « β » соответственно;

$AVERA, AVERB$ – среднее число выполненных рейсов за день при стратегиях « α » и « β » соответственно;

$Z = RA - RB$ – разность между количеством выполненных рейсов при стратегиях « α » и « β » соответственно;

$SZ = \sum_D Z$ – общая сумма разностей между количеством выполненных рейсов при стратегиях « α » и « β » соответственно;

$AVE = AVERA - AVERB$ – разность средних значений между количеством выполненных рейсов за день при стратегиях « α » и « β » соответственно.

ЗАМЕЧАНИЯ:

1. Автобус начинает рейс в «хорошем» состоянии.

2. Для получения в среде MathCAD значения случайной величины r с равномерным законом распределения на интервале (c,d) используем встроенную функцию **runif**(k,c,d) (где в нашем случае $c=0,d=1$). Описание функции можно найти в системе помощи. Здесь k – количество возвращаемых значений.

3. Если r попадает на интервал $[0, a]$, то можно считать, что с вероятностью a рассматриваемое событие происходит.

4. При тестировании программы, созданной на основе данного алгоритма, можно использовать следующие крайние ситуации:

а) Если $a=0$, то при стратегии « α » общее число выполненных рейсов должно быть равным $SRA = N \cdot D_{\max}$, и SRB тоже будет таким же.

б) Если $a=1$ и $b=1$, то при стратегии « β » за один день будет выполнен 1 рейс, а общее число выполненных рейсов за все дни будет D_{\max} .

в) Если $a=1$ и $b=0$, то при стратегии « β » $SRB = D_{\max} \cdot N$, при стратегии « α » $SRA = D_{\max} \cdot \left(\frac{N}{2}\right)$.

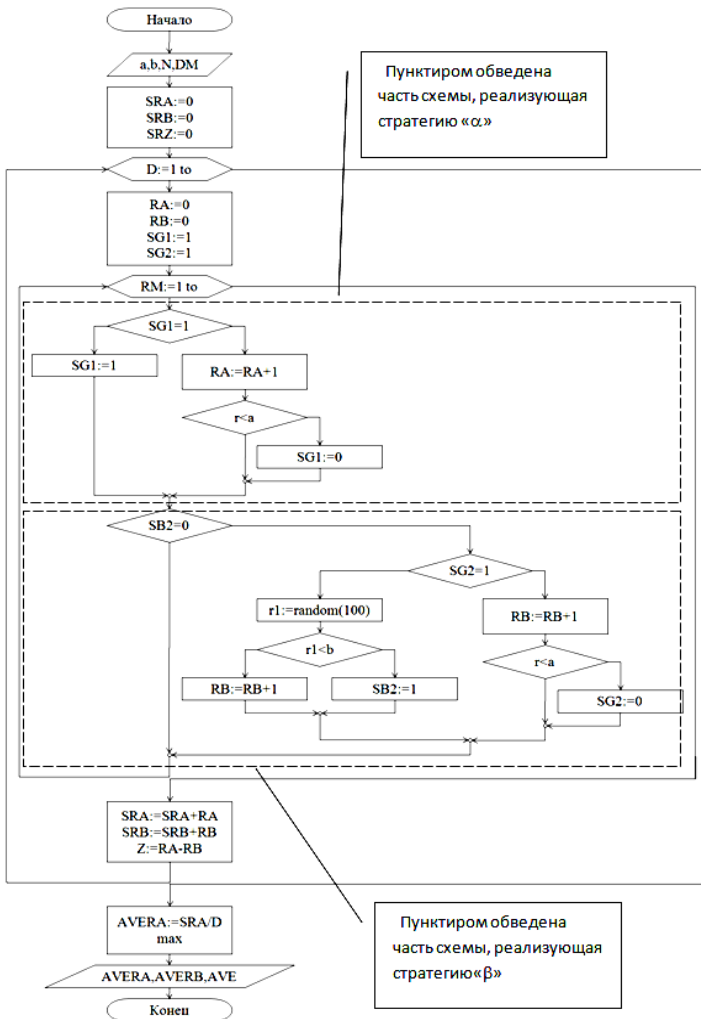


Рис. 2. Схема алгоритма моделирования конкурирующих стратегий

Можно, например, рассмотреть и стратегию «γ», отличие которой от стратегии «β» заключается в том, что автобус закончивший рабочий день (а не рейс!) в фазе А не ремонтируется.

В данном методическом пособии стратегия «γ» подробно не рассматривается.

Попробуйте самостоятельно произвести изменения в схеме алгоритма так, чтобы она соответствовала стратегии «γ».

Программная реализация в среде MATHCAD алгоритмической модели конкурирующих стратегий

```

start(a, b, N, Dmax) :=
  D ← 0
  SRA ← 0
  SRB ← 0
  SZ ← 0
  for D ∈ 1.. Dmax
    RA ← 0
    RB ← 0
    RM ← 0
    SG1 ← 1
    SG2 ← 1
    SB2 ← 0
    for RM ∈ 1.. N
      if SG1 = 1
        RA ← RA + 1
        r ← runif(1, 0, 1)0
        SG1 ← 0 if r < a
      SG1 ← 1 otherwise
      if SB2 = 0
        if SG2 = 1
          RB ← RB + 1
          r ← runif(1, 0, 1)0
          SG2 ← 0 if r < a
        otherwise
          r1 ← runif(1, 0, 1)0
          SB2 ← 1 if r1 < b
          RB ← RB + 1 otherwise
      SRA ← SRA + RA
      SRB ← SRB + RB
      Z ← RA - RB
      SZ ← SZ + Z
    D ← D + 1
  A VERA ←  $\frac{SRA}{D_{max}}$ 
  A VERB ←  $\frac{SRB}{D_{max}}$ 
  A VERZ ←  $\frac{SZ}{D_{max}}$ 
  rez ←  $\begin{pmatrix} A VERA \\ A VERB \end{pmatrix}$ 
  return rez
  
```

Полученные результаты тестирования

$$\text{start}(0,1,100,5) = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix},$$

$$\text{start}(1,0,100,5) = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix},$$

$$\text{start}(1,1,100,10) = \begin{pmatrix} 50 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Эта задача может быть переформулирована и применительно к другим ситуациям (к станку, к компьютеру и другим объектам).

Рассмотрим реализацию различных законов распределения в среде MathCAD.

Различные законы распределения случайных величин

Геометрическое распределение

Случайные числа получаются из случайных чисел r_i , распределенных равномерно на $[0,1]$, на основе соотношения

$$x_i = \left[\frac{\ln r_i}{\ln(1 - \rho)} \right],$$

где $[..]$ – целая часть числа.

Экспоненциальное распределение

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i, \quad r_i \in \mathbb{R}[0,1].$$

Распределение Вейбулла

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i = \left(-\frac{1}{\lambda} \ln r_i \right)^{1/\alpha}, \quad r_i \in \mathbb{R}[0,1].$$

Распределение Парето

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i = x_0 \left(\frac{1}{r_i} \right)^{1/\alpha}, r_i \in \mathbf{R}[0,1].$$

Здесь x_0 – параметр положения (левая граница области возможных значений).

Распределение Эрланга

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i \leftarrow -\beta \cdot \ln \left(\prod_{j=0}^{\alpha} r_{j+i\alpha} \right), r_i \in \mathbf{R}[0,1].$$

Распределение Коши

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i = \lambda \cdot \tan \left[\pi \cdot \left(r_i - \frac{1}{2} \right) \right] + \mu, r_i \in \mathbf{R}[0,1].$$

Логистическое распределение

Моделирующая формула имеет вид

$$x_i = \mu - \lambda \ln \frac{1 - r_i}{r_i}, r_i \in \mathbf{R}[0,1].$$

Нормальное распределение

Моделирующая формула имеет вид:

$$x_i = m_x + \sigma_x \left(\sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \right), r_i \in \mathbf{R}[0,1].$$

Здесь r_i – значение случайной величины, равномерно распределенной на интервале $[0,1]$. Эти значения в MathCAD можно получить с помощью встроенной функции **runif**.

Все греческие буквы – параметры соответствующих распределений.

Пример программной реализации закона распределения Коши в среде MATHCAD

Процедура формирования массива случайных величин x , распределённых по закону Коши в MathCAD.

$$\text{KORASP}(\lambda, \mu, n) := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow \text{runif}(n, 0, 1) \\ \text{for } i \in 1..n-1 \\ \quad x_i \leftarrow \lambda \cdot \tan \left[\pi \cdot \left(r_i - \frac{1}{2} \right) \right] + \mu \end{array} \right. \\ x$$

Процедура вычисления количества случайных величин из заданного массива x , попадающих на каждый из подинтервалов длиной

$$\Delta = \frac{x_{\text{end}} - x_{\text{beg}}}{N}$$

из интервала

$$[x_{\text{beg}}, x_{\text{end}}]$$

может выглядеть так:

$$\text{Raspr}(x, x_{\text{beg}}, x_{\text{end}}, N) := \left| \begin{array}{l} \Delta \leftarrow \frac{x_{\text{end}} - x_{\text{beg}}}{N} \\ \text{curX} \leftarrow x_{\text{beg}} \\ j \leftarrow 0 \\ \text{while } \text{curX} < x_{\text{end}} \\ \quad \left| \begin{array}{l} a \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0.. \text{length}(x) - 1 \\ \quad a \leftarrow 1 + a \text{ if } \text{curX} \leq x_i < \text{curX} + \Delta \\ \text{freq}_{j,1} \leftarrow \text{curX} + \frac{\Delta}{2} \\ \text{freq}_{j,0} \leftarrow a \\ j \leftarrow j + 1 \\ \text{curX} \leftarrow \text{curX} + \Delta \end{array} \right. \\ \text{freq} \end{array} \right.$$

Обращение к этим процедурам (где n – количество моделируемых случайных величин):

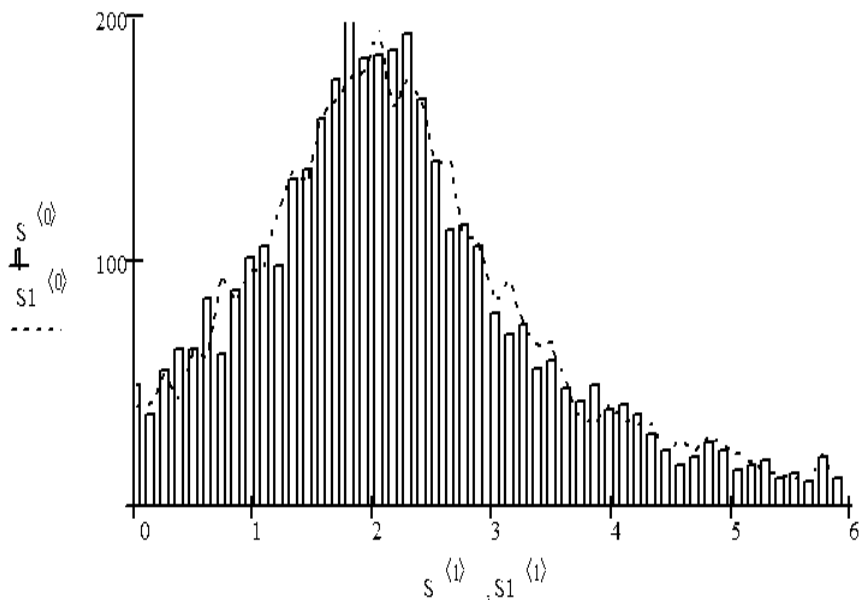
$$\lambda:=1 \quad \mu:=2 \quad n:=5000$$

$$X:=\text{KORASP}(\lambda,\mu,n) \quad S:=\text{Raspr}(X,0,6,50)$$

Обращение к встроенной в MathCAD процедуре **rcauchy** формирования массива случайных величин, распределённых по закону Коши:

$$X1:=\text{rcauchy}(n,\mu,\lambda) \quad S1:=\text{Raspr}(X1,0,6,50)$$

Графическое представление результатов для написанной и встроенной процедур в виде гистограммы и полигона частот:



Частость – отношение частоты к объему совокупности.

Процедура вычисления массива накопленных частостей:

```

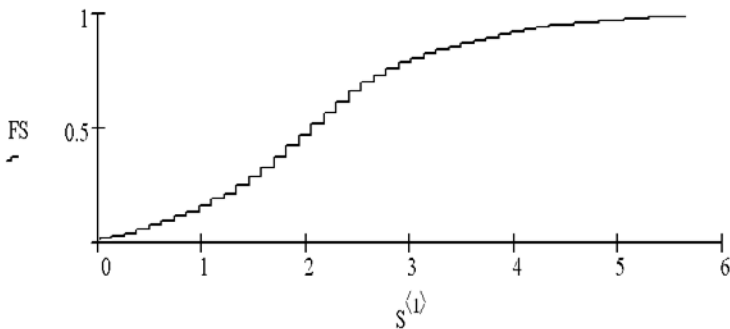
NAK_castot (f) :=
  n ←  $\sum_{j=0}^{\text{length}(f)-1} f_j$ 
  for k ∈ 0.. length (f) - 1
     $\sum_{j=0}^k f_j$ 
    REZk ←  $\frac{\sum_{j=0}^k f_j}{n}$ 
  REZ

```

Вычисление значений функции распределения:

$$FS := \text{NAK_castot}(S^{(0)})$$

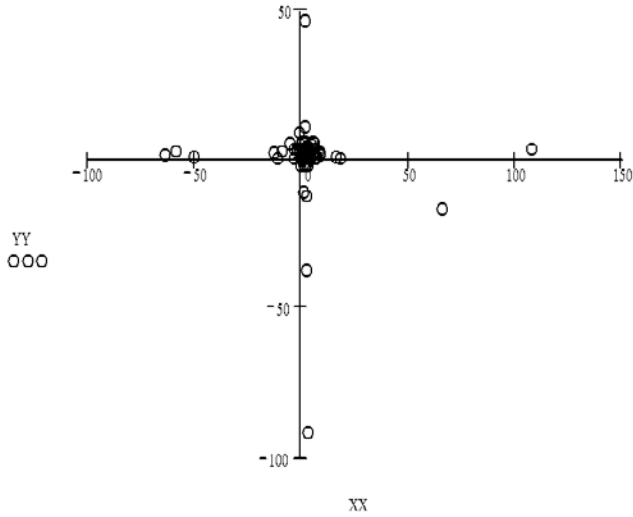
Построение графика функции распределения:



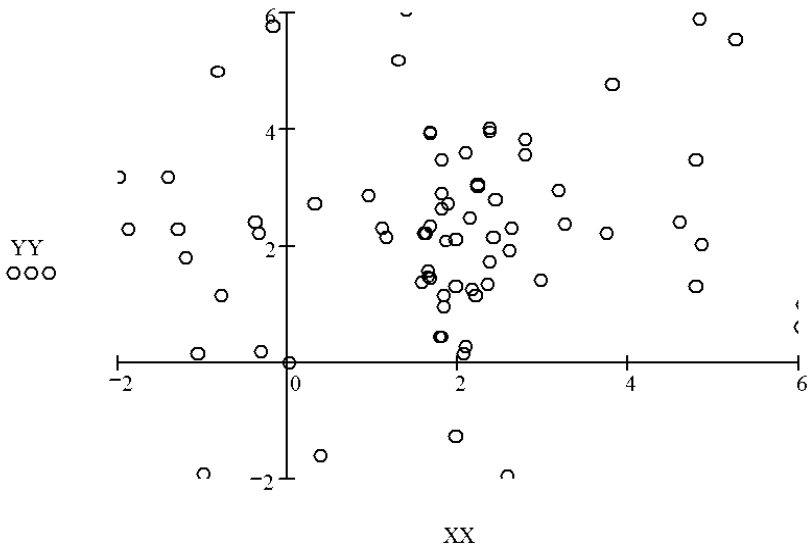
Генерация двух векторов XX и YY, компоненты которых есть значения случайной величины с распределением по закону Коши:

$\lambda:=1$ $\mu:=2$ $n:=100$ $XX:=\text{KORASP}(\lambda,\mu,n)$ $YY:=\text{KORASP}(\lambda,\mu,n)$

Отображение точек с координатами (XX_i, YY_i) на координатной плоскости:



Отображение этих же точек с координатами (XX_i, YY_i) , попадающих в прямоугольник с координатами левого нижнего угла $(-2;-2)$ и правого верхнего угла $(6;6)$, на координатной плоскости:



Задание по курсовой работе

Наземное устройство наблюдения за объектом в дневное время суток передаёт порциями информацию пролетающему над ним спутнику. Спутник пролетает над объектом N раз в дневное время суток. За каждый пролёт передаётся одна порция информации.

В передающем устройстве в течение одного сеанса связи может возникнуть несущественная неисправность с вероятностью a . При этом передатчик будет продолжать функционировать. Однако, в этой ситуации при следующем сеансе с вероятностью b может возникнуть критическая неисправность, после которой передатчик не сможет функционировать. При этом ремонт передатчика займёт столько времени, что все сеансы связи до конца дня, включая текущий, будут отменены. Если же выполнять ремонт передатчика после завершения сеанса, в ходе которого возникла несущественная неисправность, то будет пропущен только следующий сеанс.

Возникает вопрос: какая из двух стратегий эксплуатации передатчика предпочтительней в этом смысле, что за M дней эксплуатации при N планируемых сеансах связи в день, количество фактически завершённых сеансов будет наибольшим?

Рассмотрим две стратегии эксплуатации передающего устройства. Первая стратегия (назовем её « α ») заключается в том, что ремонт производится после несущественной поломки, а вторая стратегия (назовём её « β ») заключается в том, что ремонт производится только после критической поломки. Поскольку из двух стратегий нужно выбрать наилучшую, то они называются конкурирующими.

В курсовой работе требуется с использованием среды MathCAD 2000 или MathCAD 2001 (*но не более свежие версии!*) составить программу, позволяющую при заданных законах распределения случайной величины, описывающих ситуацию возникновения несущественной и критической неисправностей в передатчике, получить среднее число сеансов связи за M дней (при N планируемых сеансах в день) при стратегиях « α » и « β », и выбрать наилучшую стратегию.

Схема алгоритма, реализующая эти стратегии, практически такая же, как в рассмотренной задаче об эксплуатации автобуса.

Очевидно, что эту задачу можно сформулировать и в более общем виде, заменив условие вида «с вероятностью c » на условие ви-

да «значение случайной величины, с заданным законом распределения, попало в заданный интервал».

При создании программной реализации границы интервалов, соответствующих событиям «возникла незначительная неисправность» и «возникла критическая неисправность», задайте в программе самостоятельно, в соответствии с параметрами закона распределения из задания по варианту.

Возможный порядок выполнения работы в соответствии с заданием варианта.

1. Создать и протестировать часть программы, реализующую получение случайной величины с заданным законом распределения в среде MathCAD (согласно варианту) так же, как это сделано в рассмотренном выше примере о распределении Коши.

2. Модифицировать схему алгоритма, представленную на рис. 2 применительно к своей задаче.

3. Реализовать модифицированный алгоритм в среде MathCAD.

4. Выполнить вычисления, и на их основе рекомендовать рациональную стратегию.

5. Написать отчёт по курсовой работе.

Варианты заданий

№	Входные параметры	Закон распределения
1	$\rho = 0.1$	Геометрическое распределение
2	$m_x := 3; \sigma_x := 0.5$	Нормальное распределение
3	$\lambda = 1$	Экспоненциальное распределение
4	$\lambda = 1; \alpha = 1$	Распределение Вейбулла
5	$\alpha = 0.5$	Распределение Парето
6	$\beta = 4; \alpha = 2$	Распределение Эрланга
7	$\lambda = 0.5; \mu = 2$	Распределение Коши
8	$\lambda = 1; \mu = 1$	Логистическое распределение
9	$\lambda = 0.5$	Экспоненциальное распределение
10	$\rho = 0.2$	Геометрическое распределение
11	$\lambda = 1; \mu = 1$	Логистическое распределение
12	$\lambda = 0.5; \alpha = 1$	Распределение Вейбулла
13	$\lambda = 0.7; \mu = 1.5$	Распределение Коши

№	Входные параметры	Закон распределения
14	$m_x := 4; \sigma_x := 1$	Нормальное распределение
15	$\alpha := 1$	Распределение Парето
16	$\rho = 0.15$	Геометрическое распределение
17	$\beta := 3; \alpha := 1$	Распределение Эрланга
18	$\lambda := 2; \alpha := 1$	Распределение Вейбулла
19	$\lambda := 0.7; \mu := 1.5$	Распределение Коши
20	$\beta := 2; \alpha := 4$	Распределение Эрланга
21	$\lambda := 0.5; \mu := 1$	Логистическое распределение
22	$\lambda := 2$	Экспоненциальное распределение
23	$m_x := 2; \sigma_x := 1.5$	Нормальное распределение
24	$\alpha := 1.5$	Распределение Парето
25	$\beta := 1; \alpha := 1$	Распределение Эрланга
26	$\lambda := 0.8; \mu := 2$	Распределение Коши
27	$\beta := 2; \alpha := 2$	Распределение Эрланга
28	$\rho = 0.12$	Геометрическое распределение
29	$\lambda := 2; \alpha := 0.5$	Распределение Вейбулла
30	$m_x := 1; \sigma_x := 1$	Нормальное распределение

Указания по оформлению работы

В отчёте по курсовой работе должны присутствовать следующие разделы:

1. Титульный лист.
2. Лист с заданием (Приложение).
3. Оглавление с указанием страниц.
4. Введение.
5. Формулировка задачи в соответствии своему варианту.
6. Описание выбранного закона распределения.
7. Программная реализация в MathCAD заданного закона распределения в соответствии со своим вариантом (**оформление должно соответствовать рассмотренному выше примеру для закона распределения Коши**).
8. Реализация в среде MathCAD алгоритма конкурирующих стратегий. Результаты расчета.

9. Заключение.
10. Литература.
11. Приложения.

Отчет оформляется в редакторе Word 2007, страницы нумеруются справа вверху. Содержание включает: введение; наименование всех разделов, подразделов, пунктов (если они имеют наименования) основной части; заключение; список использованных источников; приложения. В содержании указываются номера страниц, с которых начинаются перечисленные элементы содержания. Содержания включают в общее количество листов.

На компакт-диске, вложенном в подписанный конверт (Ф.И.О., номер группы, номер зачетки, номер варианта) прилагаются следующие файлы:

1. Файл отчета (Word 2007).
2. Презентация по выполненной работе (PowerPoint 2007).
3. Программная реализация для всех этапов проектирования (MathCAD 2000, MathCAD 2001, *но не более свежие версии!*).

Литература

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – Минск: Высш. шк., 1998. – 479 с.
2. Сигорский, В.П. Математический аппарат инженера / В.П. Сигорский. – Киев: Техніка, 1975. – 768 с.
3. Математика для экономистов на базе MathCAD / А.А. Черняк [и др.]. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 496 с.

Приложение

Пример листа с заданием (Лицевая сторона листа)

Белорусский национальный технический университет

Факультет: МИДО
«УТВЕРЖДАЮ»

Кафедра «Информационные системы
и технологии»

Зав. кафедрой _____ А.А. Лобатый
(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

З А Д А Н И Е по курсовому проектированию

Студенту гр.

1. *Тема проекта* Моделирование конкурирующих стратегий эксплуатации информационного устройства в среде MATHCAD

2. *Сроки сдачи студентом законченного проекта* __. __.20__

3. *Исходные данные к проекту*

3.1 Методические материалы с описанием метода конкурирующих стратегий, порядка выполнения курсовой работы и примерами аналогов программных реализаций.

3.2 Задания по варианту с описанием закона распределения и значений параметров этого закона

4. *Содержание расчетно-пояснительной записки:*

ВВЕДЕНИЕ

1

2

3

4

5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Литература

Приложения

(Обратная сторона листа)

5. Перечень графического материала:

Презентация по результатам проектирования (10-12 слайдов)

6. Консультанты по проекту (с указанием разделов проекта)

Напрасников Владимир Владимирович – все разделы

7. Дата выдачи задания _____

8. Календарный график работы над проектом (с указанием трудоемкости отдельных этапов)

Изучение литературы и проектирование ПО – 20 % (до 01.11.20__)

Создание программной реализации и отладка – 40 % (до 30.11.20__)

Тестирование – 30 % (до 5.12.20__)

Оформление пояснительной записки – 10 % (до 15.15.2010)

Руководитель _____ В.В. Напрасников

Задание принял к исполнению _____
(дата и подпись студента)

Оглавление

Пример конкурирующих стратегий.....	3
Построение алгоритмической модели конкурирующих стратегий...4	
Программная реализация в среде MATHCAD алгоритмической модели конкурирующих стратегий	7
Полученные результаты тестирования.....	8
Различные законы распределения случайных величин	8
Пример программной реализаций закона распределения Коши в среде MATHCAD.....	10
Задание по курсовой работе	14
Варианты заданий.....	15
Указания по оформлению работы.....	16
Литература	17
Приложение	18

Учебное издание

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРИРУЮЩИХ СТРАТЕГИЙ

Методические указания
к курсовым и лабораторным работам
для студентов специальностей
1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки
информации», 1-40 01 01 «Программное обеспечение
информационных технологий»,
1-40 01 02 «Информационные системы и технологии»

Составители:
НАПРАСНИКОВ Владимир Владимирович
НАПРАСНИКОВА Юлиана Владимировна
СОЛОВЬЕВ Аркадий Николаевич и др.

Технический редактор О.В. Песенько

Подписано в печать 14.10.2011.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,22. Уч.-изд. л. 0,95. Тираж 100. Заказ 384.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.
Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.