



Министерство образования
Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей*

Часть 2

Минск 2009

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей*

В 6 частях

Часть 2

ОДНОФАЗНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ
ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Минск 2009

УДК [621.3+621.38]

ББК 31.2 я 7

Э 45

Составители:

*Ю.В. Бладыко, Т.Т. Розум, Г.В. Загевская, Ю.А. Куварзин,
А.В. Куцыло, Р.Р. Мороз, С.В. Домников*

Рецензенты:

В.И. Можар, Л.И. Сончик

Э 45 Электротехника и электроника: сборник задач с контрольными тестами для студентов неэлектротехнических специальностей: в 6 ч. / сост. Ю.В. Бладыко [и др.]. – Минск: БНТУ, 2009. – Ч. 2: Однофазные линейные электрические цепи синусоидального тока. – 98 с.

Настоящий сборник задач предназначен для студентов неэлектротехнических специальностей по курсам «Электротехника», «Электротехника и электроника», «Электротехника, электрические машины и аппараты».

Размещение задач соответствует последовательности изложения материала курса, которая принята кафедрой. В начале каждой части даны типовые задачи с решениями, затем помещены контрольные задачи, рекомендуемые для самостоятельного решения или для решения на практических занятиях. В конце каждой части предложены многовариантные тесты для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов.

Сборник выпускается по частям. Первая часть включает задачи по линейным и нелинейным цепям постоянного тока, вторая – задачи по однофазным линейным электрическим цепям синусоидального тока. В третьей части рассматриваются трехфазные цепи и переходные процессы в линейных электрических цепях, в четвертой – магнитные цепи и трансформаторы, в пятой – электрические машины и в шестой – электроника.

Применяемая в пособии терминология соответствует рекомендациям ГОСТ 19880–74 «Электротехника. Основные понятия. Термины и определения».

Обозначение единиц величин соответствует ГОСТ 8.417.

Часть 1 «Электрические цепи постоянного тока» была издана в БНТУ в 2008 г.

ISBN 978-985-525-093-8 (Ч. 2)

ISBN 978-985-479-911-7

© БНТУ, 2009

ОДНОФАЗНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА (задачи с решениями)

Задача 2.1. Прямоугольная катушка, состоящая из $w = 54$ витков, вращается с постоянной частотой вращения $n = 3000$ об/мин в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Ширина катушки $d = 0,1$ м, длина $l = 0,2$ м.

Записать выражение мгновенного значения ЭДС в катушке и определить ее действующее значение.

Решение. При вращении катушки в однородном магнитном поле в ней возникает синусоидальная ЭДС

$$e = 2Blv\omega \sin\omega t = E_m \sin\omega t, \quad (1)$$

где $v = \frac{\pi dn}{60}$ – окружная скорость катушки, м/с;

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота вращения катушки, рад/с;

E_m – амплитудное значение ЭДС, В.

Так как одному обороту катушки соответствует один период ЭДС, то число периодов в секунду (частота) равно числу оборотов катушки в секунду, т. е.

$$f = \frac{n}{60} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ Гц.}$$

Подставляем числовые значения в формулу (1):

$$e = 2 \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,1 \cdot 3000}{60} \cdot 54 \sin 314t = 340 \sin 314t \text{ В.}$$

Действующее значение синусоидальной ЭДС

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{340}{\sqrt{2}} = 240 \text{ В.}$$

Задача 2.2. Электрический ток изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $I_m = 10$ А и частотой $f = 50$ Гц.

Через какой минимальный промежуток времени от начала периода мгновенное значение тока с нулевой начальной фазой численно равно: 1) действующему значению тока ($i_1 = I$)?

2) току $i_2 = -5$ А?

Р е ш е н и е . На рис. 2.1 приведена диаграмма $i(t)$ синусоидального тока

$$i = I_m \sin 2\pi f t. \quad (2)$$

Действующее значение синусоидального тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ А.}$$

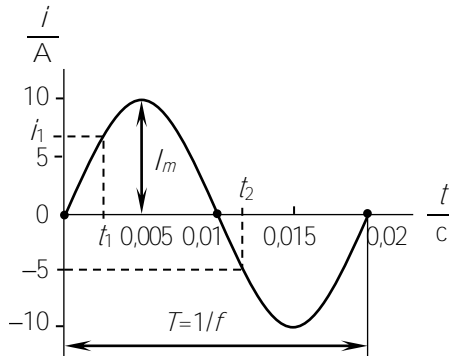


Рис. 2.1

Искомые промежутки времени t_1 и t_2 определяем, подставляя в уравнение (2) значения токов $i_1 = I = 7,07 \text{ А}$ и $i_2 = -5 \text{ А}$:

$$i_1 = I_m \sin 2\pi f t_1, \quad 7,07 = 10 \sin 314 t_1,$$

$$i_2 = I_m \sin 2\pi f t_2, \quad -5 = 10 \sin 314 t_2,$$

откуда

$$t_1 = \frac{\arcsin(i_1 / I_m)}{2\pi f} = \frac{\arcsin(0,707)}{314} = \frac{0,785}{314} = 0,0025 \text{ с;}$$

$$t_2 = \frac{\pi - \arcsin(i_2 / I_m)}{2\pi f} = \frac{\pi - \arcsin(-0,5)}{314} = \frac{3,66}{314} = 0,01166 \text{ с.}$$

Задача 2.3. Катушка с активным сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 125 \text{ мГн}$ подключена к источнику напряжения $u = 311 \sin(314t + 30^\circ) \text{ В}$ (рис. 2.2, а).

Определить показания электромагнитных приборов, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму, треугольники сопротивлений и мощностей. Записать выражения для мгновенных значений тока, активной и реактивной составляющих напряжения.

Р е ш е н и е . Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 125 \cdot 10^{-3} = 39,3 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + 39,3^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения (показание вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 311\sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Действующее значение тока (показание амперметра)

$$I = U / Z = 220 / 44 = 5 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,455 = 500 \text{ Вт}$$

или

$$P = RI^2 = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Вт,}$$

где коэффициент мощности $\cos \varphi = R / Z = 0,455$, ($\varphi = 63^\circ$).

Реактивная мощность

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,893 = 983 \text{ вар,}$$

или

$$Q = X_L I^2 = 39,3 \cdot 25 = 983 \text{ вар,}$$

где $\sin \varphi = X_L / Z = 0,893$.

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

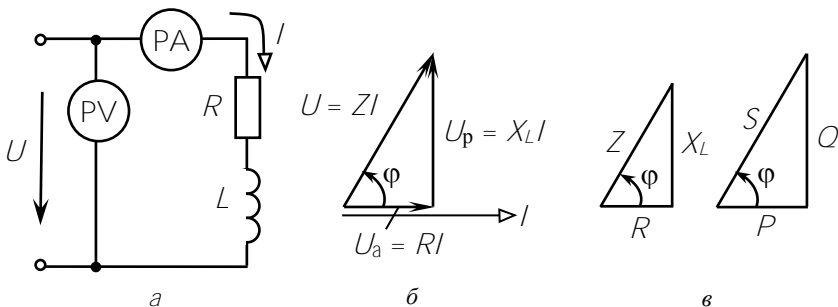


Рис. 2.2

Для построения векторной диаграммы (рис. 2.2, б) определяем активную и индуктивную составляющие напряжения

$$U_a = RI = 100 \text{ В}; \quad U_p = X_L I = 196 \text{ В}.$$

Начинаем построения с вектора тока I , затем откладываем активную составляющую напряжения U_a , совпадающую по фазе с током, и индуктивную U_p , опережающую по фазе ток на 90° . Треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рис. 2.2, в.

Выражения для мгновенных значений тока i , активной u_a и реактивной u_p составляющих напряжения:

$$i = 5\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ - 63^\circ) = 7,05\sin(314t - 33^\circ) \text{ А};$$

$$u_a = 100\sqrt{2}\sin(314t - 33^\circ) \text{ В};$$

$$u_p = 196\sqrt{2}\sin(314t - 33^\circ + 90^\circ) = 276\sin(314t + 57^\circ) \text{ В}.$$

Задача 2.4. В схеме (рис. 2.3, а) $R = 10 \text{ Ом}$, $C = 136 \text{ мкФ}$, $u = 179\sin(314t + 45^\circ) \text{ В}$.

Определить показания приборов. Рассчитать реактивную, полную мощности и угол сдвига фаз напряжения и тока. Построить векторную диаграмму и диаграмму напряжений и тока. Записать выражения для мгновенных значений тока цепи i и падения напряжения на реостате U_R и конденсаторе U_C .

Р е ш е н и е . Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 136 \cdot 10^{-6}} = 23,4 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 25,4 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения (показание вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 179 / \sqrt{2} = 127 \text{ В.}$$

Действующее значение тока (показание амперметра)

$$I = U / Z = 5 \text{ А.}$$

Показание ваттметра (активная мощность цепи)

$$P = UI \cos \varphi = 127 \cdot 5 \cdot 0,394 = 250 \text{ Вт или } P = RI^2,$$

где $\cos \varphi = R / Z = 10 / 25,4 = 0,394$.

Угол сдвига фаз напряжения и тока

$\varphi = \psi_U - \psi_I = -66^\circ 48'$ (знак «минус» говорит о том, что ток опережает напряжение).

Реактивная мощность

$$Q_C = X_C I^2 = UI \sin \varphi = 585 \text{ вар.}$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 635 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

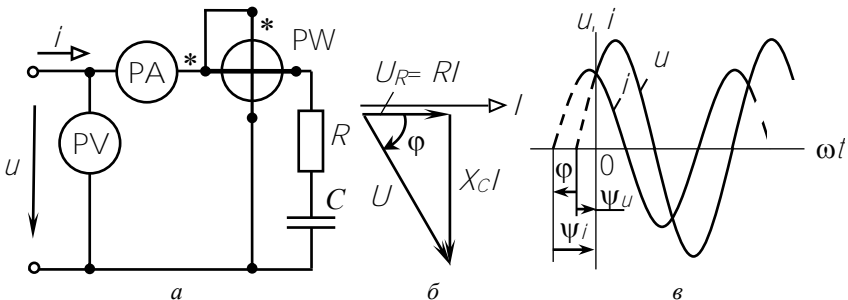


Рис. 2.3

Для построения векторной диаграммы (рис. 2.3, б) определяем падения напряжения на реостате U_R и конденсаторе U_C :

$$U_R = RI = 50 \text{ В}; \quad U_C = X_C I = 117 \text{ В}.$$

Начинаем построения с вектора тока I , одинакового для обоих участков цепи. Затем откладываем векторы напряжения U_R , совпадающего по фазе с током, и напряжения U_C , отстающего по фазе от тока на угол $\pi/2$.

Выражения для мгновенных значений тока i и напряжений u_R и u_C :

$$i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ + 66^\circ 48') = 7,05\sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ А};$$

$$u_R = 50\sqrt{2}\sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ В};$$

$$u_C = 117\sqrt{2}\sin(\omega t + 111^\circ 48' - 90^\circ) = 165\sin(\omega t + 21^\circ 48') \text{ В}.$$

Диаграмма $i(\omega t)$ и $u(\omega t)$ приведена на рис. 2.3, в.

Задача 2.5. К источнику напряжением $u = 240\sin(1000t + \pi/12)$ В подключена катушка, при этом по ней протекает ток $i = 12\sin(1000t - \pi/4)$ А.

Построить диаграмму $u(\omega t)$, $i(\omega t)$ и векторную диаграмму напряжения и тока. Определить индуктивность и активное сопротивление катушки.

Решение. Сравнение заданных уравнений с аналогичными уравнениями синусоидального напряжения и тока, записанными в общем виде, $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$; $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, позволяет определить следующие величины:

а) амплитудные и действующие значения напряжения и тока

$$U_m = 240 \text{ В}; \quad U = U_m / \sqrt{2} = 170 \text{ В};$$

$$I_m = 12 \text{ А}; \quad I = I_m / \sqrt{2} = 8,5 \text{ А};$$

б) угловую частоту $\omega = 1000$ рад/с;

в) начальные фазы напряжения и тока

$$\psi_U = \pi/12 \text{ рад}; \quad \psi_i = -\pi/4 \text{ рад.}$$

Диаграмма изменения мгновенных значений и векторные диаграммы амплитудных и действующих значений напряжения и тока построены на рис. 2.4.

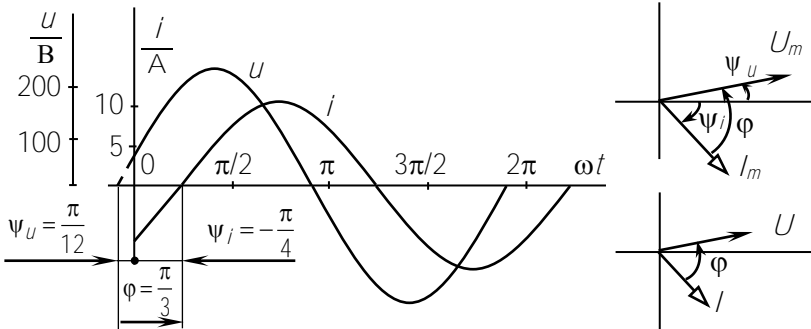


Рис. 2.4

Из них следует, что ток отстает по фазе от напряжения на угол $\varphi = \psi_U - \psi_i = \pi/12 - (-\pi/4) = \pi/3$ рад.

Полное сопротивление катушки

$$Z = U/I = U_m/I_m = 240/12 = 20 \text{ Ом.}$$

Активное и индуктивное сопротивления катушки

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_L = \omega L = Z \sin \varphi = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,3 \text{ Ом.}$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{17,3}{1000} = 17,3 \text{ мГн.}$$

Задача 2.6. На рис. 2.5 а приведена диаграмма мгновенных значений тока и напряжения индуктивной катушки.

$$U_m = 28,2 \text{ В}; \quad I_m = 1,41 \text{ А}; \quad T = 0,02 \text{ с.}$$

Определить параметры последовательной схемы замещения катушки (рис. 2.5, б), а также активную, реактивную и полную мощность цепи. Построить векторную диаграмму тока и напряжения,

треугольник сопротивлений катушки и диаграмму мгновенной мощности $p(t)$.

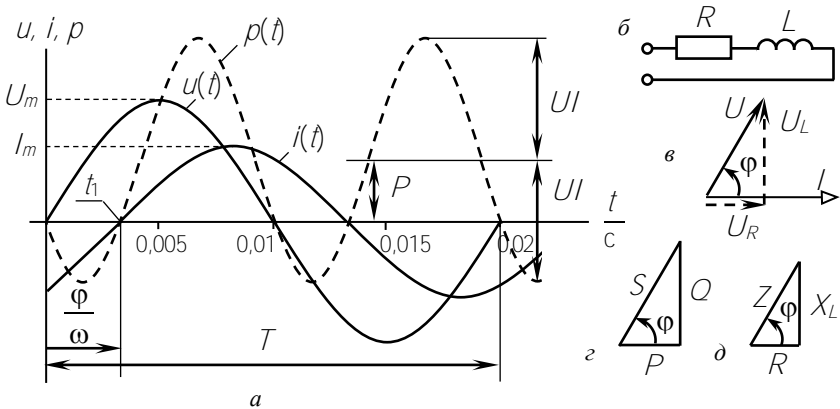


Рис. 2.5

Решение. Действующие значения напряжения и тока

$$U = U_m / \sqrt{2} = 28,2 / \sqrt{2} = 20 \text{ В}; \quad I = I_m / \sqrt{2} = 1,41 / \sqrt{2} = 1 \text{ А}.$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = 20 \text{ Ом}.$$

Активное и индуктивное сопротивления катушки

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ Ом}; \quad X_L = Z \sin \varphi = 17,32 \text{ Ом},$$

где $\varphi = \frac{t_1}{T} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{3}$ - угол, на который ток отстает по фазе от напряжения.

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2\pi/T} = \frac{17,32}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 55,1 \text{ мГн}.$$

Активную, реактивную и полную мощность определяем двояко:

$$P = R I^2 = 10 \cdot 1^2 = 10 \text{ Вт}; \quad P = U I \cos \varphi = 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = 10 \text{ Вт};$$

$$Q = X_L I^2 = 17,32 \cdot 1^2 = 17,32 \text{ вар};$$

$$Q = U \sin \varphi = 20 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,32 \text{ вар};$$

$$S = Z I^2 = 20 \cdot 1^2 = 20 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad S = UI = 20 \cdot 1 = 20 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Диаграмма мгновенной мощности $p = ui$ приведена на рис. 2.5, а (кривая $p(t)$). Она может быть получена умножением ординат кривых тока и напряжения.

Задача 2.7. На рис. 2.6 приведена диаграмма мгновенной мощности цепи синусоидального тока.

Определить коэффициент мощности цепи.

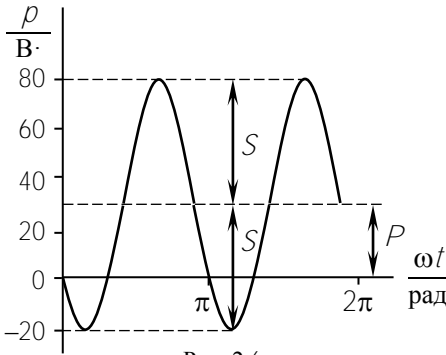


Рис. 2.6

Решение. Мгновенная мощность цепи синусоидального тока

$$p = ui =$$

$$= U \cos \varphi - U \cos(2\omega t - \varphi) =$$

$$= P - S \cos(2\omega t - \varphi),$$

где $P = U \cos \varphi$ – активная мощность;

$S = UI$ – полная мощность цепи.

Из формулы и рис. 2.6 следует, что мгновенная мощность изменяется с двойной частотой тока от положительного значения $(P+S) = 80 \text{ В} \cdot \text{А}$ до отрицательного значения $(P-S) = -20 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Среднее значение мгновенной мощности есть активная мощность цепи

$$P = \frac{(P+S) + (P-S)}{2} = \frac{80 - 20}{2} = 30 \text{ Вт}.$$

Полная мощность S численно равна амплитуде колебания мгновенной мощности относительно ее среднего значения

$$S = (P+S) - P = 80 - 30 = 50 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{30}{50} = 0,6.$$

Задача 2.8. Лампа накаливания мощностью $P = 60$ Вт с номинальным напряжением $U_{\text{НОМ}} = 120$ В подключена последовательно с конденсатором к сети синусоидального напряжения $U = 220$ В. Частота напряжения сети $f = 50$ Гц.

Рассчитать емкость конденсатора, при которой напряжение на лампе будет равным номинальному.

Р е ш е н и е . Ток цепи определим, используя номинальные данные лампы:

$$I = \frac{P}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ А.}$$

Воспользовавшись векторной диаграммой (рис. 2.7), находим падение напряжения на конденсаторе

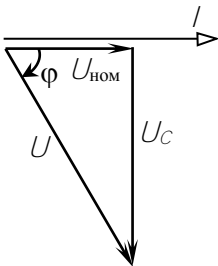


Рис. 2.7

$$U_C = \sqrt{U^2 - U_{\text{НОМ}}^2} = \sqrt{220^2 - 120^2} = 184 \text{ В.}$$

Тогда сопротивление конденсатора

$$X_C = U_C / I = 368 \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 368} = 8,65 \text{ мкФ.}$$

Задача 2.9. К источнику напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц подключили последовательно катушку ($R = 40$ Ом, $L = 223$ мГн) и конденсатор $C = 31,8$ мкФ (рис. 2.8, а).

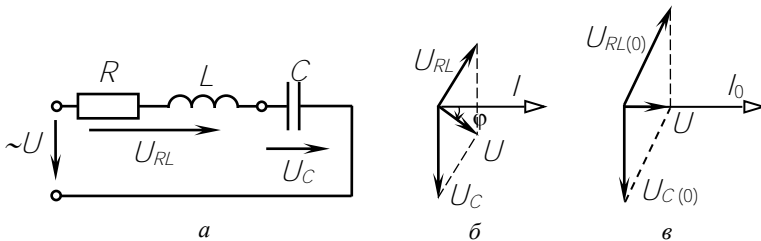


Рис. 2.8

1. Определить ток, активную, реактивную и полную мощность цепи. Построить векторную диаграмму.

2. При какой частоте в цепи возникает резонанс? Как изменятся при этом ток и мощность цепи?

Р е ш е н и е . 1. Ток в последовательной цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - 1/(2\pi fC))^2}} = \frac{200}{\sqrt{40^2 + (70 - 100)^2}} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А.}$$

Активная мощность цепи

$$P = RI^2 = 40 \cdot 4^2 = 640 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = 240 \cdot 4 = 800 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = U \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = 480 \text{ в} \cdot \text{д.}$$

Так как емкостное сопротивление $X_C = 1/(2\pi fC) = 100 \text{ } \hat{\Omega}$ больше индуктивного сопротивления $X_L = 2\pi fL = 70 \text{ Ом}$, то ток опережает по фазе напряжение источника на угол $\varphi = -36,9^\circ$

$$\left(\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = -0,75 \right).$$

Напряжение на катушке и конденсаторе

$$U_{RL} = Z_{RL} I = \sqrt{R^2 + X_L^2} \cdot I = \sqrt{40^2 + 70^2} \cdot 4 = 322,4 \text{ В;}$$

$$U_C = X_C I = 100 \cdot 4 = 400 \text{ В.}$$

Векторная диаграмма тока и напряжений приведена на рис. 2.8, б.

2. Условием возникновения резонанса напряжений в последовательной цепи является равенство индуктивного и емкостного сопротивлений $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, или $2\pi f_0 L = 1/(2\pi f_0 C)$, откуда резонансная частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = 60 \text{ Гц.}$$

Ток при резонансе имеет максимальное значение и совпадает по фазе с напряжением источника:

Напряжения на отдельных элементах цепи

$$U_{R_1} = R_1 I = 30 \text{ \AA}; \quad U_L = X_L I = 90 \text{ \AA};$$

$$U_{R_2} = R_2 I = 50 \text{ В}; \quad U_C = X_C I = 30 \text{ В}.$$

Для построения топографической диаграммы, произвольно предполагаем вектор тока (рис. 2.9, б) и относительно него ориентируем векторы напряжений в той же последовательности, в какой расположены элементы цепи. При этом направление обхода цепи выбираем навстречу положительному направлению тока. Из точки *e* приводим вектор напряжения U_C на конденсаторе, отстающего по фазе от тока на 90° . Из конца вектора U_C (точка *d*) строим вектор напряжения U_{R_2} на резисторе R_2 , совпадающего по фазе с током. Аналогично откладываем остальные векторы диаграммы. Начала и концы векторов обозначаем буквами, соответствующими точкам схемы.

Чтобы найти напряжение между точками *c* и *e*, проводим на топографической диаграмме вектор U_{ec} , соединяющий точки *c* и *e*. Измерив длину вектора и умножив ее на принятый масштаб, получаем значение напряжения $U_{ec} = 58 \text{ В}$.

Проверка: $U_{ec} = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} \cdot I = 58,3 \text{ В}$.

Для сравнения на рис. 2.9, в приведена векторная диаграмма, построенная без соответствия порядка расположения векторов последовательности элементов цепи. Недостатком этой векторной диаграммы является невозможность определения напряжения между любыми точками цепи.

Задача 2.11. К сети напряжением 220 В последовательно подключены катушка и реостат. Катушка потребляет активную мощность $P_1 = 250 \text{ Вт}$ при $\cos \varphi_1 = 0,6$; реостат – $P_2 = 800 \text{ Вт}$ (рис. 2.10, а).

Определить ток и коэффициент мощности цепи.

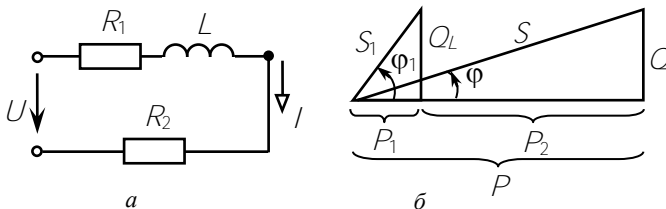


Рис. 2.10

Р е ш е н и е . Реактивная мощность катушки и цепи

$$Q = Q_L = R_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = 250 \cdot 1,33 = 332,5 \text{ вар.}$$

Активная мощность цепи P равна сумме активных мощностей обоих приемников

$$P = R_1 + R_2 = 250 + 800 = 1050 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Треугольники мощностей катушки и цепи приведены на рис. 2.10, б.

Ток $I = \frac{S}{U} = \frac{1100}{220} = 5 \text{ А}$, а коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{1050}{1100} = 0,955.$$

Задача 2.12. При электрической сварке дугой на переменном токе частотой 50 Гц в ней развивается мощность $P_d = 1000 \text{ Вт}$ при токе 40 А. Напряжение источника $U = 60 \text{ В}$. Для обеспечения необходимого напряжения на дуге последовательно с ней включена индуктивная катушка, активное сопротивление которой $R_k = 0,275 \text{ Ом}$ (рис. 2.12, а).

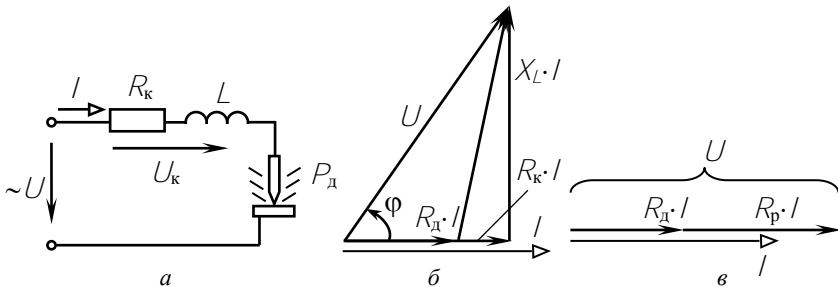


Рис. 2.11

Определить индуктивность катушки. Каким должно быть сопротивление реостата R_p , которым можно заменить катушку? Опреде-

лить коэффициент полезного действия и коэффициент мощности цепи с катушкой и реостатом.

Р е ш е н и е . Сопротивление дуги

$$R_d = P_d / I^2 = 1000 / 40^2 = 0,625 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = U / I = 60 / 40 = 1,5 \text{ Ом.}$$

Так как
$$Z = \sqrt{(R_k + R_d)^2 + X_L^2},$$

то
$$X_L = 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - (R_k + R_d)^2} = 1,2 \text{ Ом.}$$

Отсюда индуктивность катушки

$$L = X_L / 2\pi f = 3,82 \text{ мГн.}$$

Векторная диаграмма напряжений и тока цепи приведена на рис. 2.11, б.

При замене катушки реостатом полное сопротивление цепи должно остаться по значению прежним, т. е. 1,5 Ом, значит, сопротивление реостата $R_p = 1,5 - 0,625 = 0,875 \text{ Ом.}$

Ток и напряжение в этом режиме совпадают по фазе, векторная диаграмма изображена на рис. 2.11, в.

Коэффициент полезного действия цепи определяется отношением мощности дуги к мощности, потребляемой от источника. В случае с индуктивной катушкой

$$\eta = \frac{P_d}{P_{\text{ист}}} = \frac{R_d I^2}{(R_k + R_d) I^2} \cong 0,69;$$

с реостатом

$$\eta = \frac{R_d I^2}{(R_p + R_d) I^2} = 0,42.$$

Коэффициент мощности цепи с индуктивной катушкой

$$\cos\varphi = (R_k + R_d) / Z = 0,9 / 1,5 = 0,6;$$

с реостатом

$$\cos\varphi = (R_p + R_d) / Z = 1.$$

Таким образом, индуктивный регулирующий элемент более экономичен, хотя $\cos\varphi$ при этом ниже.

Задача 2.13. В цепи рис. 2.12 показания приборов при частоте $f = 50$ Гц следующие: $U = 220$ В, $I = 5$ А, $P = 600$ Вт.

Как изменятся показания амперметра и ваттметра при $U = 220$ В и частоте $f = 200$ Гц?

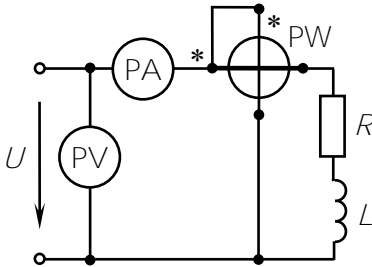


Рис. 2.12

Решение. Определяем полное Z , активное R и индуктивное X_L сопротивление при частоте $f = 50$ Гц:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44 \text{ Ом};$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{600}{25} = 24 \text{ Ом};$$

$$X_L = 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - R^2} = 37 \text{ Ом}.$$

С ростом частоты индуктивное сопротивление увеличивается:

$$X'_L = 2\pi f'L = X_L \frac{f'}{f} = 37 \frac{200}{50} = 148 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление при частоте 200 Гц

$$Z' = \sqrt{R^2 + (X'_L)^2} = \sqrt{24^2 + 148^2} = 150 \text{ Ом}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos\varphi' = \frac{R}{Z'} = \frac{24}{150} = 0,16.$$

Показания амперметра и ваттметра при $f' = 200$ Гц следующие:

$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{220}{150} = 1,47 \text{ А};$$

$$P = UI'\cos\varphi' = 220 \cdot 1,47 \cdot 0,16 = 51,7 \text{ Вт}$$

или

$$P = R(I')^2 = 24 \cdot (1,47)^2 = 51,7 \text{ Вт}.$$

Задача 2.14. К цепи рис. 2.13, а приложено синусоидальное напряжение $u = 311 \sin \omega t \text{ В}$. Активное сопротивление и индуктивность имеют следующие значения: $R = 100 \text{ Ом}$, $L = 156 \text{ мГн}$.

Определить показания амперметров и построить векторную диаграмму. Записать выражения для мгновенных значений токов.

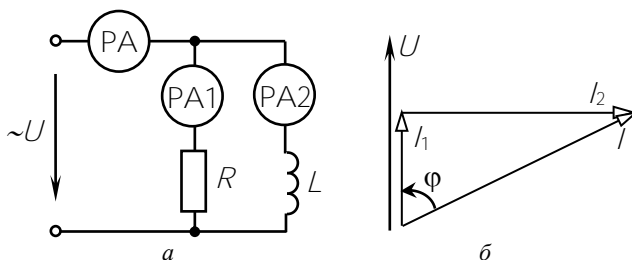


Рис. 2.13

Решение. Индуктивное сопротивление

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 156 \cdot 10^{-3} = 49 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения

$$U = U_m / \sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Действующие значения токов в параллельных ветвях (показания амперметров А1 и А2)

$$I_1 = \frac{U}{R} = 2,2 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U}{X_L} = 4,5 \text{ А.}$$

Ток I в неразветвленной части цепи равен векторной сумме найденных токов. Для определения его воспользуемся векторной диаграммой. При построении векторной диаграммы (рис. 2.13, б) в качестве исходного вектора удобно взять вектор напряжения, общего для параллельных ветвей. Ток I_1 совпадает по фазе с напряжением, I_2 отстает от напряжения на 90° . Общий ток

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 5 \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 64^\circ.$$

Уравнения мгновенных значений токов:

$$i_1 = 2,2\sqrt{2}\sin 314t \text{ A};$$

$$i_2 = 4,5\sqrt{2}\sin(314t - 90^\circ) \text{ A};$$

$$i = 5\sqrt{2}\sin(314t - 64^\circ) \text{ A}.$$

Задача 2.15. В цепи (рис. 2.14, а) определить показания амперметров, построить векторную диаграмму токов и напряжения, записать выражения для мгновенных значений токов, если $U = 179\sin 314t \text{ В}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $C = 77,5 \text{ мкФ}$.

Решение. Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 77,5} = 41 \text{ Ом}.$$

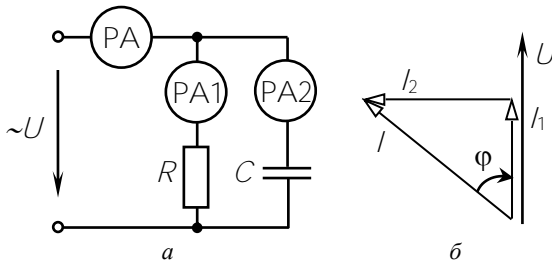


Рис. 2.14

Действующие значения токов параллельных ветвей (показания амперметров А1 и А2):

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} = \frac{179}{\sqrt{2} \cdot 50} = 2,54 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot X_C} = 3,1 \text{ A}.$$

Ток в неразветвленной части цепи I равен векторной сумме токов I_1 и I_2 . Векторная диаграмма приведена на рис. 2.14, б. Построения выполнены по аналогии с диаграммой к задаче 2.14.

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 4 \text{ A}.$$

Угол сдвига фаз напряжения и тока

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 50^\circ 40'.$$

Уравнения мгновенных значений токов:

$$i_1 = 2,54\sqrt{2}\sin 314t \text{ А};$$

$$i_2 = 3,1\sqrt{2}\sin(314t + 90^\circ) \text{ А};$$

$$i = 4\sqrt{2}\sin(314t + 50^\circ 40') \text{ А}.$$

Задача 2.16. Определить токи i , i_1 , i_2 , i_3 , i_4 в цепи рис. 2.15, а, если $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$, $U = 100 \text{ В}$. Чему равны активная, реактивная и полная мощности цепи?

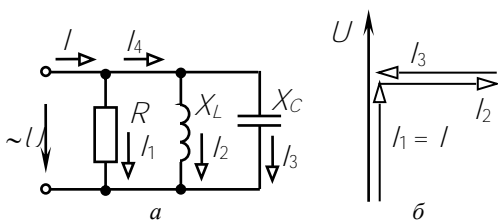


Рис. 2.15

Решение. Параллельные ветви цепи находятся под одинаковым напряжением U , и токи в ветвях:

$$i_1 = \frac{U}{R} = 10 \text{ А},$$

$$i_2 = \frac{U}{X_L} = 10 \text{ А}, \quad i_3 = \frac{U}{X_C} = 10 \text{ А}.$$

Воспользуемся векторной диаграммой, приведенной на рис. 2.15, б, для нахождения токов i и i_4 . Ток i_4 , равный векторной сумме токов i_2 и i_3 , равен нулю, т.к. токи i_2 и i_3 противоположны по фазе и компенсируют друг друга. В цепи имеет место резонанс токов. Ток в неразветвленной части цепи i , равный векторной сумме токов i_1 и i_4 , равен току i_1 , т. е. $i = 10 \text{ А}$.

Активная мощность

$$P = UI \cos \varphi = R I_1^2 = 1000 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = U I \sin \varphi = X_L I_2^2 - X_C I_3^2 = 0.$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1000 \text{ В} \cdot \text{А}, \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} = 1.$$

Задача 2.17. В цепи рис. 2.16, а

$$i_1 = 2\sin(\omega t + 20^\circ) \text{ А}; \quad i_2 = 3\sin(\omega t - 40^\circ) \text{ А.}$$

Записать уравнение мгновенного значения тока i . Определить показание амперметра.

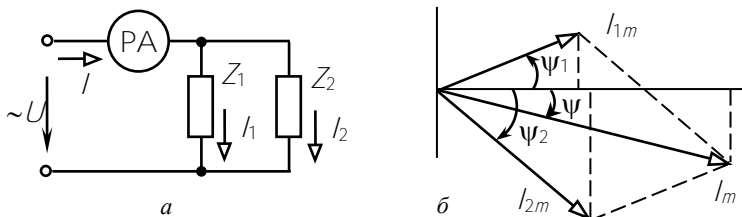


Рис. 2.16

Решение. Общий ток i , равный по первому закону Кирхгофа сумме двух синусоидальных токов i_1 и i_2 , также изменятся по синусоидальному закону:

$$i = i_1 + i_2 = I_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m}\sin(\omega t + \psi_2) = I_m\sin(\omega t + \psi),$$

где $I_{1m} = 2 \text{ А}$ и $I_{2m} = 3 \text{ А}$ – амплитудные значения токов;

$\psi_1 = 20^\circ$ и $\psi_2 = -40^\circ$ – начальные фазы токов.

Амплитуду I_m и начальную фазу ψ общего тока находим с помощью векторной диаграммы амплитудных значений токов (рис. 2.16, б). На ней вектор I_m получен геометрическим сложением (по правилу параллелограмма) векторов I_{1m} и I_{2m} .

Используя проекции векторов токов на координатные оси, можно записать:

$$I_m = \sqrt{(I_{1m}\cos\psi_1 + I_{2m}\cos\psi_2)^2 + (I_{1m}\sin\psi_1 + I_{2m}\sin\psi_2)^2} = 4,36 \text{ А.}$$

Начальная фаза общего тока

$$\psi = \arctg \frac{I_{1m}\sin\psi_1 + I_{2m}\sin\psi_2}{I_{1m}\cos\psi_1 + I_{2m}\cos\psi_2} = \arctg(-0,298) = -16,6^\circ.$$

Т. о., уравнение мгновенного значения общего тока

$$i = 4,36\sin(\omega t - 16,6^\circ) \text{ А.}$$

Задача 2.18. Коэффициент мощности нагрузки, состоящей из последовательно соединённых реостата и конденсатора, $\cos\varphi_1 = 0,866$.

Каков будет коэффициент мощности нагрузки, содержащей те же реостат и конденсатор в параллельном соединении?

Решение. 1. Последовательная и параллельная схемы и соответствующие им треугольники сопротивлений и проводимостей приведены на рис. 2.17.

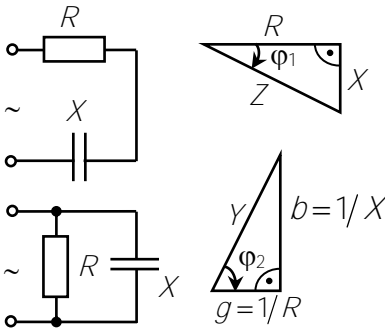


Рис. 2.17

Из треугольников

$$\operatorname{ctg}\varphi_1 = \frac{R}{X};$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{b}{g} = \frac{1/X}{1/R} = \frac{R}{X} = \operatorname{ctg}\varphi_1;$$

$$\cos\varphi_1 = 0,866; \quad \varphi_1 = 30^\circ;$$

$$\operatorname{ctg}\varphi_1 = \sqrt{3} = \operatorname{tg}\varphi_2;$$

$$\varphi_2 = 60^\circ; \quad \cos\varphi_2 = 0,5.$$

2. Из треугольников сопротивлений и проводимостей (рис. 2.17)

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}};$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{g}{y} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + b^2}} = \frac{1/R}{\sqrt{1/R^2 + 1/X^2}} =$$

$$= \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{R \operatorname{tg}\varphi_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \cos\varphi_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 =$$

$$= \cos\varphi_1 \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1} = \sin\varphi_1 = \sin 30^\circ = 0,5; \quad \cos\varphi_2 = 0,5; \quad \varphi_2 = 60^\circ.$$

Задача 2.19. В схеме цепи (рис. 2.18, а) $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $X_L = 8$ Ом, $X_C = 3$ Ом.

Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения цепи.

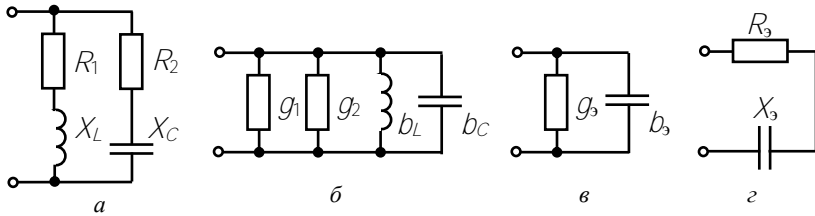


Рис. 2.18

Решение. Для получения параметров эквивалентной промежуточной схемы (рис. 2.18, б) рассчитываем активные и реактивные проводимости каждой ветви:

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,16 \text{ См};$$

$$b_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ Нi}; \quad b_C = \frac{X_C}{Z_2^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,12 \text{ Ni}.$$

Суммируя активные проводимости и вычитая реактивные (вследствие их разного характера), находим параметры параллельной схемы замещения цепи (рис.2.18, в)

$$g_3 = g_1 + g_2 = 0,22 \text{ См}; \quad b_3 = b_L - b_C = -0,04 \text{ См (емк)}.$$

Используя формулы обратного перехода от проводимостей к сопротивлениям, определяем параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.18, з):

$$R_y = \frac{g_y}{Y_y^2} = \frac{g_y}{g_y^2 + b_y^2} = 4,4 \hat{\Omega}; \quad X_y = \frac{b_y}{Y_y^2} = \frac{b_y}{g_y^2 + b_y^2} = -0,8 \hat{\Omega} \text{ (емк)}.$$

Аналогичные результаты можно получить и при использовании комплексного метода. Активное и реактивное сопротивления последовательной схемы замещения цепи равны соответственно вещественной и мнимой части входного комплексного сопротивления цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 = R_3 + jX_3 &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R_1 + jX_L)(R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_L + R_2 - jX_C} = \\ &= \frac{(6 + j8)(4 - j3)}{6 + j8 + 4 - j3} = \frac{48 + j14}{10 + j5} = \frac{(48 + j14)(10 - j5)}{(10 + j5)(10 - j5)} = \\ &= \frac{550 - j100}{125} = (4,4 - j0,8) \text{ Ом}; \\ R_3 &= 4,4 \text{ Ом}; \quad X_3 = -0,8 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Активная и реактивная проводимости параллельной схемы замещения равны соответственно вещественной и мнимой части входной комплексной проводимости цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_y = g_y - jb_y &= \frac{1}{\underline{Z}_y} = \frac{1}{4,4 - j0,8} = (0,22 + j0,04) \bar{\text{н}}\bar{\text{и}}; \\ g_y &= 0,22 \bar{\text{н}}\bar{\text{и}}; \quad b_y = -0,04 \bar{\text{н}}\bar{\text{и}}. \end{aligned}$$

Задача 2.20. В цепи рис. 2.19, а $U = 220 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $X_L = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 12 \text{ Ом}$.

Определить токи на участках цепи и построить векторную диаграмму. Вычислить активные, реактивные и полные мощности каждой ветви и всей цепи. Записать уравнения баланса мощностей.

Р е ш е н и е . Токи в параллельных ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = 22 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = 14,1 \text{ А}.$$

Ток первой ветви отстает по фазе от напряжения на угол φ_1 :

$$\sin\varphi_1 = \frac{X_L}{Z_1} = 0,8; \quad \varphi_1 = 53^\circ.$$

Ток I_2 опережает напряжение на угол φ_2 :

$$\sin\varphi_2 = \frac{-X_C}{Z_2} = -0,77; \quad \varphi_2 = -50^\circ.$$

Для определения общего тока I предварительно находим активные и реактивные составляющие токов (рис. 2.19, б):

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 13,2 \text{ A}; \quad I_{1p} = I_L = I_1 \sin \varphi_1 = 17,6 \text{ A};$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 9 \text{ A}; \quad I_{2p} = I_C = I_2 \sin \varphi_2 = 10,85 \text{ A}.$$

Тогда

$$I = \sqrt{(I_{1a} + I_{2a})^2 + (I_L - I_C)^2} = 23,2 \text{ A}.$$

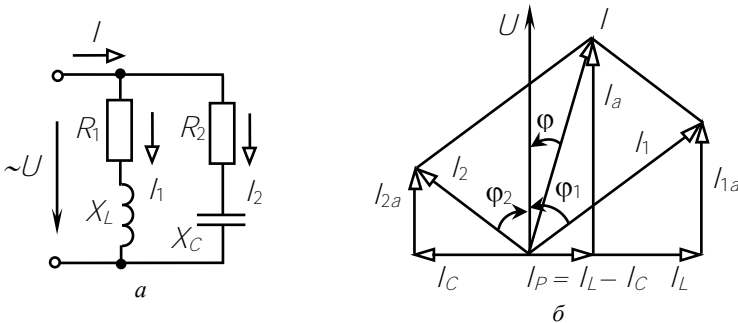


Рис. 2.19

Общий ток можно определить также с помощью проводимостей цепи. Активные и реактивные проводимости каждой ветви:

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = 0,06 \text{ См}; \quad b_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \approx 0,041 \text{ См}; \quad b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,049 \text{ См}.$$

Полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_L - b_C)^2} = 0,106 \text{ См}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = yU = 23,2 \text{ A}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис. 2.19, б.

Активные мощности ветвей:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 2,9 \text{ кВт}; \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 2 \text{ кВт}.$$

Реактивные мощности ветвей:

$$Q_L = X_L I_1^2 \approx 3,87 \text{ квар}; \quad Q_C = X_C I_2^2 \approx 2,4 \text{ квар}.$$

Полные мощности ветвей:

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_L^2} = 4,84 \text{ кВ} \cdot \text{А};$$

$$S_2 = UI_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_C^2} = 3,1 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые из сети:

$$P = UI \cos \varphi = 4,9 \text{ кВт}, \text{ где } \cos \varphi = g/y = I_a/I = 0,955;$$

$$Q = UI \sin \varphi = 1,47 \text{ квар}, \text{ где } \sin \varphi = b/y = I_p/I = 0,29.$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 5,1 \text{ кВ} \cdot \text{А} \quad (S \neq S_1 + S_2).$$

Выполняется баланс для активных и реактивных мощностей:

$$P = P_1 + P_2; \quad Q = Q_L - Q_C.$$

Задача 2.21. В цепи рис. 2.20 а $U = 220 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $R = 60 \text{ Ом}$, $X_L = 80 \text{ Ом}$.

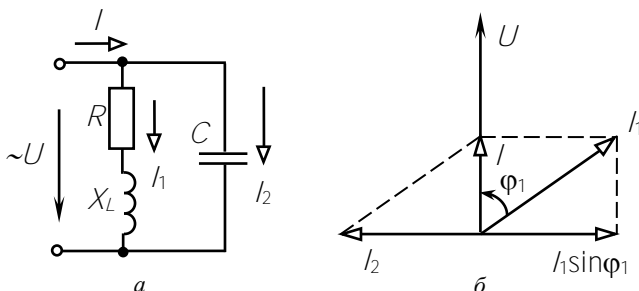


Рис. 2.20

Определить токи цепи и емкость конденсатора, если в цепи имеет место резонанс токов.

Решение. Условием резонанса токов является равенство индуктивной и емкостной проводимостей ветвей $b_L = b_C$.

Индуктивная проводимость

$$b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = 0,008 \text{ См.}$$

Емкостная проводимость $b_C = \omega C = 0,008 \text{ Ѓи}$,

значит, емкость конденсатора

$$C = b_C / \omega = b_C / 2\pi f = 0,008 \cdot 10^6 / 2\pi \cdot 50 = 25,4 \text{ мкФ.}$$

Токи цепи

$$I_1 = Y_1 U = \sqrt{g^2 + b_L^2} \cdot U = 2,2 \text{ А,}$$

где
$$g = \frac{R}{R^2 + X_L^2} = 0,006 \text{ Ѓи};$$

$$I_2 = b_C U = 1,76 \text{ А;}$$

$$I = YU = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} \cdot U = gU = 1,32 \text{ А.}$$

На рис. 2.20, б приведена векторная диаграмма цепи в режиме резонанса.

Задача 2.22. В цепи рис. 2.21, а $U = 127 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $R = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 10,7 \text{ Ом}$, $X_L = 16 \text{ Ом}$.

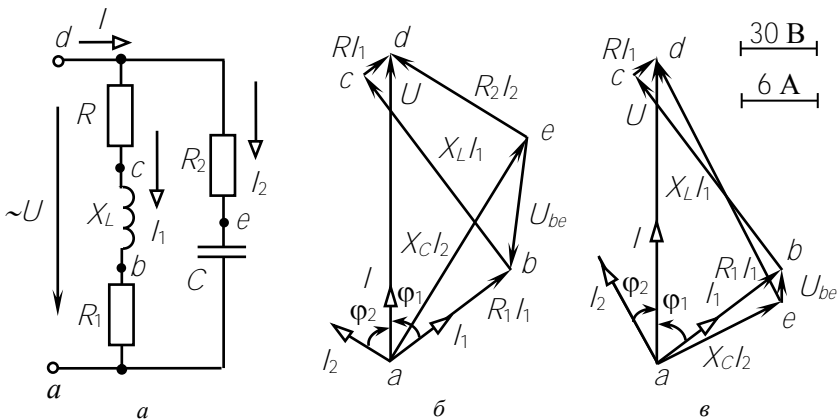


Рис. 2.21

Определить емкость, при которой наступает резонанс, рассчитать токи. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов. Графически определить напряжение между точками b и e (U_{be}).

Решение. При резонансе $b_L = b_C$:

$$b_L = \frac{X_L}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,04 \text{ См};$$

$$b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,04 \text{ См}.$$

Подставив численное значение $R_2 = 10,7 \text{ Ом}$ в последнее соотношение, получим уравнение

$$X_C^2 - 25X_C + 114 = 0,$$

решение которого дает два значения емкостного сопротивления X_{C1} и X_{C2} и, соответственно, емкости C_1 и C_2 , при которых возможен резонанс:

$$X_{C1} = 19 \text{ Ом}, \quad C_1 = \frac{10^6}{2\pi f \cdot X_{C1}} = 167 \text{ мкФ};$$

$$X_{C2} = 6 \text{ Ом}, \quad C_2 = \frac{10^6}{2\pi f \cdot X_{C2}} = 530 \text{ мкФ}.$$

При резонансной емкости $C_1 = 167 \text{ мкФ}$ активные проводимости ветвей равны:

$$g_1 = \frac{R + R_1}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,03 \text{ См}; \quad g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,0225 \text{ См}.$$

Ток в первой ветви

$$I_1 = \sqrt{g_1^2 + b_L^2} \cdot U = 6,35 \text{ А}$$

отстает по фазе от напряжения на угол

$$\varphi_1 = \arctg(b_L / g_1) \approx 53^\circ.$$

Ток во второй ветви

$$I_2 = \sqrt{g_2^2 + b_C^2} \cdot U = 5,83 \text{ А}$$

опережает по фазе напряжение на угол

$$\varphi_2 = \arctg(-b_C/g_2) \approx -60^\circ.$$

Общий ток цепи совпадает по фазе с напряжением и равен

$$I = (g_1 + g_2)U = 6,65 \text{ А}.$$

Векторная диаграмма токов, совмещенная с топографической диаграммой, приведена на рис. 2.21, б. Для построения топографической диаграммы потенциал точки a принимаем равным нулю и, поочередно обходя ветви цепи в направлении, противоположном положительному направлению токов, откладываем падения напряжения на элементах цепи. У концов векторов напряжений ставим буквы в соответствии с обозначениями, принятыми на схеме.

При этом

$$R_1 I_1 = 63,5 \text{ В}; \quad X_L I_1 = 102 \text{ В}; \\ R I_1 = 12,7 \text{ В}; \quad X_C I_2 = 111 \text{ В}; \quad R_2 I_2 = 62,4 \text{ В}.$$

Расстояние между точками b и e на топографической диаграмме с учетом масштаба определяет напряжение $U_{be} = 56 \text{ В}$.

Расчет при резонансной емкости $C_2 = 530 \text{ мкФ}$ выполняется аналогично:

$$I_1 = 6,35 \text{ А}; \quad \varphi_1 = 53^\circ; \quad I_2 = 10,4 \text{ А}; \quad \varphi_2 = -29^\circ 10'; \\ I = 12,5 \text{ А}; \quad \varphi = 0.$$

Векторная диаграмма токов, совмещенная с топографической диаграммой в этом режиме, приведена на рис. 2.21, в ($U_{be} = 10 \text{ В}$).

Задача 2.23. Приемник электроэнергии потребляет активную мощность $P = 5 \text{ кВт}$ при токе $I_1 = 35 \text{ А}$, напряжении $U = 220 \text{ В}$ и $f = 50 \text{ Гц}$.

Расчитать емкость C конденсаторов, которые необходимо включить параллельно приемнику (рис. 2.22, а), чтобы повысить $\cos\varphi$ до 1. Построить векторную диаграмму токов и напряжения, треугольники мощностей приемника и цепи после подключения конденсаторов.

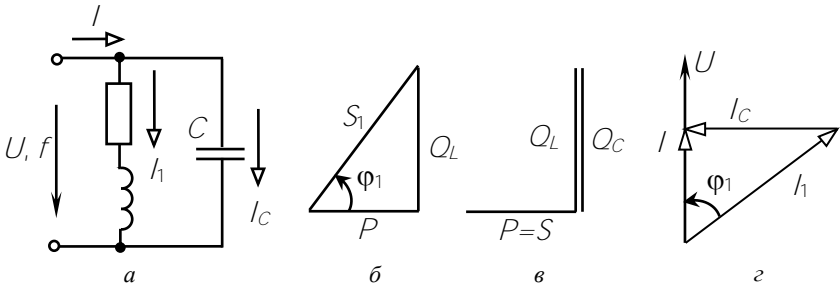


Рис. 2.22

Решение. Так как активная мощность приемника $P = UI_1 \cos \varphi_1$, коэффициент мощности и угол сдвига фаз между напряжением и током приемника равны

$$\cos \varphi_1 = P / UI_1 = 5000 / 220 \cdot 35 = 0,65; \quad \varphi_1 = 49^\circ 30'.$$

Реактивная индуктивная Q_L и полная S_1 мощности приемника

$$Q_L = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 5000 \cdot 1,17 = 5854 \text{ вар},$$

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 7700 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Треугольник мощностей приемника изображен на рис. 2.22, б.

Для повышения коэффициента мощности цепи до единицы необходимо, чтобы реактивная емкостная мощность параллельно подключенных конденсаторов компенсировала индуктивную мощность приемника, т. е.

$$Q_C = Q_L = U^2 / X_C = \omega C U^2 = 2\pi f C U^2.$$

Отсюда

$$C = \frac{Q_C}{2\pi f U^2} = \frac{5854 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} = 386 \text{ мкФ}.$$

Реактивная мощность цепи при этом, $Q = Q_L - Q_C = 0$, а активная мощность не изменяется и равна полной мощности цепи S (рис. 2.22, в). Ток, потребляемый от источника, уменьшается и совпадает по фазе с напряжением. Векторная диаграмма токов и напряжения приведена на рис. 2.22, г. Здесь $I_C = U / X_C = \omega C U = 26,7 \text{ А}$.

Задачу можно решить также, воспользовавшись формулой

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi) = \frac{5000 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} (1,17 - 0) = 386 \text{ мкФ.}$$

Задача 2.24. В цехе установлены три группы приемников:

$$P_1 = 9 \text{ кВт, } \cos\varphi_1 = 0,5;$$

$$P_2 = 6 \text{ кВт, } \cos\varphi_2 = 0,707;$$

$$P_3 = 10 \text{ кВт, } \cos\varphi_3 = 1,0.$$

Определить $\cos\varphi$ всей нагрузки. Рассчитать мощность конденсаторов, которые нужно включить параллельно нагрузке, чтобы повысить коэффициент мощности цеха до $\cos\varphi' = 0,92$.

Решение. Реактивная мощность приемников:

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 = 9 \cdot 1,73 = 15,6 \text{ квар;}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg}\varphi_2 = 6 \cdot 1 = 6 \text{ квар; } \quad Q_3 = P_3 \cdot \operatorname{tg}\varphi_3 = 0.$$

Из треугольника мощностей всей нагрузки (рис. 2.23)

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sum Q}{\sum P} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{21,6}{25} = 0,865. \quad \cos\varphi = 0,75.$$

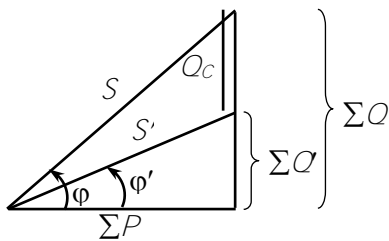


Рис. 2.23

При подключении конденсаторов часть индуктивной мощности компенсируется емкостной мощностью конденсаторов, и реактивная мощность, поступающая из сети,

$$\begin{aligned} \sum Q' &= \sum P \operatorname{tg}\varphi' = 25 \cdot 0,42 = \\ &= 10,5 \text{ квар.} \end{aligned}$$

Как видно из треугольника мощностей, мощность конденсаторов

$$Q_c = \sum Q - \sum Q' = 21,6 - 10,5 = 11,1 \text{ квар.}$$

Задача 2.25. Приемник электроэнергии питается от сети $U = 220 \text{ В}$ двухжильным кабелем сечением 70 мм^2 , допускаемая

токовая нагрузка для которого $I_{\text{доп}} = 325 \text{ А}$. Потребляемый приемником ток $I_i = 318 \text{ А}$ при $\cos\varphi_i = 0,707$; ($\varphi_i > 0$). К сети нужно дополнительно подключить осветительную нагрузку мощностью $P_{\text{инд}} = 17 \text{ кВт}$, но этого делать нельзя, так как ток в кабеле превысит $I_{\text{аир}} = 325 \text{ А}$.

Решили повысить коэффициент мощности установки с помощью батареи конденсаторов, чтобы при включении дополнительной осветительной нагрузки ток в кабеле не превышал 318 А .

Рассчитать $\cos\varphi$ установки после включения батареи конденсаторов и дополнительной нагрузки $P_{\text{инд}}$, необходимую мощность и емкость батареи конденсаторов, ток дополнительной осветительной нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Р е ш е н и е . Полная, активная и реактивная мощности до установки конденсаторов:

$$\begin{aligned} S_1 &= U \cdot I_i = 220 \cdot 318 = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А}; \\ P_1 &= S_1 \cos\varphi_i = 70 \cdot 0,707 = 49,5 \text{ кВт}; \\ Q_1 &= S_1 \sin\varphi_i = 70 \cdot 0,707 = 49,5 \text{ кВар}. \end{aligned}$$

Коэффициент мощности после подключения конденсаторов и дополнительной осветительной нагрузки

$$\cos\varphi = (P_1 + P_{\text{инд}}) / S_1 = (49,5 + 17) / 70 = 0,95; \quad (\varphi = 18^\circ).$$

При неизменной полной мощности $S_1 = S = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ благодаря подключению конденсаторов можно получить из сети активную мощность

$$P = S \cos\varphi = 70 \cdot 0,95 = 66,5 \text{ кВт} = P_1 + P_{\text{инд}}$$

и уменьшить реактивную мощность до

$$Q = S \sin\varphi = 70 \cdot 0,309 = 21,6 \text{ кВар}.$$

Реактивная мощность и емкость батареи конденсаторов

$$Q_C = Q_1 - Q = 49,5 - 21,6 = 27,9 \text{ кВар};$$

$$\tilde{N} = Q_C / (\omega U^2) = 27900 \cdot 10^6 / (314 \cdot 48400) = 1840 \text{ мкФ}.$$

Ток дополнительной осветительной нагрузки

$$I_{\text{инд}} = P_{\text{инд}} / U = 17000 / 220 = 77 \text{ А}.$$

На рис. 2.24, а, б приведены эквивалентная схема замещения и векторная диаграмма установки. После подключения $R_{\text{осв}}$ и X_C результирующий ток I остался равным 318 А, уменьшился лишь сдвиг фаз между напряжением и током.

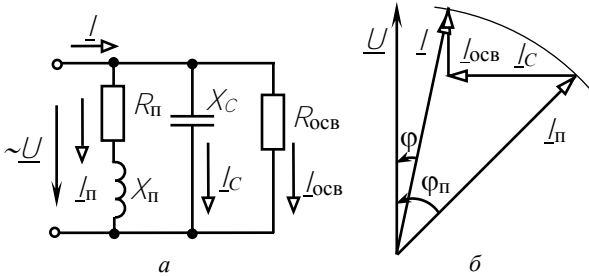


Рис. 2.24

Задача 2.26. Напряжение и ток приемника (рис. 2.25, а) изменяются по закону

$$u = 141 \sin(314t + 53^\circ) \text{ В}, \quad i = 7,07 \sin(314t + 37^\circ) \text{ А}.$$

Записать комплексные действующие значения напряжения и тока. Определить комплексное сопротивление нагрузки и параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.25, б). Найти активную и реактивную мощности.

Решение. Заданному напряжению u и току i (рис. 2.25, в) на комплексной плоскости соответствуют вращающиеся векторы (рис. 2.25, г), длина и положение которых для момента времени $\omega t = 0$ определяют комплексные амплитуды напряжения и тока:

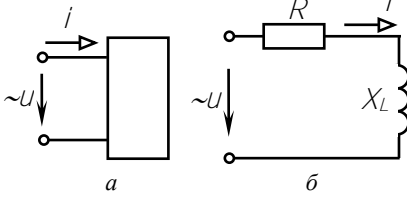
$$\underline{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = 141 e^{j53^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = 7,07 e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Комплексные действующие значения напряжения и тока определяются векторами, длина которых в $\sqrt{2}$ раз меньше (рис. 2.25, д):

$$\underline{U} = 100 e^{j53^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I} = 5 e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Комплексное сопротивление нагрузки

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{100 e^{j53^\circ}}{5 e^{j37^\circ}} = 20 e^{j16^\circ} = 20 (\cos 16^\circ + j \sin 16^\circ) = (19,3 + j5,5) \hat{\Omega}.$$



Значит параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.25, б) следующие: $R = 19,3 \text{ Ом}$; $X_L = 5,5 \text{ Ом}$.

Для определения комплексной мощности умножаем комплекс напряжения на сопряженный комплекс тока:

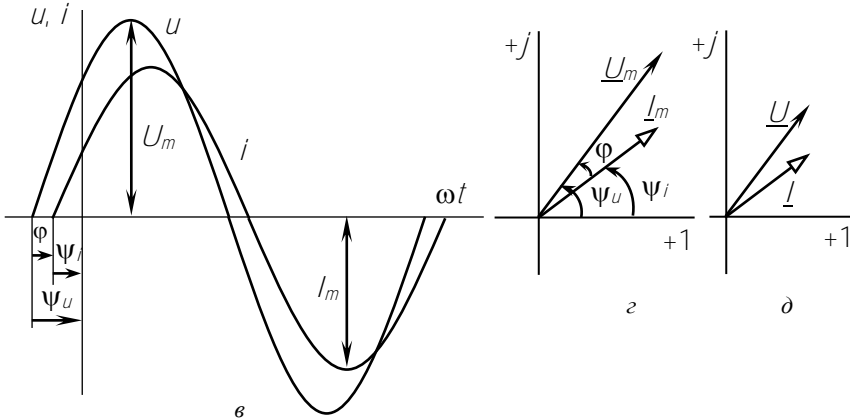


Рис. 2.25

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 100e^{j53^\circ} \cdot 5e^{-j37^\circ} = 500e^{j16^\circ} = 500(\cos 16^\circ + j\sin 16^\circ) = (482 + j138) \text{ \AA} \cdot \text{\AA}.$$

Отсюда получаем:

$$S = 500 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad P = 482 \text{ Вт}; \quad Q_L = 138 \text{ вар}.$$

Задача 2.27. В цепи рис. 2.26, а $U = 100 \text{ В}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$.

Определить токи i_1 , i_2 , i . Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. По ней определить напряжение между точками b и c схемы. Как изменится это напряжение, если во второй ветви элементы R_2 и X_C поменять местами?

Решение. Выполняем комплексным методом.

Принимаем $\underline{U} = U$.

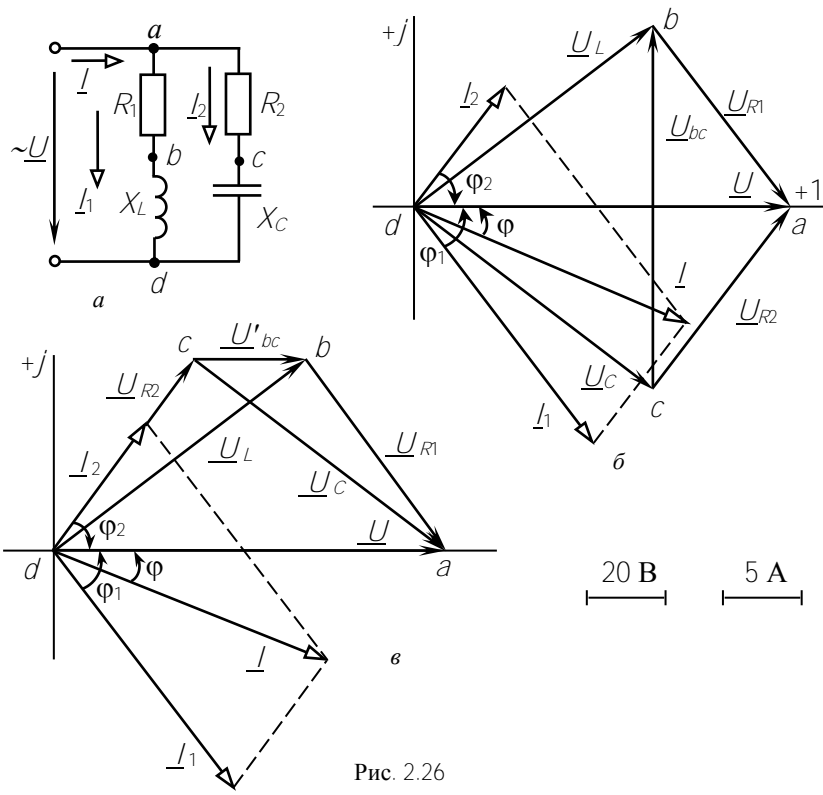


Рис. 2.26

Комплексы токов

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{R_1 + jX_L} = \frac{100}{3 + j4} = 12 - j16 = 20e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{R_2 - jX_C} = \frac{100}{6 - j8} = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ A};$$

$$I = I_1 + I_2 = 18 - j8 = 19,7e^{-j24^\circ} \text{ A}.$$

Действующие значения токов: $I_1 = 20 \text{ A}$, $I_2 = 10 \text{ A}$, $I = 19,7 \text{ A}$.

Комплекс искомого напряжения

$$\begin{aligned} U_{bc} &= jX_L I_1 - (-jX_C) I_2 = j4(12 - j16) - (-j8)(6 + j8) = \\ &= j96 = 96e^{j90^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

При замене местами R_2 и X_C

$$\underline{U}'_{bc} = jX_L I_1 - R_2 I_2 = j4(12 - j16) - 6(6 + j8) = 28 = 28e^{j0^\circ} \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения равно модулю его комплекса.

Следовательно, в первом случае $U_{bc} = 96 \text{ В}$, во втором $U'_{bc} = 28 \text{ В}$.

Заметим, что

$$\underline{U}_{bc} = -\underline{U}_{cb} \quad \text{и} \quad |U_{bc}| = |U_{cb}|.$$

Задача 2.28. В цепи (рис. 2.27) активная мощность $P = 120 \text{ Вт}$, полная мощность $S = 150 \text{ В} \cdot \text{А}$, $U_{ab} = 120 \text{ В}$, $I_3 = 1 \text{ А}$.

Определить индуктивное сопротивление X_L .

Решение. Так как $P = U_{ab} I_2$, то

$$I_2 = \frac{P}{U_{ab}} = \frac{120}{120} = 1 \text{ А.}$$

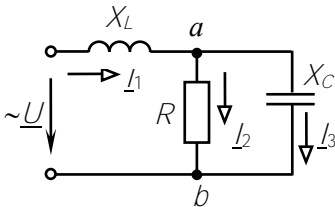


Рис. 2.27

По первому закону Кирхгофа ток на общем участке цепи

$$I_1 = I_2 + I_3 = 1 + 1\text{А}^{j90^\circ} = 1 + j1 = 1,41\text{А}^{j45^\circ} \text{ А.}$$

Реактивную мощность цепи выразим двояко:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{150^2 - 120^2} \approx 90 \text{ в} \cdot \text{а} \cdot \text{д.}$$

или

$$Q = X_L I_1^2 - X_C I_3^2,$$

где

$$X_C = \frac{U_{ab}}{I_3} = 120 \text{ Ом.}$$

$$90 = X_L \cdot 1,41^2 - 120 \cdot 1^2, \quad \text{отсюда} \quad X_L = \frac{90 + 120}{2} = 105 \text{ Ом.}$$

Задача 2.29. В цепи рис. 2.28, а $U = 220 \text{ В}$, сопротивления $R_0 = 5,4 \text{ Ом}$, $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $X_0 = 8 \text{ Ом}$, $X_1 = 16 \text{ Ом}$, $X_2 = 10 \text{ Ом}$.

Определить токи, активную, реактивную и полную мощности каждой ветви цепи. Проверить баланс активных и реактивных мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Р е ш е н и е . Используя проводимости, заменим схему рис. 2.28, а эквивалентной последовательной схемой (рис. 2.28, б).

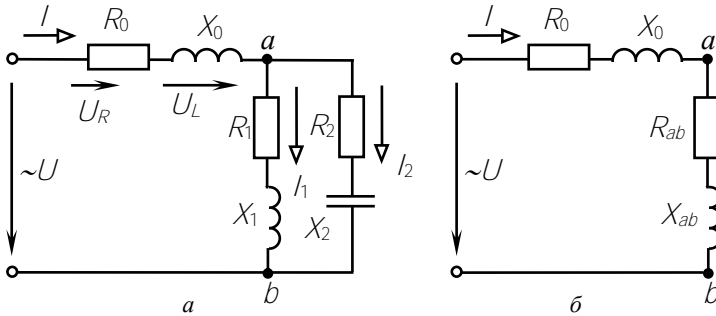


Рис. 2.28

Вначале определяем активную, реактивную и полную проводимости параллельных ветвей:

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = 0,03 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}}; \quad b_1 = \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = 0,04 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}};$$

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2} = 0,05 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0,04 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}}; \quad b_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0,02 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}};$$

$$y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2} = 0,0447 \text{ } \tilde{\text{н}}\tilde{\text{и}}.$$

Затем находим эквивалентную активную, реактивную и полную проводимости параллельного участка цепи:

$$g_{ab} = g_1 + g_2 = 0,07 \text{ } \text{См}; \quad b_{ab} = b_1 - b_2 = 0,02 \text{ } \text{См (инд.)}$$

$$y_{ab} = \sqrt{g_{ab}^2 + b_{ab}^2} = 0,0726 \text{ } \text{См}.$$

Активное, реактивное и полное сопротивления параллельного участка:

$$R_{ab} = \frac{g_{ab}}{y_{ab}^2} = 13,2 \text{ } \hat{\Omega}; \quad X_{ab} = \frac{b_{ab}}{y_{ab}^2} = 3,78 \text{ } \hat{\Omega};$$

$$Z_{ab} = \sqrt{R_{ab}^2 + X_{ab}^2} = 13,7 \text{ } \text{Ом}.$$

Теперь схему можно заменить эквивалентной, в которой все сопротивления включены последовательно (рис. 2.28, б).

Общий ток цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_{ab})^2 + (X_0 + X_{ab})^2}} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А.}$$

Напряжение на участке ab

$$U_{ab} = Z_{ab} I = 137 \text{ В.}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$I_1 = y_1 U_{ab} = 6,85 \text{ А}; \quad I_2 = y_2 U_{ab} = 6,12 \text{ А.}$$

Активные, реактивные и полные мощности в ветвях цепи:

$$P_0 = R_0 I^2 = 540 \text{ Вт}; \quad Q_0 = X_0 I^2 = 800 \text{ вар}; \quad S_0 = \sqrt{P_0^2 + Q_0^2} = 965 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 567 \text{ Вт}; \quad Q_1 = X_1 I_1^2 = 750 \text{ вар}; \quad S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 938 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 753 \text{ Вт}; \quad Q_2 = X_2 I_2^2 = 372 \text{ вар}; \quad S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 835 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Мощности, потребляемые цепью от источника,

$$P = UI \cos \varphi = 1860 \text{ Вт}; \quad Q = UI \sin \varphi = 1178 \text{ вар};$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2200 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$\text{где } \cos \varphi = \frac{R_0 + R_{ab}}{Z} = 0,845; \quad \sin \varphi = \frac{X_0 + X_{ab}}{Z} = 0,535.$$

Проверка баланса мощностей показывает, что

$$P = P_0 + P_1 + P_2; \quad Q = Q_0 + Q_1 - Q_2.$$

При построении векторной диаграммы (рис. 2.29) за исходный вектор целесообразно принять вектор напряжения U_{ab} , одинаково для обеих параллельных ветвей. Ток I_1 отстает от U_{ab} на угол $\varphi_1 = \arctg X_1/R_1 = 53^\circ$, ток I_2 опережает U_{ab} на угол $\varphi_2 = \arctg -X_2/R_2 = -26^\circ 30'$. Общий ток I , равный векторной

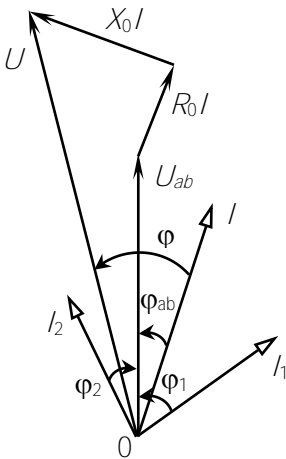


Рис. 2.29

сумме токов I_1 и I_2 , отстает по фазе от напряжения U_{ab} на угол

$\varphi_{ab} = \arctg X_{ab}/R_{ab} = 16^\circ$. Для построения вектора напряжения U , приложенного к цепи, определяем падения напряжения на активном R_0 и индуктивном X_0 сопротивлениях неразветвленного участка цепи:

$$U_R = R_0 I = 54 \text{ В}; \quad U_L = X_0 I = 80 \text{ В}.$$

Так как $\vec{U} = \vec{U}_{ab} + \vec{U}_R + \vec{U}_L$, то с конца вектора \vec{U}_{ab} параллельно вектору тока \vec{I} проводим вектор \vec{U}_R , затем с

конца вектора \vec{U}_R проводим вектор \vec{U}_L , опережающий \vec{I} на 90° . Соединяя точку 0 с концом вектора \vec{U}_L , получим вектор напряжения U , опережающего по фазе ток I на угол

$$\varphi = \arccos (R_0 + R_{ab})/Z = 32^\circ 20'.$$

Задача может быть решена более рационально комплексным методом.

Запишем комплексные сопротивления участков цепи:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = 5,4 + j8 = \sqrt{(5,4)^2 + 8^2} \dot{\angle} \arctg 8/5,4 = 9,65 e^{j56^\circ} \hat{i};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 12 + j16 = 20 e^{j53^\circ} \hat{i};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_2 = 20 - j10 = 22,4 e^{-j26^\circ 30'} \hat{i};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{20 \dot{\angle} j53^\circ \cdot 22,4 \dot{\angle} -j26^\circ 30'}{12 + j16 + 20 - j10} = \frac{448 \dot{\angle} j26^\circ 30'}{32 + j6} = \\ &= \frac{448 \dot{\angle} j26^\circ 30'}{32,6 \dot{\angle} j10^\circ 30'} = 13,7 \dot{\angle} j16^\circ = 13,7 \cos 16^\circ + j13,7 \sin 16^\circ = (13,2 + j3,78) \hat{i}. \end{aligned}$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = 18,6 + j11,78 = 22\dot{\text{a}}^{j32^\circ 20'} \hat{\Omega}.$$

Совмещаем вектор напряжения \underline{U} с осью действительных величин, тогда комплексное действующее значение общего тока цепи

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{22\dot{\text{a}}^{j32^\circ 20'}} = 10\dot{\text{e}}^{-j32^\circ 20'} \text{ А}.$$

Комплексное действующее значение напряжения на участке ab

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab}\underline{I} = 13,7\dot{\text{a}}^{j16^\circ} \cdot 10\dot{\text{a}}^{-j32^\circ 20'} = 137\dot{\text{a}}^{-j16^\circ 20'} \hat{\text{В}}.$$

Комплексные выражения токов в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{137\dot{\text{a}}^{-j16^\circ 20'}}{20\dot{\text{a}}^{j53^\circ}} = 6,85\dot{\text{а}}^{-j69^\circ 20'} \hat{\text{А}};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{137\dot{\text{а}}^{-j16^\circ 20'}}{22,4\dot{\text{а}}^{-j26^\circ 30'}} = 6,12\dot{\text{а}}^{j10^\circ 10'} \hat{\text{А}}.$$

Комплекс напряжения на неразветвленном участке цепи

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I} = 9,65\dot{\text{е}}^{j56^\circ} \cdot 10\dot{\text{е}}^{-j32^\circ 20'} = 96,5\dot{\text{е}}^{j23^\circ 40'} \text{ В}.$$

Комплексные мощности на участках цепи:

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \underline{I}^* = 96,5\dot{\text{а}}^{j23^\circ 40'} \cdot 10\dot{\text{а}}^{j32^\circ 20'} = 965\dot{\text{а}}^{j56^\circ} = (540 + j800) \hat{\text{А}} \cdot \hat{\text{А}};$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_1^* = 137\dot{\text{а}}^{-j16^\circ 20'} \cdot 6,85\dot{\text{а}}^{j69^\circ 20'} = 938\dot{\text{а}}^{j53^\circ} = (567 + j750) \hat{\text{А}} \cdot \hat{\text{А}};$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_2^* = 137\dot{\text{а}}^{-j16^\circ 20'} \cdot 6,12\dot{\text{а}}^{-j10^\circ 10'} = 835\dot{\text{а}}^{-j26^\circ 30'} = (753 - j372) \hat{\text{А}} \cdot \hat{\text{А}}.$$

Комплексная мощность всей цепи

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 220 \cdot 10\dot{\text{а}}^{j32^\circ 20'} = 2200\dot{\text{а}}^{j32^\circ 20'} = (1860 + j1178) \hat{\text{А}} \cdot \hat{\text{А}}.$$

Активная и реактивная мощности всей цепи

$$P=1860 \text{ Вт}; \quad Q=1178 \text{ вар.}$$

Составляем уравнения баланса активных и реактивных мощностей:

$$P = P_0 + P_1 + P_2; \quad 1860 = 540 + 567 + 753 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_0 + Q_1 - Q_2; \quad 1178 = 800 + 750 - 372 \text{ вар.}$$

Задача 2.30. Определить токи в ветвях и показания вольтметров в цепи рис. 2.30, а, если $U = 100 \text{ В}$, $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$.

Задачу решаем: а) с помощью проводимостей; б) комплексным методом.

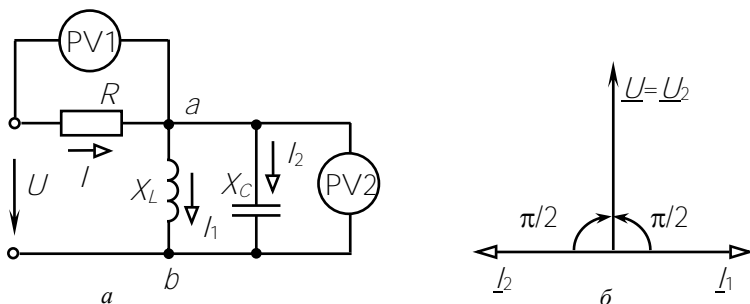


Рис. 2.30

Решение. а) Реактивные проводимости параллельных ветвей

$$b_L = \frac{1}{X_L} = 0,1 \text{ См}; \quad b_C = \frac{1}{X_C} = 0,1 \text{ См.}$$

Полная проводимость и сопротивление параллельного участка цепи

$$y_{ab} = \sqrt{g_{ab}^2 + (b_L - b_C)^2} = b_L - b_C = 0; \quad Z_{ab} = \frac{1}{y_{ab}} = \infty.$$

Общее сопротивление цепи $Z = \infty$.

Ток на неразветвленном участке цепи $I = \frac{U}{Z} = 0$ и показание вольтметра V1: $U_1 = RI = 0$.

Так как $\vec{U}_2 = \vec{U} - \vec{U}_1$, то $U_2 = 100$ В и токи в ветвях

$$I_1 = \frac{U_2}{X_L} = 10 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_2}{X_C} = 10 \text{ А}.$$

б) Сопротивление цепи в комплексной форме

$$\underline{Z} = R + \underline{Z}_{ab} = R + \frac{jX_L \cdot (-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \infty$$

и общий ток

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = 0,$$

поэтому падение напряжения на резисторе R : $\underline{U}_1 = R\underline{I} = 0$,

и напряжение $\underline{U}_2 = \underline{U} - \underline{U}_1 = 100$ В.

Токи в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{jX_L} = \frac{100}{j10} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{-jX_C} = \frac{100}{-j10} = j10 = 10e^{j90^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис. 2.30, б.

Задача 2.31. В цепи рис. 2.31, а $X_C = 0,4$ Ом, $X_L = 2$ Ом. Определить значение активного сопротивления резистора R , при котором в цепи наступает резонанс. Построить качественно векторную диаграмму напряжений и токов в режиме резонанса.

Решение. Комплексное входное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= -jX_C + \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = -jX_C + \frac{R^2 jX_L + RX_L^2}{R^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \left(\frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2} - X_C \right). \end{aligned}$$

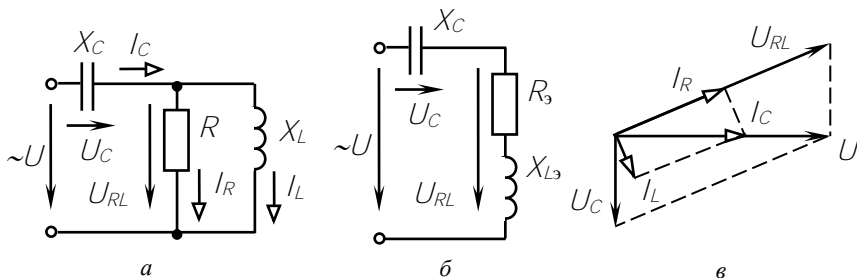


Рис. 2.31

При резонансе напряжений мнимая часть комплексного входного сопротивления цепи равна нулю:

$$j \left(\frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2} - X_C \right) = 0,$$

откуда

$$\frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2} = X_C, \quad R = X_L \sqrt{\frac{X_C}{X_L - X_C}} = 1 \hat{\Omega}.$$

Задача 2.32. В цепи рис. 2.32 $U = 240$ В, $X_L = 288$ Ом, $R = 300$ Ом, $X_C = 400$ Ом.

Определить активную, реактивную и полную мощность цепи, а также показание ваттметра.

Решение. Расчет токов и напряжений производим комплексным методом.

Комплексное входное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = j288 + \frac{300(-j400)}{300 - j400} =$$

$$= j288 + 192 - j144 = 192 + j144 = 240 \hat{a}^{j36,8^\circ} \hat{\Omega}.$$

Ток неразветвленной части цепи

$$I_1 = \underline{U} / \underline{Z} = 240 / 240 \hat{a}^{j36,8^\circ} = 1 \hat{a}^{-j36,8^\circ} \text{ А}.$$

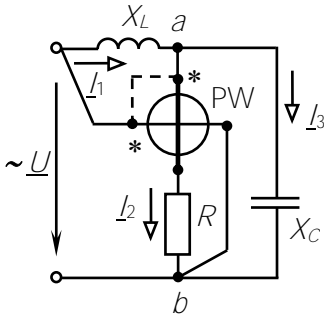


Рис. 2.32

Комплекс полной мощности цепи

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \underline{I}_1^* = 240 \cdot 1 \hat{a}^{j36,8^\circ} = 240 e^{j36,8^\circ} = (192 + j144) \hat{A} \cdot \hat{A}$$

или

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{Z} I_1^2 = (192 + j144) \cdot 1^2 = (192 + j144) \hat{A} \cdot \hat{A}.$$

Отсюда следует

$$P = \operatorname{Re}(\underline{S}) = 192 \hat{A} \cdot \hat{A}; \quad Q = \operatorname{Im}(\underline{S}) = 144 \hat{A} \cdot \hat{A}; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 240 \hat{A} \cdot \hat{A}.$$

Для определения показания ваттметра необходимо рассчитать ток I_2 и, следовательно, узловое напряжение \underline{U}_{ab} :

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U} - jX_L I_1 = 240 - 288 e^{j90^\circ} \cdot 1 e^{-j36,8^\circ} = 240 e^{-j73,6^\circ} \text{ В}$$

или

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{23} I_1 = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} \cdot I_1 = \frac{300(-j400)}{300 - j400} \cdot 1 \hat{a}^{-j36,8^\circ} = 240 \hat{a}^{-j73,6^\circ} \hat{A}.$$

Ток, текущий по последовательной обмотке ваттметра,

$$I_2 = \underline{U}_{ab} / R = 240 e^{-j73,6^\circ} / 300 = 0,8 e^{-j73,6^\circ} \text{ А}.$$

Показание ваттметра можно определить двояко:

$$P_W = \operatorname{Re}(\underline{U} I_2^*) = \operatorname{Re}(240 \cdot 0,8 \hat{a}^{j73,6^\circ}) = \operatorname{Re}(54,6 + j184) = 54,6 \hat{A} \cdot \hat{A}$$

или

$$P_W = UI_2 \cos(\hat{U} \hat{I}_2) = 240 \cdot 0,8 \cos 73,6^\circ = 54,6 \hat{A} \cdot \hat{A}.$$

Из расчета вытекает, что при данной схеме включения ваттметра его показание не соответствует ни активной, ни реактивной, ни полной мощности цепи. При необходимости измерить активную мощность данной цепи генераторный зажим параллельной обмотки ваттметра следует переключить на точку a (пунктирная линия).

Задача 2.33. При каком соотношении между сопротивлениями X_C и X_L ток I_2 не будет зависеть от сопротивления Z_2 (рис. 2.33)? Написать выражение тока I_2 , используя найденное соотношение.

Решение. По методу двух узлов ток в ветви с сопротивлением Z_2

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{\underline{U} \cdot j \frac{1}{X_C}}{\left[j \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) + \frac{1}{Z_2} \right] Z_2} = \frac{\underline{U} \cdot j \frac{1}{X_C}}{j \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) Z_2 + 1}.$$

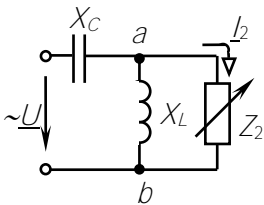


Рис. 2.33

Из последнего выражения следует, что ток I_2 не будет зависеть от Z_2 , если $(1/X_C - 1/X_L) = 0$ или $X_C = X_L$. При этом

$$I_2 = j \frac{\underline{U}}{X_C}.$$

Данную цепь можно использовать в качестве стабилизатора тока при изменении нагрузки Z_2 как по модулю, так и по фазе.

Задача 2.34. Мостовая цепь, питаемая переменным напряжением (рис. 2.34), используется для измерения параметров катушки.

$R_0 = 0,5$ кОм, $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0,1$ кОм, $C_0 = 2$ мкФ.

Определить активное сопротивление и индуктивность катушки при нулевом показании вольтметра.

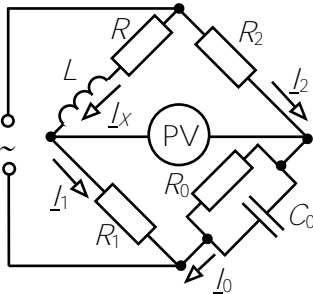


Рис. 2.34

Решение. Комплексные сопротивления плеч моста:

$$Z_X = R + j\omega L; \quad Z_1 = R_1; \quad Z_2 = R_2;$$

$$Z_0 = \frac{R_0 \left(-j \frac{1}{\omega C_0} \right)}{R_0 - j \frac{1}{\omega C_0}} = \frac{R_0}{1 + j\omega R_0 C_0}.$$

Нулевое показание вольтметра будет иметь место при

$$\underline{Z}_X \underline{I}_X = \underline{Z}_2 \underline{I}_2; \quad \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0.$$

Разделив последние уравнения одно на другое и учитывая, что при нулевом показании вольтметра $\underline{I}_X = \underline{I}_1$ и $\underline{I}_2 = \underline{I}_0$, получаем условие равновесия мостовой цепи:

$$\frac{\underline{Z}_X}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} \quad \text{или} \quad \underline{Z}_X \underline{Z}_0 = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2.$$

$$\frac{R + j\omega L}{R_1} = \frac{R_2(1 + j\omega R_0 C_0)}{R_0}; \quad \frac{R}{R_1} + j\omega \frac{L}{R_1} = \frac{R_2}{R_0} + j\omega R_2 C_0.$$

Если два комплекса равны, то равны соответственно их действительные и мнимые части:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{R_2}{R_0} \quad \text{и} \quad j\omega \frac{L}{R_1} = j\omega R_2 C_0.$$

Отсюда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_0} = \frac{1 \cdot 0,1}{0,5} = 0,2 \text{ Ом};$$

$$L = R_1 R_2 C_0 = 10^3 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 0,2 \text{ мГн}.$$

Задача 2.35. В цепи рис. 2.35, а $E = 100 \text{ В}$, $R = 100 \text{ Ом}$, $X_L = X_C = 50 \text{ Ом}$.

Определить в общем виде ток нагрузки I методом эквивалентного генератора. При каком значении сопротивления нагрузки в ней выделяется наибольшая активная мощность? Рассчитать эту мощность.

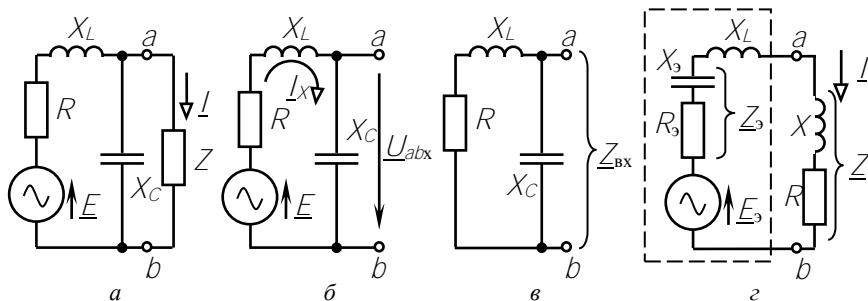


Рис. 2.35

Р е ш е н и е . Для определения ЭДС эквивалентного генератора \underline{E}_g размыкаем ветвь с нагрузкой и находим напряжение холостого хода между точками a и b (рис. 2.35, б):

$$\begin{aligned}\underline{E}_y = \underline{U}_{abx} &= -jX_C \underline{I}_X = -jX_C \cdot \frac{\underline{E}}{R + jX_L - jX_C} = \\ &= -j50 \frac{100}{100 + j50 - j50} = -j50 = 50e^{-j90^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению пассивной цепи между точками a и b при разомкнутой ветви с нагрузкой \underline{Z} (рис. 2.35, в):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_y = \underline{Z}_{ax} &= \underline{R}_y - j\underline{X}_y = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = \\ &= \frac{X_L X_C - jRX_C}{R + jX_L - jX_C} = (25 - j50) \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Согласно схеме рис. 2.35, г ток нагрузки $\underline{I} = \frac{\underline{E}_g}{\underline{Z}_g + \underline{Z}}$.

В нагрузке выделяется максимальная мощность в том случае, когда комплекс ее сопротивления является сопряженным комплексом внутреннего сопротивления эквивалентного генератора (согласованный режим):

$$\underline{Z} = R + jX = \underline{Z}_g^* = R_g + jX_g = (25 + j50) \text{ Ом}.$$

При этом ток и активная мощность нагрузки соответственно равны

$$\underline{I}_{\text{нагр}} = \frac{\underline{E}_y}{\underline{Z}_y + \underline{Z}} = \frac{\underline{E}_y}{R_y - jX_y + R_y + jX_y} = \frac{\underline{E}_y}{2R_y} = -j1 = 1\hat{a}^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$P_{\text{макс}} = R_g I_{\text{макс}}^2 = 25 \cdot 1^2 = 25 \text{ Вт}.$$

Задача 2.36. Определить мощность в резисторе R (рис. 2.36, а), если

$$U = 100 \hat{A}, \quad X_1 = 100 \hat{i}, \quad X_2 = 50 \hat{i},$$

$$X_3 = 40 \hat{i}, \quad X_4 = 60 \hat{i}, \quad R = 200 \hat{i}.$$

Решение. Ток в ветви с резистором R находим методом эквивалентного генератора. Размыкаем расчетную ветвь (рис. 2.36, б) и вычисляем токи:

$$I_{1x} = \frac{U}{-jX_1 + jX_2} = \frac{100}{-j100 + j50} = j2 \text{ А};$$

$$I_{2x} = \frac{U}{jX_3 - jX_4} = \frac{100}{j40 - j60} = j5 \text{ А}.$$

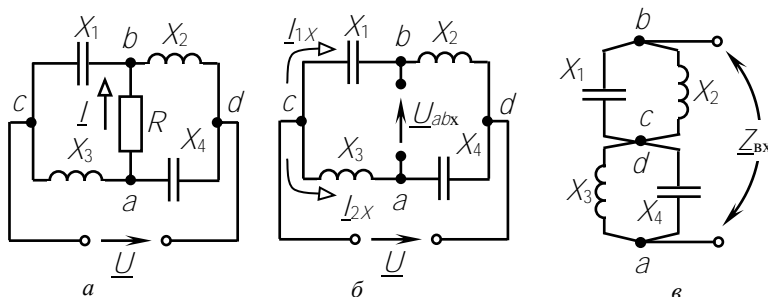


Рис. 2.36

Напряжение на зажимах разомкнутой ветви

$$U_{abx} = (-jX_1)I_{1x} - jX_3 I_{2x} = (-j100)j2 - j40 \cdot j5 = 400 \text{ В}.$$

Закоротив источник напряжения, определяем входное сопротивление цепи по отношению к зажимам расчетной ветви (рис. 2.36, в)

$$Z_{\text{вх}} = \frac{-jX_1 \cdot jX_2}{-jX_1 + jX_2} + \frac{jX_3 \cdot (-jX_4)}{jX_3 - jX_4} = j100 + j120 = j220 \text{ Ом}.$$

Ток в ветви с резистором R

$$I = \frac{U_{abx}}{R + Z_{\text{вх}}} = \frac{400}{200 + j220} = 1,35 e^{j47^\circ 45'} \text{ А}.$$

Мощность, выделяющаяся в резисторе,

$$P = RI^2 = 200 \cdot 1,35^2 \approx 365 \text{ Вт}.$$

Задача 2.37. В линии электропередачи длиной 10 км потеря напряжения не должна превышать 5 % напряжения в конце линии $U_2 = 10$ кВ. Активное и индуктивное сопротивления 1 км линии $R_0 = 0,4$ Ом/км и $X_0 = 0,4$ Ом/км.

Какую максимальную мощность P_2 можно передать по линии при $\cos\varphi_2 = 1,0$ и $0,8$ ($\varphi_2 > 0$)?

Решение. Так как в условии задачи задано значение потерь напряжения в линии относительно напряжения U_2

$$\Delta U_{\text{л}} \% = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \cdot 100 \% = 5 \%,$$

то это позволяет определить напряжение в начале линии

$$U_1 = U_2 + \frac{U_2 \cdot \Delta U_{\text{л}} \%}{100 \%} = 10 + \frac{10 \cdot 5 \%}{100 \%} = 10,5 \text{ кВ}.$$

Потерей напряжения в ЛЭП называют разность модулей напряжения в начале и в конце линии

$$\Delta U_{\hat{e}} = U_1 - U_2 = 10,5 - 10 = 0,5 \text{ ê\AA}.$$

От потери напряжения в линии следует отличать **падение** напряжения в линии $\underline{U}_{\text{л}}$, представляющее собой геометрическую разность векторов напряжения в начале и конце линии

$$\underline{U}_{\hat{e}} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \underline{Z}_{\hat{e}} \underline{I}.$$

Для дальнейшего решения задачи строим векторные диаграммы при $\cos\varphi_2 = 1$ (рис. 2.37, а) и $\cos\varphi_2 = 0,8$ (рис. 2.37, б).

Диаграммы построены на основании следующих положений.

1. Напряжение в начале линии U_1 равно геометрической сумме векторов напряжения в конце линии U_2 и падения напряжения в линии $U_{\hat{e}}$: $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{U}_{\hat{e}}$.

2. На рис. 2.37, а ток \underline{I} совпадает по фазе с напряжением \underline{U}_2 (т. е. $\cos\varphi_2 = 1$), а на рис. 2.37, б ток \underline{I} отстает по фазе от напряжения \underline{U}_2 на угол $\varphi_2 = 37^\circ$ ($\cos\varphi_2 = 0,8$).

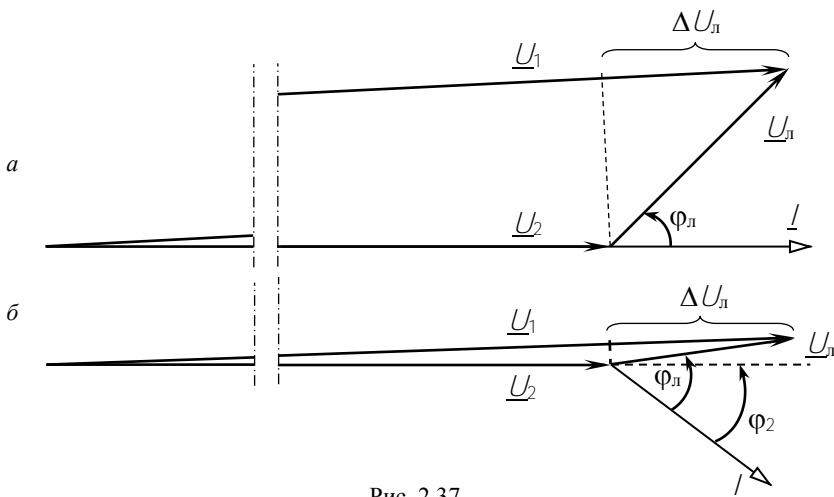


Рис. 2.37

3. На обеих векторных диаграммах угол сдвига по фазе $\varphi_{\text{л}}$ между векторами тока \underline{I} и падения напряжения в линии $\underline{U}_{\text{л}}$ определяется соотношением активного и индуктивного сопротивлений линии:

$$\varphi_{\text{э}} = \arctg \frac{X_{\text{л}}}{R} = \arctg \frac{10 X_0}{10 R_0} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

а) Используя теорему косинусов (рис. 2.37, а)

$$U_1^2 = U_2^2 + U_{\text{л}}^2 - 2U_2 U_{\text{л}} \cos(180^\circ - \varphi_{\text{л}}),$$

находим падение напряжения в линии: $U_{\text{л}} = 0,68 \text{ кВ}$.

Ток линии

$$I = U_{\text{э}} / Z_{\text{э}} = U_{\text{э}} / \sqrt{(10R_0)^2 + (10X_0)^2} = 0,68 / \sqrt{4^2 + 4^2} = 121 \text{ А}.$$

Передаваемая активная мощность $P_2 = U_2 I \cos \varphi_2 = 1,2 \text{ МВт}$.

б) Аналогичный расчет проводим при $\cos \varphi_2 = 0,8$ (рис. 2.37, б):

$$U_1^2 = U_2^2 + U_{\text{э}}^2 - 2U_2 U_{\text{э}} \cos(180^\circ - \varphi_{\text{э}} + \varphi_2), \text{ откуда } U_{\text{л}} = 0,51 \text{ кВ};$$

$$I = \frac{U_{\text{л}}}{Z_{\text{л}}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{(10R_0)^2 + (10X_0)^2}} = 89 \text{ А};$$

$$P_2 = U_2 I \cos\varphi_2 = 0,71 \text{ МВт}.$$

В ы в о д : при неизменной потере напряжения максимальное значение передаваемой по ЛЭП мощности существенно зависит (1,2 и 0,71 МВт) от коэффициента мощности нагрузки.

Задача 2.38. В конце линии электропередачи (рис. 2.38, а) с активным сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,1 \text{ Ом}$ и индуктивным сопротивлением $X_{\text{л}} = 0,4 \text{ Ом}$ подключен приемник, потребляющий мощность $P_2 = 20 \text{ кВт}$ при напряжении $U_2 = 380 \text{ В}$ и $\cos\varphi_2 = 0,9$ ($\varphi_2 > 0$).

Определить напряжение в начале линии U_1 , падение и потерю напряжения, КПД линии.

Р е ш е н и е : Ток потребителя и линии электропередачи

$$I = \frac{P_2}{U_2 \cos\varphi_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,9} = 58,5 \text{ А}.$$

Он отстает по фазе от напряжения U_2 на угол $\varphi_2 = 26^\circ$ (рис. 2.38, б).

Если вектор \vec{U}_2 совместить с осью действительных величин, то комплексное действующее значение тока запишется в виде:

$$\underline{I} = 58,5e^{-j26^\circ} \text{ А}.$$

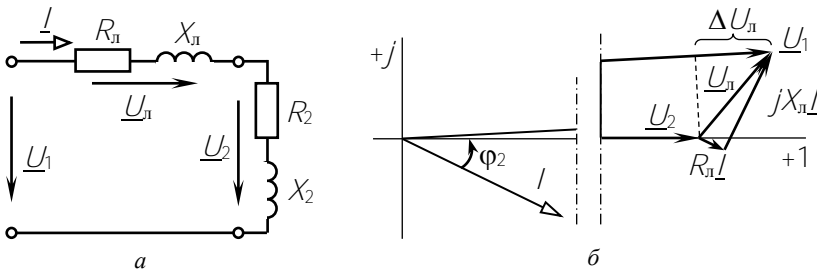


Рис. 2.38

Комплексное сопротивление линии

$$\underline{Z}_{\text{л}} = R_{\text{л}} + jX_{\text{л}} = 0,1 + j0,4 = 0,414e^{j76^{\circ}} \text{ Ом.}$$

Падение напряжения в линии

$$\underline{U}_{\text{л}} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \underline{Z}_{\text{л}} \underline{I} = 0,414e^{j76^{\circ}} \cdot 58,5e^{-j26^{\circ}} = 24,2e^{j50^{\circ}} \text{ В.}$$

Напряжение в начале линии

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{U}_{\text{е}} = 380 + 24,2e^{j50^{\circ}} = 395,5 + j18,5 = 395,7e^{j2^{\circ}40'} \text{ В.}$$

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{е}} = U_1 - U_2 = 395,7 - 380 = 15,7 \text{ В.}$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P = R_{\text{л}} I^2 = 0,1 \cdot 58,5^2 = 343 \text{ Вт.}$$

Коэффициент полезного действия линии

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = \frac{20}{20 + 0,343} = 0,985.$$

Задача 2.39. Мощность, потребляемая нагрузкой линии, $P_2 = 32 \text{ кВт}$ при коэффициенте мощности $\cos\varphi_2 = 0,6$, напряжении $U_2 = 220 \text{ В}$ и частоте $f = 50 \text{ Гц}$. Сопротивления проводов линии: активное $R_{\text{л}} = 0,05 \text{ Ом}$ и индуктивное $X_{\text{л}} = 0,06 \text{ Ом}$ (рис. 2.39).

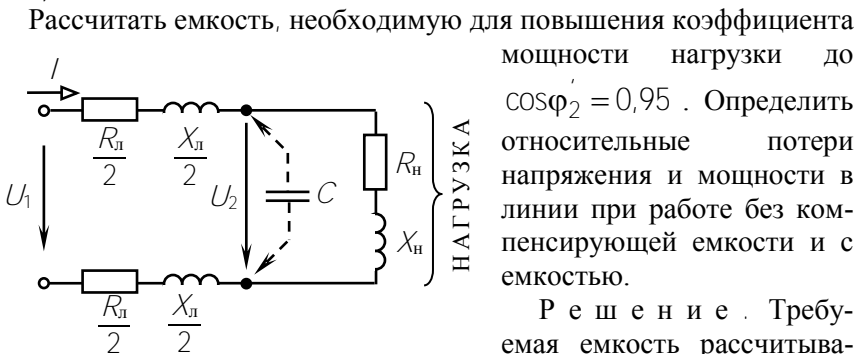


Рис. 2.39

Рассчитать емкость, необходимую для повышения коэффициента мощности нагрузки до $\cos\varphi_2' = 0,95$. Определить относительные потери напряжения и мощности в линии при работе без компенсирующей емкости и с емкостью.

Решение. Требуемая емкость рассчитывается по формуле

$$C = \frac{P_2}{\omega U_2^2} (\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_2').$$

Здесь $\omega = 2\pi f = 314 \text{ н}^{-1}$, $\varphi_2 = \arccos 0,6 = 53^\circ 10'$, $\operatorname{tg}\varphi_2 = 1,33$,

$$\varphi_2' = \arccos 0,95 = 18^\circ 10', \quad \operatorname{tg}\varphi_2' = 0,328.$$

Подставляя значения, получим

$$\tilde{N} = \frac{32000}{314 \cdot 220^2} (1,33 - 0,328) = 0,0021 \hat{\text{О}} = 2100 \text{ и}\hat{\text{О}}.$$

Ток линии без компенсирующей емкости

$$I = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{32000}{220 \cdot 0,6} = 242 \text{ А}.$$

Для определения напряжения в начале линии, представим нагрузку эквивалентной последовательной схемой замещения из резистивного и индуктивного элементов. Ее параметры:

$$R_{\text{н}} = P_2 / I^2 = 0,545 \text{ Ом}; \quad X_{\text{н}} = R_{\text{н}} \cdot \operatorname{tg}\varphi_2 = 0,72 \text{ Ом}.$$

Тогда полное сопротивление линии и нагрузки

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(R_{\hat{\text{е}}} + R_{\text{н}})^2 + (X_{\hat{\text{е}}} + X_{\text{н}})^2} = \\ &= \sqrt{(0,05 + 0,545)^2 + (0,06 + 0,72)^2} = 0,983 \hat{\text{и}}. \end{aligned}$$

Напряжение в начале линии

$$U_1 = ZI = 242 \cdot 0,983 = 238 \text{ В}.$$

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{л}} = U_1 - U_2 = 238 - 220 = 18 \text{ В}.$$

Относительная потеря напряжения

$$\Delta U_{\hat{\text{е}}} \% = \frac{\Delta U_{\hat{\text{е}}}}{U_1} \cdot 100 \% = \frac{18}{238} \cdot 100 \% = 7,6 \%.$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P_{\text{л}} = R_{\text{л}} I^2 = 2,93 \text{ кВт}.$$

Относительная потеря мощности в линии

$$\Delta P_{\text{л}} \% = \frac{\Delta P_{\text{л}}}{P_1} \cdot 100 \% = \frac{\Delta P_{\text{л}}}{P_2 + \Delta P_{\text{л}}} \cdot 100 \% = 8,4 \%;$$

здесь $P_1 = P_2 + \Delta P_{\text{л}}$ – мощность, поступающая от источника.

КПД линии при этом $\eta = 100 - \Delta P_{\text{л}} \% = 91,6 \%.$

Режим работы с компенсирующей емкостью (величины, относящиеся к этому режиму, отмечаем штрихом).

1. Ток линии $I' = P_2 / U_2 \cos \varphi_2' = 153 \text{ А}.$

2. Параметры эквивалентной схемы замещения нагрузки (вместе с емкостью):

$$R_{\text{н}}' = \frac{P_2}{(I')^2} = \frac{32000}{153^2} = 1,367 \text{ Ом}; \quad X_{\text{н}}' = R_{\text{н}}' \operatorname{tg} \varphi_2' = 0,45 \text{ Ом}.$$

3. Полное сопротивление линии и нагрузки

$$Z' = \sqrt{(R_{\text{л}} + R_{\text{н}}')^2 + (X_{\text{л}} + X_{\text{н}}')^2} = 1,5 \text{ Ом}.$$

4. Напряжение в начале линии $U_1' = Z' I' = 1,5 \cdot 153 = 230 \text{ В}.$

5. Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{л}}' = U_1' - U_2 = 230 - 220 = 10 \text{ В}.$$

6. Относительная потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{л}}' \% = \frac{\Delta U_{\text{л}}'}{U_1'} \cdot 100 \% = \frac{10}{230} \cdot 100 \% = 4,35 \%.$$

7. Потеря мощности

$$\Delta P_{\text{е}}' = R_{\text{е}} (I')^2 = 0,05 \cdot 153^2 = 1,16 \text{ кВт}.$$

8. Мощность, поступающая от источника,

$$P_1' = P_2 + \Delta P_{\text{л}}' = 33,16 \text{ кВт}.$$

9. Относительная потеря мощности

$$\Delta P'_e \% = \frac{\Delta P'_e}{P_1} \cdot 100 \% = 3,48 \%$$

10. КПД линии

$$\eta' = 100 - 3,48 = 96,52 \%$$

Таким образом, увеличение коэффициента мощности снижает потери напряжения и мощности в питающих сетях, повышает экономичность их работы. Работа сетей с высоким коэффициентом мощности обеспечивает также более благоприятные (экономичные) режимы работы электрических станций.

Задача 2.40. В схеме цепи рис. 2.40, а $E_1 = 250 \text{ В}$, $E_2 = 200 \text{ В}$, $R_1 = 50 \text{ Ом}$, $X_L = 61 \text{ Ом}$, $R_2 = 24,5 \text{ Ом}$, $X_C = 70 \text{ Ом}$. ЭДС E_2 отстает по фазе от ЭДС E_1 на угол $36,9^\circ$.

Определить ток и составить баланс мощностей. Построить топографическую диаграмму.

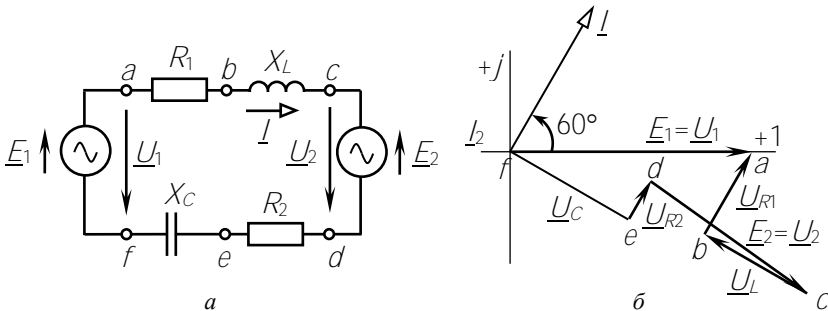


Рис. 2.40

Решение. Расположим вектор ЭДС E_1 по действительной оси комплексной плоскости, тогда $E_1 = E_1 = 250 \text{ В}$ и

$$E_2 = E_2 e^{-j36,9^\circ} = 200 e^{-j36,9^\circ} = (160 - j120) \text{ В}.$$

Произвольно обозначаем на схеме условное положительное направление тока. Из составленных по второму закону Кирхгофа уравнений

$$\underline{E}_1 - \underline{E}_2 = (R_1 + jX_L + R_2 - jX_C)\underline{I}$$

или

$$R_1\underline{I} + jX_L\underline{I} + \underline{U}_2 + R_2\underline{I} - jX_C\underline{I} - \underline{U}_1 = 0.$$

Определяем комплекс действующего значения тока:

$$\begin{aligned}\underline{I} &= \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{R_1 + R_2 + j(X_L - X_C)} = \frac{250 - 160 + j120}{74,5 + j(61 - 70)} = \\ &= \frac{90 + j120}{74,5 - j9} = \frac{153\text{â}^{j53,1^\circ}}{75\text{â}^{-j6,9^\circ}} = 2\text{â}^{j60^\circ} \text{ \AA}.\end{aligned}$$

Комплексы напряжений на элементах цепи:

$$\underline{U}_{R1} = R_1\underline{I} = 100\text{â}^{j60^\circ} \text{ \AA};$$

$$\underline{U}_L = jX_L\underline{I} = 61\text{â}^{j90^\circ} \cdot 2\text{â}^{j60^\circ} = 122\text{â}^{j150^\circ} \text{ \AA};$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2\underline{I} = 49\text{â}^{j60^\circ} \text{ \AA};$$

$$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I} = 70\text{â}^{-j90^\circ} \cdot 2\text{â}^{j60^\circ} = 140\text{â}^{-j30^\circ} \text{ \AA}.$$

При построении топографической диаграммы (рис. 2.40, б) откладываем на комплексной плоскости вектор тока. Обходя контур навстречу току, начиная с точки f , потенциал которой принимаем за исходный, откладываем поочередно векторы напряжений в соответствии с последовательностью расположения элементов цепи.

Проверкой правильности решения задачи может служить уравнение баланса активных и реактивных мощностей генераторов и приемников энергии

$$\sum \underline{S}_{\text{ген}} = \sum \underline{S}_{\text{прием.}},$$

$$\sum \underline{E}\underline{I}^* = \sum RI^2 + \sum j(X_L - X_C)I^2.$$

Для цепи рис. 2.40, а уравнение баланса мощностей имеет вид:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 = (R_1 + R_2)I^2 + j(X_L - X_C)I^2$$

или

$$\underline{E}_1 \underline{I}^* - \underline{E}_2 \underline{I}^* = (R_1 + R_2) I^2 + j(X_L - X_C) I^2,$$

где $\underline{S}_1, \underline{S}_2$ – комплексные мощности источников;

\underline{I}^* – сопряженный комплекс тока \underline{I} .

Подставляем числовые значения в уравнение баланса мощностей:

$$250 \cdot 2e^{-j60^\circ} - 200e^{-j36,6^\circ} \cdot 2e^{-j60^\circ} = (50 + 24,5) \cdot 2^2 + j(61 - 70) \cdot 2^2;$$

$$500e^{-j60^\circ} - 400e^{-j96,9^\circ} = 298 - j36;$$

$$250 - j433 + 48 + j397 = 298 - j36;$$

$$298 - j36 = 298 - j36.$$

Задача 2.41. В цепи рис. 2.41, а $R_1 = 125 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $X_L = 40 \text{ Ом}$, $X_C = 62,5 \text{ Ом}$. $E_1 = 250 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$. ЭДС E_2 отстает по фазе от ЭДС E_1 на угол $66,9^\circ$.

Определить токи ветвей, составить баланс мощностей и построить совмещенную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

Решение. Записываем ЭДС и сопротивления элементов в комплексной форме:

$$\underline{E}_1 = E_1 = 250 \text{ В},$$

$$\underline{E}_2 = E_2 e^{-j66,9^\circ} = 100 e^{-j66,9^\circ} = (39,3 - j91,96) \text{ В},$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 = 125 \hat{1},$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_L = 30 + j40 = 50 e^{j53,1^\circ} \hat{1},$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_C = -j62,5 \hat{1}.$$

Расчет токов производим двумя методами: а) методом контурных токов; б) методом двух узлов.

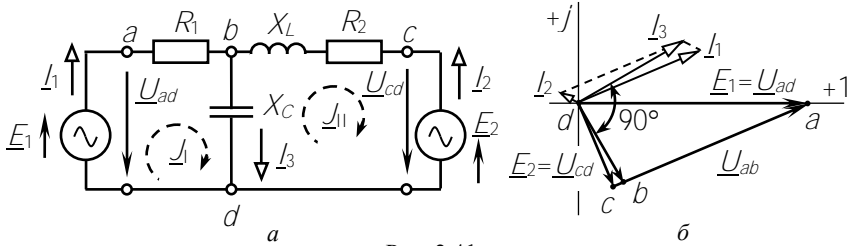


Рис. 2.41

а) Произвольно обозначаем на схеме положительные направления действительных токов ветвей $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ и расчетных, контурных токов \underline{I}_I и \underline{I}_{II} .

Составляем по второму закону Кирхгофа систему из $m - (n - 1) = 2$ уравнений, где $m = 3$ – число ветвей цепи; $n = 2$ – число узлов цепи:

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_I - \underline{Z}_3\underline{I}_{II}; \\ -\underline{E}_2 = -\underline{Z}_3\underline{I}_I + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)\underline{I}_{II}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (\underline{R}_1 - jX_C)\underline{I}_I + jX_C\underline{I}_{II}; \\ -\underline{E}_2 = jX_C\underline{I}_I + (\underline{R}_2 + jX_L - jX_C)\underline{I}_{II}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 250 = (125 - j62,5)\underline{I}_I + j62,5\underline{I}_{II}; \\ -39,3 + j91,96 = j62,5\underline{I}_I + (30 + j40 - j62,5)\underline{I}_{II}. \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, например, с помощью определителей, находим контурные токи:

$$\begin{aligned} \underline{I}_I &= 1,6 + j0,693 = 1,742e^{j23,4^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{II} &= 0,214 - j0,107 = 0,239e^{-j26,5^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

С учетом положительного направления действительных и контурных токов (рис. 2.41, а)

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_I; \quad \underline{I}_2 = -\underline{I}_{II} = -0,214 + j0,107 = 0,239e^{j153,5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_I - \underline{I}_{II} = 1,386 + j0,8 = 1,6e^{j30^\circ} \text{ А}.$$

б) Узловое напряжение

$$\underline{U}_{bd} = \frac{\underline{Y}_1 \underline{A}_1 + \underline{Y}_2 \underline{A}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{250 \cdot 0,008 + 100 \dot{a}^{-j66,9^\circ} \cdot 0,02 \dot{a}^{-j53,1^\circ}}{0,008 + 0,012 - j0,016 + j0,016} =$$

$$= 100 + 100 \dot{a}^{-j120^\circ} = 100 \dot{a}^{-j60^\circ} \text{ \AA},$$

где комплексные проводимости ветвей:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1} = 0,008 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = 0,02 e^{-j53,1^\circ} = (0,012 - j0,016) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{-jX_C} = \frac{j}{X_C} = 0,016 e^{j90^\circ} = j0,016 \text{ См}.$$

С учетом обозначенных на схеме рис. 2.41, а положительных направлений токов ветвей

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1 (\underline{E}_1 - \underline{U}_{bd}) = \left(250 - 100 \dot{a}^{-j60^\circ} \right) \cdot 0,008 =$$

$$= 1,6 + j0,693 = 1,742 \dot{a}^{j23,4^\circ} \text{ \AA};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2 (\underline{E}_2 - \underline{U}_{bd}) = -0,214 + j0,107 = 0,239 \dot{a}^{j153,5^\circ} \text{ \AA};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_3} = \underline{Y}_3 \underline{U}_{bd} = 1,6 e^{j30^\circ} = (1,386 + j0,8) \text{ А}.$$

Напряжения на пассивных элементах цепи:

$$\underline{U}_{ab} = R_1 \underline{I}_1 = 200 + j86,6 = 217,8 e^{j23,4^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{cb} = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = 11,95 e^{j206,9^\circ} = (-9,56 - j7,1) \text{ В}.$$

При построении топографической диаграммы потенциал одной из точек, например, точки d , принимаем равным нулю. На диаграмме эту точку помещаем в начало координат (рис. 2.41, б). Для получения остальных точек откладываем от точки d векторы напряжений на элементах цепи. В этой же системе координат строим комплексы токов ветвей.

Составляем уравнение баланса активных и реактивных мощностей:

$$\sum \underline{E} \underline{I}^* = \sum R I^2 + \sum j X_L I^2 - \sum j X_C I^2;$$

$$\underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \underline{I}_2^* = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + j X_L I_2^2 - j X_C I_3^2;$$

$$250(1,6 - j0,693) + 100 \dot{a}^{-j66,9^\circ} \cdot 0,239 \dot{a}^{-j153,5^\circ} =$$

$$= 125 \cdot 1,742^2 + 30 \cdot 0,239^2 + j40 \cdot 0,239^2 - j62,5 \cdot 1,6^2;$$

$$(400 - j173,2) + (-17 + j16,7) = 380 + 1,7 + j2,3 - j160;$$

$$383 - j156,5 \approx 381,7 - j157,7.$$

Отрицательное значение активной мощности второго источника ($P_{E_2} = -17$ Вт) свидетельствует о том, что он работает в режиме приемника энергии.

Задача 2.42. В цепи рис. 2.42 составить в общем виде системы уравнений с целью определения токов ветвей методами непосредственного применения законов Кирхгофа и контурных токов.

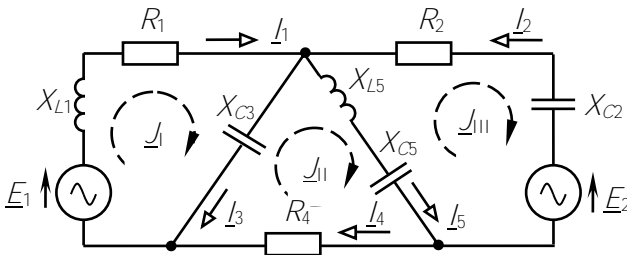


Рис. 2.42

Р е ш е н и е . а) Метод непосредственного применения законов Кирхгофа. Произвольно обозначаем на схеме положительные направления действительных токов ветвей $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{I}_4$ и \underline{I}_5 .

Составляем по первому закону Кирхгофа $n-1=2$ уравнений, а по второму закону Кирхгофа $m-(n-1)=3$ уравнений, где $n=3$ – число узлов цепи, $m=5$ – число ветвей цепи:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3 + \underline{I}_5; \\ \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = \underline{I}_1; \\ \underline{E}_1 = (R_1 + jX_{L1})\underline{I}_1 + (-jX_{C3})\underline{I}_3; \\ 0 = (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{I}_5 + R_4\underline{I}_4 - (-jX_{C3})\underline{I}_3; \\ -\underline{E}_2 = -(R_2 - jX_{C2})\underline{I}_2 - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{I}_5. \end{cases}$$

б) Метод контурных токов. Произвольно обозначаем на схеме положительные направления контурных токов $\underline{J}_I, \underline{J}_{II}$ и \underline{J}_{III} . Обходя элементарные контуры цепи, составляем $m-(n-1)=3$ уравнений по второму закону Кирхгофа для контурных токов:

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (R_1 + jX_{L1} - jX_{C3})\underline{J}_I - (-jX_{C3})\underline{J}_{II}; \\ 0 = (R_4 - jX_{C3} + jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{II} - (-jX_{C3})\underline{J}_I - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{III}; \\ -\underline{E}_2 = (R_2 - jX_{C2} - jX_{C5} + jX_{L5})\underline{J}_{III} - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{II}. \end{cases}$$

Действительный ток каждой ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих по данной ветви,

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_I; \quad \underline{I}_2 = -\underline{J}_{III}; \quad \underline{I}_3 = \underline{J}_I - \underline{J}_{II}; \quad \underline{I}_4 = \underline{J}_{II}; \quad \underline{I}_5 = \underline{J}_{II} - \underline{J}_{III}.$$

Задача 2.43. В цепи рис. 2.43, *a* и *б* измерены напряжение, ток и активная мощность. Частота переменного тока $f = 50$ Гц. Показания приборов: при согласном включении катушек (рис. 2.43, *a*) $U_1 = 220$ В, $I_1 = 1$ А, $P_1 = 80$ Вт; при встречном включении катушек (рис. 2.43, *б*) $U_2 = 220$ В, $I_2 = 2$ А, $P_2 = 320$ Вт.

Определить взаимную индуктивность M катушек.

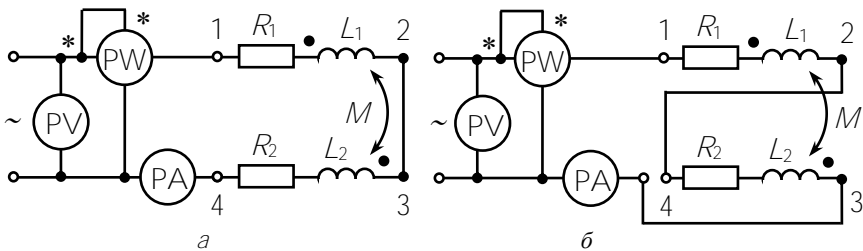


Рис. 2.43

Решение. Полное сопротивление цепи при согласном и встречном включении катушек

$$Z_{\text{согл}} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{согл}}^2} = U_1 / I_1 = 220 / 1 = 220 \text{ Ом};$$

$$Z_{\text{встр}} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{встр}}^2} = U_2 / I_2 = 220 / 2 = 110 \text{ Ом},$$

где $(R_1 + R_2) = R_1 / I_1^2 = R_2 / I_2^2 = 80 \text{ Ом}$ – сумма активных сопротивлений катушек;

$X_{\text{согл}} = \omega(L_1 + L_2 + 2M)$ и $X_{\text{встр}} = \omega(L_1 + L_2 - 2M)$ – эквивалентные индуктивные сопротивления цепи при согласном и встречном включениях катушек.

Очевидно, что $X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}} = 4\omega M$, откуда

$$M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4\omega} = \frac{\sqrt{Z_{\text{согл}}^2 - (R_1 + R_2)^2} - \sqrt{Z_{\text{встр}}^2 - (R_1 + R_2)^2}}{4 \cdot 2\pi f} = 103 \text{ мГн}.$$

Задача 2.44. Две магнитосвязанные катушки включены параллельно (рис. 2.44, а). $U = 36 \text{ В}$, $\omega L_1 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 30 \text{ Ом}$, $\omega M = 15 \text{ Ом}$, $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Одноименные зажимы катушек указаны точками.

Определить токи ветвей. Построить векторную диаграмму.

Решение. Произвольно указав на схеме положительные направления токов, составляем уравнения по законам Кирхгофа:

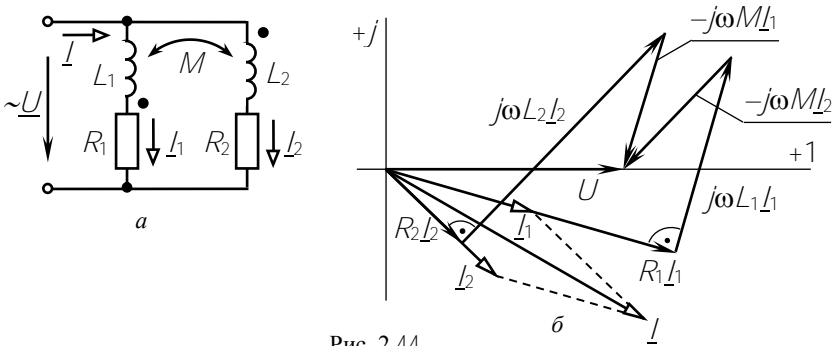


Рис. 2.44

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2; & (1) \\ U = (R_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2; & (2) \\ U = (R_2 + j\omega L_2)I_2 - j\omega M I_1. & (3) \end{cases}$$

Обозначим $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$, $Z_2 = R_2 + j\omega L_2$, $Z_M = j\omega M$.

Решая систему уравнений, получаем

$$I = \frac{Z_1 + Z_2 + 2Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} \cdot U = 2,93 \text{ а}^{-j30,4^\circ} \text{ А} \quad (U = U = 36 \text{ В});$$

$$I_1 = \frac{Z_2 + Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} \cdot U = 1,5 \text{ е}^{-j16,4^\circ} \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{Z_1 + Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} \cdot U = 1,52 \text{ е}^{-j44,4^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма (рис. 2.44, б) построена на основании уравнений (1), (2) и (3).

Задача 2.45. На рис. 2.45 приведена схема воздушного (без стального сердечника) трансформатора с нагрузкой $Z_H = (100 - j30) \text{ Ом}$. Остальные параметры цепи: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 50 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 60 \text{ Ом}$, $\omega M = 30 \text{ Ом}$. Напряжение источника $U_1 = 220 \text{ В}$.

Определить показания амперметра и вольтметра.

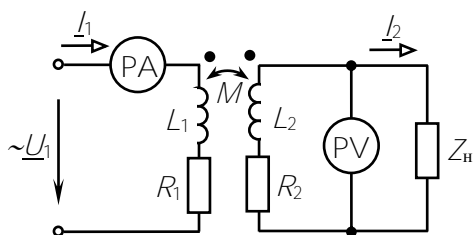


Рис. 2.45

Решение. Произвольно обозначив на схеме положительные направления токов, составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для первичной и вторичной цепей трансформатора:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = (\underline{R}_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2; \\ 0 = (\underline{R}_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 + \underline{Z}_H \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 220 = (10 + j50)\underline{I}_1 - j30 \underline{I}_2; \\ 0 = (20 + j60)\underline{I}_2 + (100 - j30)\underline{I}_2 - j30 \underline{I}_1. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$\underline{I}_1 = (1,45 - j4,05) = 4,3e^{-j70,7^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = (1,07 + j0,1) = 1,07e^{j5,4^\circ} \text{ А}.$$

Напряжение на нагрузке

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_H \underline{I}_2 = (110 - j22,1) = 112e^{-j11,5^\circ} \text{ В}.$$

Показания приборов численно равны модулям соответствующих комплексов:

$$I_1 = \sqrt{1,45^2 + 4,05^2} = 4,3 \text{ А}; \quad U_2 = \sqrt{110^2 + 22,1^2} = 112 \text{ В}.$$

Контрольные задачи

Задача 2.46. Электрическое напряжение изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $U_m = 100 \text{ В}$ и частотой $f = 50 \text{ Гц}$.

Через какой минимальный промежуток времени от начала периода мгновенное значение напряжения с нулевой начальной фазой

численно равно среднему (за полупериод) значению синусоидального напряжения?

Задача 2.47. К источнику напряжением $u = 100 \sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right)$ В

подключен конденсатор, емкость которого $C = 63,6$ мкФ.

Написать уравнение мгновенного тока конденсатора. Построить векторную диаграмму, а также диаграммы изменения тока и напряжения во времени.

Задача 2.48. К источнику напряжением $u = 141 \sin 314t$ В подключена индуктивная катушка, индуктивность которой $L = 19,1$ мГн, а активное сопротивление $R = 8$ Ом.

Написать уравнение мгновенного тока индуктивной катушки. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.49. Произведены измерения тока и напряжения индуктивной катушки сначала в цепи постоянного тока, а затем в цепи синусоидального тока промышленной частоты. При постоянном токе приборы показали $U_1 = 12$ В и $I_1 = 1$ А, при переменном токе $U_2 = 40$ В и $I_2 = 2$ А.

Определить параметры последовательной схемы замещения индуктивной катушки. Построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

Задача 2.50. Коэффициент мощности индуктивной катушки $\cos \varphi = 0,5$.

Чему окажется равен коэффициент мощности катушки, если частота тока увеличится вдвое?

Задача 2.51. Индуктивная катушка подключена к источнику синусоидального напряжения $U = 100$ В. Ток в катушке $I = 10$ А. При увеличении частоты напряжения вдвое ток в цепи уменьшается до 6,93 А.

Определить активное сопротивление индуктивной катушки.

Задача 2.52. К источнику синусоидального напряжения $U = 100$ В подключены последовательно две катушки, активные и

индуктивные сопротивления которых соответственно равны:
 $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $X_1 = 2 \text{ Ом}$, $X_2 = 4 \text{ Ом}$.

Определить ток, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.53. К сети переменного тока напряжением $U = 220 \text{ В}$ подключены последовательно два конденсатора, емкость которых $C_1 = 1 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 4 \text{ мкФ}$. Частота напряжения сети $f = 50 \text{ Гц}$.

Определить ток цепи и напряжение на каждом из конденсаторов.

Задача 2.54. Индуктивная катушка с индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$ и активным сопротивлением $R = 3,45 \text{ Ом}$ соединена последовательно с конденсатором, емкость которого $C = 125 \text{ мкФ}$.

Написать уравнение мгновенного напряжения источника, если в цепи протекает ток $i = 10 \sin 314t \text{ А}$. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.55. Коэффициент мощности приемника, состоящего из последовательно соединенных реостата и конденсатора, $\cos \varphi = 0,6$.

Чему окажется равен коэффициент мощности приемника, если частоту приложенного к приемнику напряжения увеличить вдвое?

Задача 2.56. Нагревательный элемент мощностью 40 Вт , рассчитанный на номинальное напряжение 127 В , необходимо питать от сети промышленной частоты напряжением 220 В .

Какой емкости конденсатор необходимо включить последовательно элементу, чтобы напряжение на нем равнялось номинальному?

Задача 2.57. Последовательно соединенные индуктивная катушка с активным сопротивлением $R = 8 \text{ Ом}$ и конденсатор подключены к генератору синусоидального напряжения. При напряжении генератора $U = 10 \text{ В}$ и частоте $f = 100 \text{ Гц}$ ток в цепи $I = 1 \text{ А}$. При увеличении частоты вдвое и неизменном напряжении значение тока осталось прежним.

Определить индуктивность катушки и емкость конденсатора.

Задача 2.58. В цепи рис. 2.46 $U = 15 \text{ В}$,
 $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 5 \text{ Ом}$.

Определить показание вольтметра.
 Рассчитать реактивную мощность цепи.

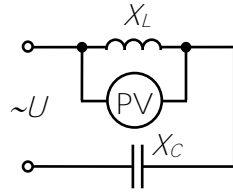


Рис. 2.46

Задача 2.59. В цепи рис. 2.47 $U = 200 \text{ В}$,
 $X_C = 120 \text{ Ом}$, $R = 160 \text{ Ом}$.

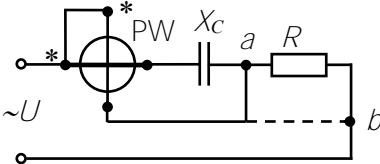


Рис. 2.47

Определить показания ваттметра при подключении негенераторного зажима обмотки напряжения к точкам a и b . Собственное потребление мощности ваттметром не учитывать.

Задача 2.60. К источнику переменного тока напряжением 173 В подключены индуктивная катушка и реостат, соединенные последовательно. Напряжение на каждом из элементов 100 В , ток в цепи 10 А .

Определить активное и индуктивное сопротивления катушки. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.61. В сеть переменного тока промышленной частоты включили последовательно соединенные индуктивную катушку и конденсатор емкостью 10 мкФ . В контуре возник резонанс напряжений, причем напряжение на конденсаторе оказалось равным 318 В . Напряжение сети 220 В .

Определить активную мощность, потребляемую из сети. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.62. Конденсатор ($C = 10 \text{ мкФ}$) и индуктивная катушка ($L = 0,5 \text{ Гн}$) соединены последовательно.

При какой частоте в цепи наступит резонанс? Какой должна быть емкость конденсатора, чтобы при той же индуктивности резонанс возник при $f = 50 \text{ Гц}$.

Задача 2.63. В цепи рис. 2.48 $I = 10 \text{ А}$, $R_1 = 12 \text{ Ом}$,
 $X_{L1} = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 22 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$.

Определить напряжение источника питания. Построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

Задача 2.64. В цепи рис. 2.49 $U = 220 \text{ В}$, $X_L = 20 \text{ Ом}$, $R = 12 \text{ Ом}$, $X_C = 4 \text{ Ом}$.

Определить ток цепи. Построить топографическую диаграмму и треугольник мощностей.

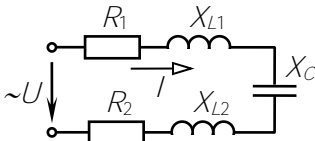


Рис. 2.48

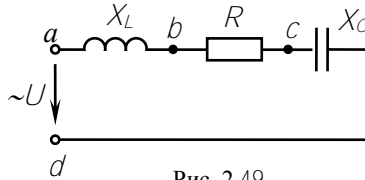


Рис. 2.49

Задача 2.65. Однофазный двигатель переменного тока, потребляющий мощность $P = 2 \text{ кВт}$ при $\cos\varphi = 0,8$, соединен с сетью линейной электропередачи ($R_{Л} = 1 \text{ Ом}$, $X_{Л} = 1 \text{ Ом}$).

Чему равно напряжение в начале линии, если напряжение на зажимах двигателя равно 220 В ?

Задача 2.66. Напряжение на зажимах генератора и нагрузки, соединенных ЛЭП переменного тока, равны $U_1 = U_2 = 10 \text{ кВ}$. Активное и индуктивное сопротивления ЛЭП $R_{Л} = 8 \text{ Ом}$, $X_{Л} = 6 \text{ Ом}$. Ток линии $I = 200 \text{ А}$.

Определить характер и коэффициент мощности нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.67. Измерения в начале и конце линии электропередачи дали следующие результаты: $U_1 = 236 \text{ кВ}$, $I_1 = 10 \text{ А}$, $P_1 = 1860 \text{ Вт}$; $U_2 = 220 \text{ В}$, $I_2 = 10 \text{ А}$, $P_2 = 1760 \text{ Вт}$ ($\varphi > 0$).

Определить комплексное сопротивление ЛЭП. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.68. В цепи рис. 2.50 приборы показали: $U = 100 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$, $P = 300 \text{ Вт}$.

Определить комплексные сопротивления и мощности цепи для случаев: а) $\varphi > 0$; б) $\varphi < 0$.

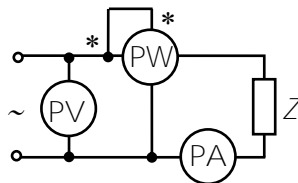


Рис. 2.50

Задача 2.69. В цепи рис. 2.51 $E = 220 \text{ В}$, $R = 1,1 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$.

При каком комплексном сопротивлении нагрузки активная мощность, выделяемая в ней, будет максимальна? Рассчитать эту мощность.

Задача 2.70. В цепи рис. 2.52 $X_C = 12 \text{ Ом}$.

При каких сопротивлениях реостата R сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 будет равен 0° , 45° и 60° ?

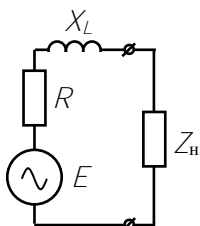


Рис. 2.51

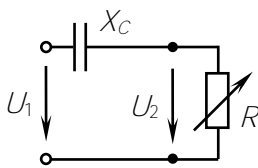


Рис. 2.52

Задача 2.71. В цепи рис. 2.53 $u = 141 \sin 314t \text{ В}$;

$R = X_C = 100 \text{ Ом}$.

Определить показание амперметра и записать уравнение мгновенного тока в неразветвленной части цепи.

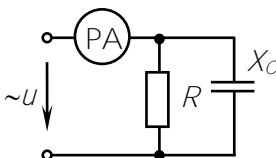


Рис. 2.53

Задача 2.72. В цепи рис. 2.54

$U = 220 \text{ В}$, $X_L = 100 \text{ Ом}$, $X_C = 200 \text{ Ом}$.

Определить действующий ток в неразветвленной части цепи. Как должна измениться частота напряжения источника, чтобы ток в неразветвленной части цепи стал равным нулю?

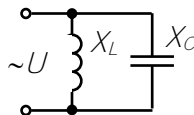


Рис. 2.54

Задача 2.73. В цепи рис. 2.55 $U = 220 \text{ В}$,

$X_L = 220 \text{ Ом}$, $R = 220 \text{ Ом}$, $X_C = 110 \text{ Ом}$.

Определить токи I , I_1 , I_L , I_R , I_C и построить векторную диаграмму.

Рассчитать активную, реактивную и полную мощности цепи.

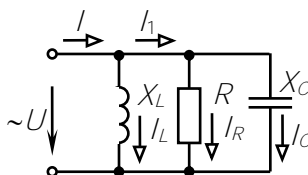


Рис. 2.55

Задача 2.74. Индуктивная катушка и конденсатор соединены параллельно. Ток конденсатора 6 А, ток неразветвленной части цепи 8 А.

Определить ток индуктивной катушки, если в цепи имеет место резонанс токов.

Задача 2.75. В сеть напряжением $U = 220$ В включены параллельно двигатель, потребляющий активную мощность $P = 1,1$ кВт при $\cos \varphi = 0,866$, и 4 лампы накаливания мощностью по 100 Вт каждая.

Определить ток в неразветвленной части цепи и коэффициент мощности всей цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.76. Две индуктивные катушки соединены параллельно. Параметры катушек: $R_1 = 8$ Ом, $X_1 = 15$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $X_2 = 5$ Ом.

Определить ток неразветвленной части цепи при напряжении источника 220 В. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.77. В цепи рис. 2.56 $U = 120$ В, $R = 10$ Ом, $X_L = 20$ Ом.

Определить емкостное сопротивление конденсатора, при котором в цепи возникает резонанс. Для резонансного режима рассчитать токи цепи и построить векторную диаграмму.

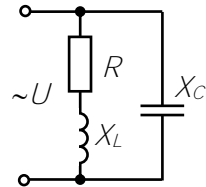


Рис. 2.56

Задача 2.78. В цепи рис. 2.56 $L = 0,1$ Гн, $R = 100$ Ом, $C = 0,8$ мкФ. Определить резонансную частоту цепи.

Задача 2.79. В цепи рис. 2.56 $X_L = 20$ Ом, $X_C = 50$ Ом.

Определить активное сопротивление, при котором в цепи возникает резонанс.

Задача 2.80. В цепи рис. 2.56 $U = 100$ В, $R = 20$ Ом, $X_L = 20$ Ом, $X_C = 40$ Ом.

Определить ток неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.81. В цепи рис. 2.56 $R = X_L = X_C$.

Определить коэффициент мощности цепи. Построить качественную векторную диаграмму.

Задача 2.82. Имеются индуктивная катушка активным сопротивлением $R=60$ Ом и индуктивностью $L=0,1$ Гн и конденсатор емкостью $C=10$ мкФ.

Определить резонансные частоты при последовательном и параллельном соединениях катушки и конденсатора.

Задача 2.83. Реостат сопротивлением $R=1$ Ом и конденсатор, емкостное сопротивление которого $X_C=2$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока.

Определить, каковы должны быть сопротивления реостата и конденсатора, чтобы при их параллельном соединении получилась цепь, эквивалентная последовательной.

Задача 2.84. Индуктивная катушка активным сопротивлением $R_k=60$ Ом и индуктивностью $L=20$ мГн соединена параллельно с ветвью сопротивлением $R=25$ Ом и емкостью $C=100$ мкФ.

Определить параметры последовательной схемы замещения цепи, если угловая частота переменного тока $\omega=1000$ 1/с.

Задача 2.85. В цепи рис. 2.57 $X_L = R = X_C = 100$ Ом.

Определить напряжение на входе цепи, если через конденсатор протекает ток $I_C = 1$ А.

Задача 2.86. В цепи рис. 2.57 $R=10$ Ом, $X_L = 4$ Ом.

Определить емкостное сопротивление конденсатора, при котором в цепи имеет место резонанс.

Задача 2.87. В цепи рис. 2.57 $X_L = 8$ Ом, $X_C = 10$ Ом.

Определить активное сопротивление резистора, при котором в цепи имеет место резонанс.

Задача 2.88. В цепи рис. 2.58 $U_{ab}=100$ В, $R_1=50$ Ом, $R_2=100$ Ом. Активная мощность цепи $P=300$ Вт.

Определить емкостное сопротивление конденсатора.

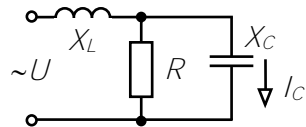


Рис. 2.57

Задача 2.89. В цепи рис. 2.58 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$.

Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

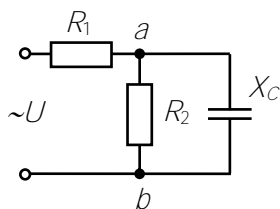


Рис. 2.58

Задача 2.90. В цепи рис. 2.59 $X_0 = 10 \text{ Ом}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $X_1 = 8 \text{ Ом}$, $X_2 = 12,5 \text{ Ом}$. Определить комплексное входное сопротивление цепи.

Построить качественную векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

Задача 2.91. В цепи рис. 2.59 $U_{ab} = 100 \text{ В}$, $X_0 = 10 \text{ Ом}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $X_1 = 8 \text{ Ом}$, $X_2 = 12,5 \text{ Ом}$.

Определить входное напряжение цепи.

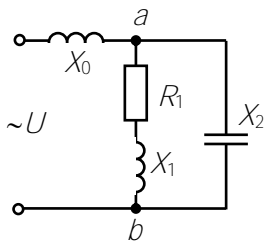


Рис. 2.59

Задача 2.92. Мостовая цепь, питаемая переменным током, используется для измерения параметров конденсатора (рис. 2.60). Дано: $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$, $R_0 = 12 \text{ кОм}$, $C_0 = 1,2 \text{ мкФ}$.

Определить параметры последовательной схемы замещения конденсатора (R_X и C_X) при нулевом показании вольтметра.

Задача 2.93. Для цепи рис. 2.61 составить в общем виде системы уравнений с целью определения токов ветвей методами непосредственного применения законов Кирхгофа, контурных токов и узловых потенциалов (двух узлов).

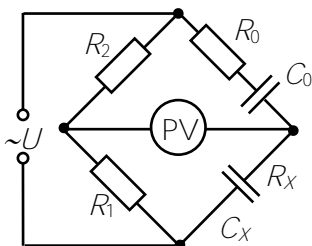


Рис. 2.60

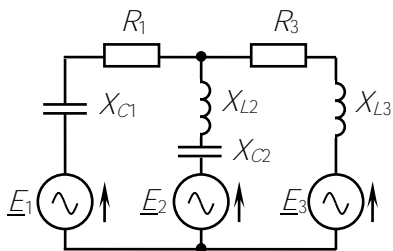


Рис. 2.61

Задача 2.94. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть переменного тока напряжением 220 В. При этом по катушкам протекает ток 2,2 А. Параметры катушек: $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 18 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 34 \text{ Ом}$.

Определить сопротивление взаимной индуктивности катушек и характер их включения (встречный или согласный). Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.95. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть переменного тока напряжением 220 В. Параметры катушек: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = \omega L_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\omega M = 5 \text{ Ом}$.

Определить напряжение на каждой из катушек при их согласном включении. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.96. Цепь рис. 2.62 применяется для измерения взаимной индуктивности двух катушек. Амперметр показал ток 10 А. Электростатический вольтметр, измеряющий ЭДС, показал 31,4 В.

Определить взаимную индуктивность катушек, если частота тока равна 50 Гц.

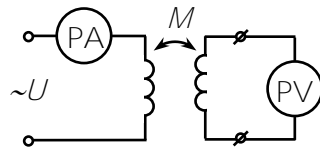


Рис. 2.62

Задача 2.97. На рис. 2.63 показана схема воздушного трансформатора, нагруженного активной нагрузкой $R_H = 70 \text{ Ом}$.

Остальные параметры цепи: $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 80 \text{ Ом}$, $\omega M = 50 \text{ Ом}$. Напряжение $U_1 = 100 \text{ В}$. Одноименные зажимы катушек указаны точками.

Определить показание амперметра. Построить векторную диаграмму.

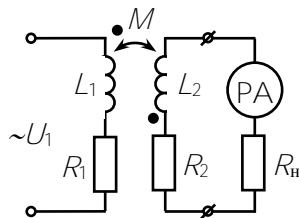


Рис. 2.63

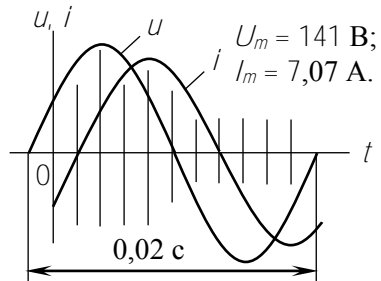
Ответы к контрольным задачам

- 2.46. 2,23 мс
- 2.47. $i = 2\sin(314t + \pi/3)$, А
- 2.48. $i = 14,1\sin(314t - 37^\circ)$, А
- 2.49. $R = 12$ Ом; $X_L = 16$ Ом
- 2.50. 0,277
- 2.51. 8 Ом
- 2.52. $P = 800$ Вт; $Q = 600$ вар;
 $S = 1000$ В·А
- 2.53. 55,3 мА
- 2.54. $u = 68,3\sin(314t + 60^\circ)$, В
- 2.55. 0,83
- 2.56. 5,5 мкФ
- 2.57. $L = 9,55$ мГ; $C = 132$ мкФ
- 2.60. $R = 5$ Ом; $X_L = 8,66$ Ом
- 2.61. 220 ВТ
- 2.62. 71,3 Гц
- 2.63. 200 В
- 2.64. 11 А
- 2.65. 236 В
- 2.66. 0,51
- 2.67. $Z_{\Sigma} = 1 + j1,33$ Ом
- 2.69. 11 кВТ
- 2.70. ∞ ; 12; 6,93 Ом
- 2.71. 1,41 А
- 2.72. 1,1 А
- 2.73. $I_1 = 2,24$ А; $I = 1,41$ А
- 2.74. 10 А
- 2.75. 0,923
- 2.76. 53,75 А
- 2.77. 25 Ом
- 2.78. 540 Гц
- 2.79. 24,5 Ом
- 2.80. 2,5 А
- 2.81. 0,707
- 2.82. $\omega_1 = 1000$ 1/с; $\omega_2 = 800$ 1/с
- 2.83. $R' = 5$ Ом; $X_C' = 2,5$ Ом
- 2.84. $R = 14,9$ Ом; $X_L = 7,17$ Ом
- 2.85. 100 В
- 2.86. $X_{C1} = 20$ Ом; $X_{C2} = 5$ Ом
- 2.87. 20 Ом
- 2.88. 57,7 Ом
- 2.89. $(18 - j4)$ Ом
- 2.90. $(16,7 + j10)$ Ом
- 2.91. 117 В
- 2.92. $C_X = 2,4$ мкФ; $R_X = 6$ Ом
- 2.94. 14 Ом
- 2.95. $U_1 = 98,4$ В; $U_2 = 124$ В
- 2.96. 10 мГн
- 2.97. 0,854 А

ТЕСТЫ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ИЛИ АУДИТОРНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Вариант 1 Тест 1

1. По осциллограммам тока и напряжения определить начальные фазы тока ψ_i и напряжения ψ_u , угол сдвига фаз φ . Рассчитать параметры R и L последовательной схемы замещения приёмника, его активную и реактивную мощность.

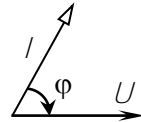


2. Ток и напряжение приемника изменяются по закону

$$i = 14,1 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ А}; \quad u = 311 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ В}.$$

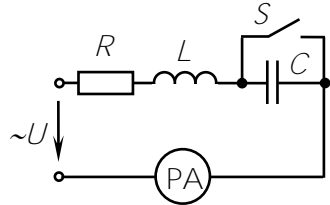
Записать комплексные действующие значения тока и напряжения. Определить комплексное сопротивление приёмника, активные и реактивные сопротивления последовательной двухэлементной схемы замещения.

3. По векторной диаграмме определить характер последовательной цепи и ее параметры (R , L или C), если $U = 100 \text{ В}$; $I = 5 \text{ А}$; $\varphi = 60^\circ$; $f = 50 \text{ Гц}$.

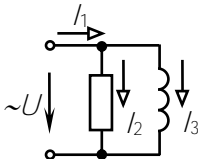


4. При замкнутом и разомкнутом выключателе S амперметр показывает одно и тоже значение тока $I = 5 \text{ А}$.

Определить сопротивления R и X_C , если $U = 100 \text{ В}$, частота $f = 50 \text{ Гц}$, а индуктивность катушки $L = 31,8 \text{ мГн}$.



5.



Определить ток I_1 ,
если $I_2 = 3 \text{ А}$, $I_3 = 4 \text{ А}$.

Ответы

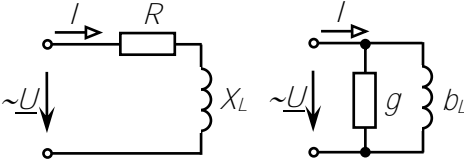
1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 2

1. Параметры последовательной схемы замещения приемника

$$R = 8,66 \text{ Ом}; X_L = 5 \text{ Ом}.$$

Определить параметры g, b_L параллельной схемы замещения приемника.



2. Определить показания вольтметра, ваттметра и коэффициент мощности цепи, если

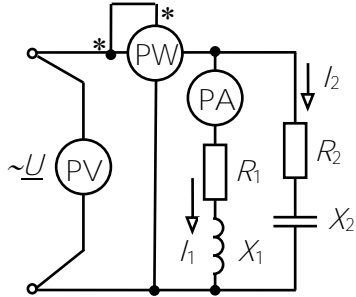
$$I_1 = 2 \text{ А}; R_1 = 3 \text{ Ом}; X_1 = 4 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом}; X_2 = 6 \text{ Ом}.$$

3. Комплексные действующие значения напряжения и тока приемника

$$\underline{U} = 100e^{j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I} = 20e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

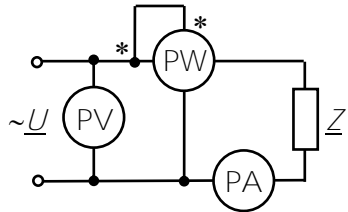
Определить активную и реактивную мощность приемника.



4. Показания приборов:

$$U = 200 \text{ В}; \quad I = 5 \text{ А}; \quad P = 600 \text{ Вт}.$$

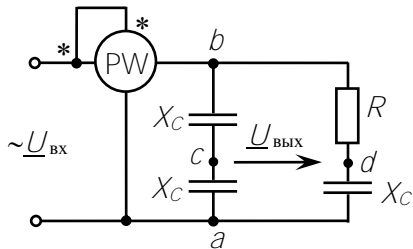
Определить комплексное сопротивление и комплексную мощность цепи ($\varphi < 0$).



5. С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 100 \text{ В};$

$$R = X_C = 10 \text{ Ом}.$$

Рассчитать показание ваттметра.



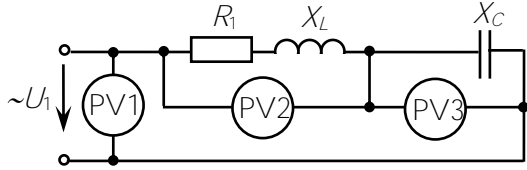
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 3

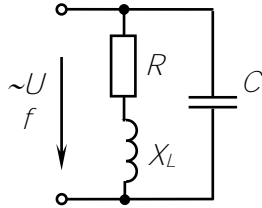
1. Цепь настроена в резонанс, при этом $U_2 = 100 \text{ В}$; $U_3 = 60 \text{ В}$; $R = 16 \text{ Ом}$.

Воспользоваться векторной диаграммой и определить U_1 , I , X_L , X_C .



2. Дано: $R = 8 \text{ Ом}$; $X_L = 6 \text{ Ом}$.

Рассчитать емкость конденсатора C , при которой возникает резонанс, если $f = 50 \text{ Гц}$.



3. В цехе установлены две группы приемников:

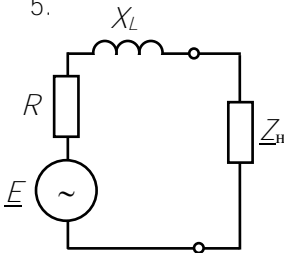
$$P_1 = 10 \text{ кВт}, \quad \cos \varphi_1 = 0,5 \quad (\varphi > 0);$$

$$P_2 = 15 \text{ кВт}, \quad \cos \varphi_2 = 1.$$

Определить токи каждого приемника I_1 , I_2 , общий ток I , $\cos \varphi$ всей нагрузки, если напряжение сети $U = 380 \text{ В}$.

4. Рассчитать мощность конденсаторов, которые необходимо подключить параллельно приемникам задачи 3, чтобы повысить коэффициент мощности цеха до $\cos \varphi' = 1$.

5.



Дано: $\underline{E} = 220 \text{ В}$; $R = 1 \text{ Ом}$; $X_L = 5 \text{ Ом}$.

Определить комплексное сопротивление нагрузки \underline{Z}_H , чтобы выделяемая в ней активная мощность была максимальна. Рассчитать эту мощность.

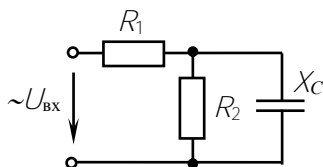
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 4

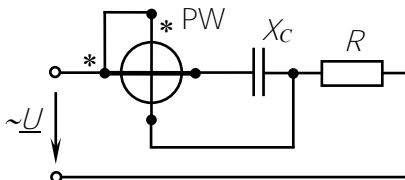
1. Дано: $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$;
 $X_C = 20 \text{ Ом}$.

Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.



2. Дано: $\underline{U} = 220 \text{ В}$;
 $R = 120 \text{ Ом}$;
 $X_C = 160 \text{ Ом}$.

Определить показание ваттметра.

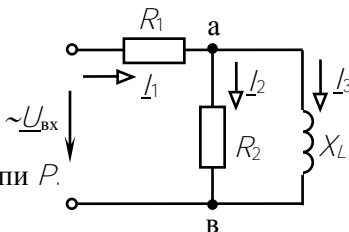


3. Линия электропередачи с активным сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,08 \text{ Ом}$ и индуктивным сопротивлением $X_{\text{л}} = 0,22 \text{ Ом}$ питает приемник мощностью $P_2 = 22 \text{ кВт}$ при напряжении $U_2 = 380 \text{ В}$ и $\cos \varphi_2 = 0,9$ ($\varphi > 0$).

Определить падение напряжения в линии $\Delta U_{\text{л}}$, напряжение в начале линии \underline{U}_1 и КПД линии.

4. Дано: $Q = 100 \text{ вар}$; $R_1 = 20 \text{ Ом}$;
 $U_{\text{ав}} = 50 \text{ В}$; $I_2 = 1,5 \text{ А}$.

Определить активную мощность цепи P .



5. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть переменного тока напряжением 220 В . Параметры катушек: $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$; $\omega L_1 = \omega L_2 = 15 \text{ Ом}$; $\omega M = 5 \text{ Ом}$.

Определить напряжение на каждой из катушек при их встречном включении.

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

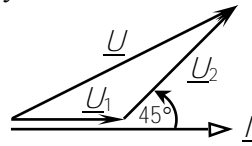
Вариант 2 Тест 1

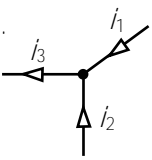
1. Комплексные действующие значения напряжения и тока приёмника $\underline{U} = 60 - j60$ В; $\underline{I} = 4 + j3$ А.

Определить параметры последовательной схемы замещения приёмника R , L (или C), если $f=50$ Гц. Рассчитать активную и реактивную мощности.

2. По векторной диаграмме построить схему замещения соответствующей электрической цепи.

Определить напряжение на зажимах цепи U , если $U_1 = 60$ В, $U_2 = 85$ В.



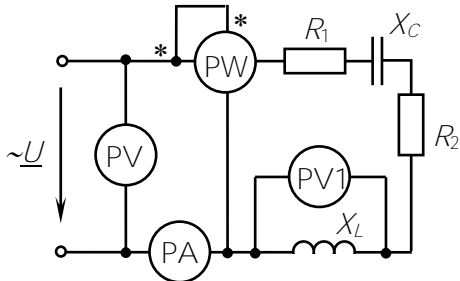
3.  $i_1 = 10 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$ А ;
 $i_2 = 10 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ А.

Записать уравнение $i_3(\omega t)$.

4. Определить показания приборов, если

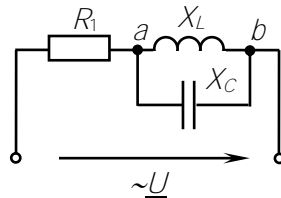
$R_1 = 4$ Ом; $R_2 = 2$ Ом;
 $X_C = 8$ Ом; $X_L = 16$ Ом.

Вольтметр V_1 показывает 32 В.



5. Дано: $X_L = 10$ Ом; $X_C = 5$ Ом;
 $U_{ab} = 20$ В; $R = 16$ Ом.

Определить активную и реактивную мощности цепи.



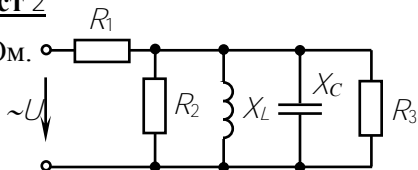
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 2

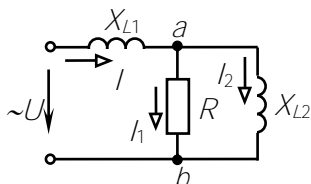
1. $R_1 = R_2 = R_3 = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$.

Определить параметры последовательной схемы замещения цепи R_3, X_3 .



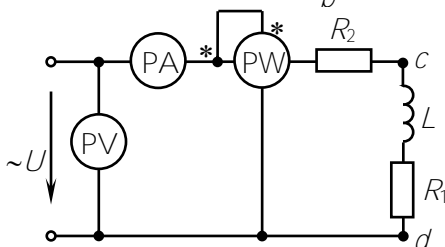
2. Активная мощность цепи $P = 180 \text{ Вт}$, реактивная $Q = 340 \text{ вар}$.
Напряжение $U_{ab} = 60 \text{ В}$; $X_{L2} = 15 \text{ Ом}$.

Определить X_{L1} .



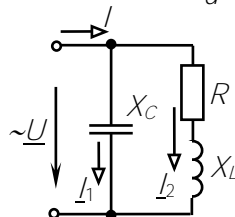
3. Показания приборов:
 $I = 5 \text{ А}$; $U = 220 \text{ В}$; $P = 940 \text{ Вт}$.

Определить параметры катушки R_1, L , а также сдвиг фаз на участке cd , если $R_2 = 22 \text{ Ом}$; $f = 50 \text{ Гц}$.



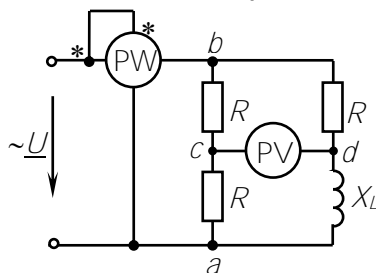
4. К цепи приложено напряжение $U = 50 \text{ В}$; токи $I = I_1 = I_2 = 5 \text{ А}$.

Определить сопротивления элементов цепи R, X_L, X_C . При решении воспользоваться векторной диаграммой.



5. Определить показания приборов в цепи, если $U = 100 \text{ В}$;
 $R = X_L = 10 \text{ Ом}$.

Построить векторную топографическую диаграмму для проверки правильности расчета показания вольтметра.

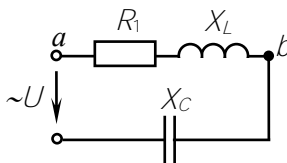


Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

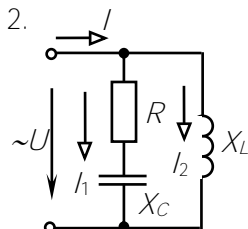
Тест 3

1. Цепь настроена в резонанс.
 $P = 100$ Вт; $U_{ab} = 125$ В; $U = 100$ В.
 Определить R , X_L , X_C .



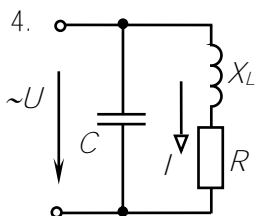
В цепи имеет место резонанс токов.
 Токи ветвей: $I = 6$ А; $I_2 = 8$ А.

Определить ток I_1 и сопротивления R , X_L , X_C , если $U = 100$ В.



3. Напряжения на зажимах генератора и нагрузки равны $U_1 = U_2 = 10$ кВ. Активное и индуктивное сопротивления линии электропередачи переменного тока $R_{л} = 8$ Ом, $X_{л} = 6$ Ом. Ток линии $I = 200$ А.

Определить характер и коэффициент мощности нагрузки.
 Построить векторную диаграмму.



Коэффициент мощности приемника с параметрами R и L равен $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

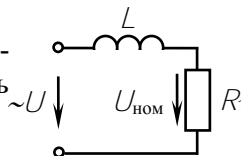
Напряжение сети $U = 380$ В, частота $f = 50$ Гц, ток приемника $I = 24$ А.

Определить емкость конденсатора C , который надо включить параллельно приемнику для получения $\cos \varphi' = 1$.

5. Нагреватель имеет номинальные параметры:
 $P_{ном} = 2$ кВт, $U_{ном} = 127$ В.

Определить индуктивность L , с помощью которой этот нагреватель можно включить в сеть напряжением $U = 220$ В, частотой $f = 50$ Гц.

Построить векторную диаграмму.

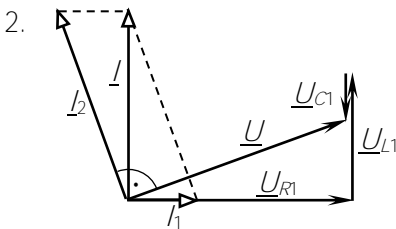
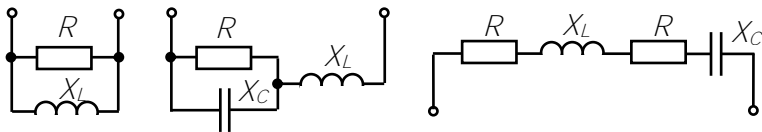


Ответы

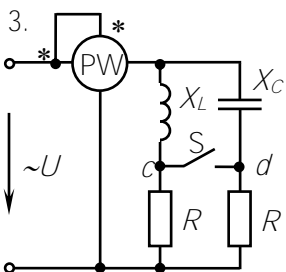
1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 4

1. Определить комплексные сопротивления цепей, если $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$.



Для изображенной векторной диаграммы построить соответствующую электрическую цепь.



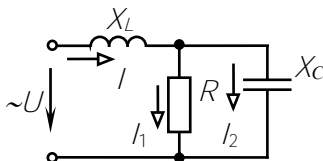
Определить показание ваттметра при разомкнутом и замкнутом выключателе S, если

$$U = 100 \text{ В};$$

$$R = X_L = X_C = 50 \text{ Ом}.$$

4. Дано: $X_L = 16 \text{ Ом}$; $X_C = 25 \text{ Ом}$;
 $R = 33,33 \text{ Ом}$; $I_2 = 4 \text{ А}$.

Определить входное напряжение U .



5. Электростатический вольтметр, измеряющий ЭДС, показал 31,4 В; амперметр – 10 А.

Определить взаимную индуктивность катушек, если частота тока $f = 50 \text{ Гц}$.

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Вариант 3

Тест 1

1. Напряжение и ток цепи изменяются по закону

$$u = 141 \sin(314t - 60^\circ) \text{ В};$$

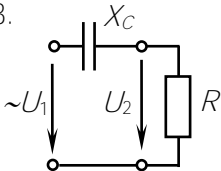
$$i = 14,1 \sin 314t \text{ А}.$$

Определить параметры схемы замещения последовательной цепи (R , L или C). Рассчитать полную, активную и реактивную мощность.

2. К источнику напряжением $u = 141 \sin 314t \text{ В}$ подключена катушка, индуктивность которой $L = 19,1 \text{ мГн}$, активное сопротивление $R = 8 \text{ Ом}$.

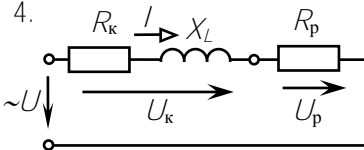
Написать уравнение мгновенного значения тока катушки. Построить векторную диаграмму.

3.



При каких сопротивлениях R сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 будет равен $0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$, если $X_C = 12 \text{ Ом}$?

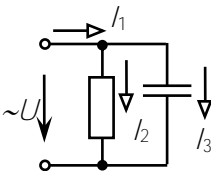
4.



Дано: $U = 173 \text{ В}$; $U_k = U_p = 100 \text{ В}$;
 $I = 10 \text{ А}$.

Определить R_p, R_k, X_L .

5.

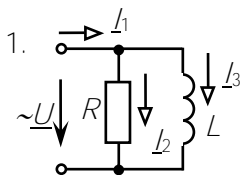


Определить ток I_1 , если $I_2 = 8 \text{ А}$, $I_3 = 6 \text{ А}$.
Построить векторную диаграмму.

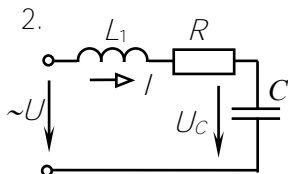
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 2



Определить действующие значения токов I_2 , I_3 , I_1 , если $U = 141 \sin 314 t$ В;
 $R = 10$ Ом; $L = 31,8$ мГн.

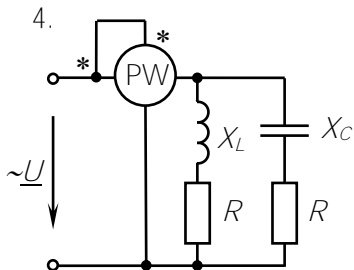


Дано: $U = 127$ В; $I = 6,25$ А;
 $U_C = 62,5$ В; $P = 470$ Вт; $f = 50$ Гц.
 Рассчитать R , L , C , коэффициент мощности $\cos \varphi$ цепи.

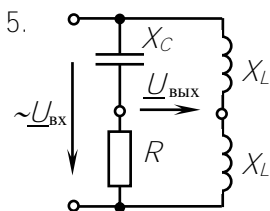
3. Комплексные действующие значения напряжения и тока приёмника $\underline{U} = 220e^{j150^\circ}$ В; $\underline{I} = 10e^{-j120^\circ}$ А.

Определить комплексное сопротивление приёмника, активное и реактивное сопротивления последовательной схемы замещения.

Рассчитать комплексную, активную и реактивную мощности.



Определить показание ваттметра.
 Рассчитать реактивную мощность цепи, если $U = 100$ В;
 $R = X_L = X_C = 5$ Ом.



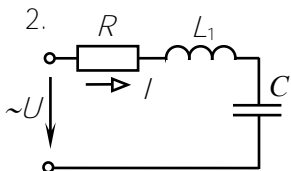
С помощью векторной топографической диаграммы определить комплексное выходное напряжение $\underline{U}_{\text{вых}}$, если $\underline{U}_{\text{вх}} = 100$ В; $R = X_L = X_C = 5$ Ом.

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

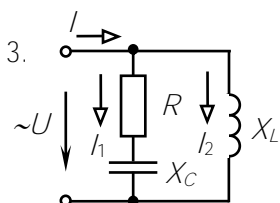
Тест 3

1. При какой угловой частоте внешнего приложенного напряжения наступит резонанс напряжений в последовательной цепи, параметры которой $C = 0,1$ мкФ; $L = 400$ мГн?



В цепи имеет место резонанс напряжений. Приложенное напряжение $U = 120$ В, частота $f = 50$ Гц, ток $I = 15$ А, ёмкость конденсатора $C = 70$ мкФ.

Рассчитать параметры R , L цепи.

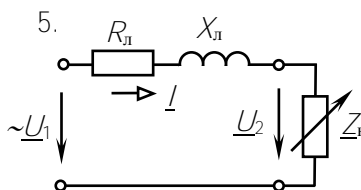


В цепи наблюдается резонанс токов, при этом $I_1 = 5$ А; $I_2 = 4$ А; $X_L = 25$ Ом.

Рассчитать U , I , R , X_C .

4. Приёмник электроэнергии потребляет активную мощность $P = 10$ кВт при токе $I = 70$ А, напряжении $U = 220$ В; $f = 50$ Гц.

Рассчитать ёмкость C конденсаторов, которые необходимо включить параллельно приёмнику, чтобы повысить $\cos \varphi$ до 1.



Линия с активным и индуктивным сопротивлениями $R_{л} = 3$ Ом; $X_{л} = 4$ Ом работает в согласованном режиме с нагрузкой.

Определить комплексное сопротивление нагрузки $Z_{н}$, выделяющуюся в ней активную мощность $P_{н}$ и напряжение на зажимах нагрузки U_2 , если $U_1 = 24$ В.

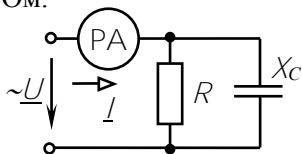
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 4

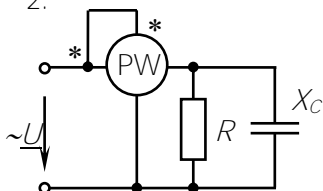
1. Дано: $u = 141 \sin \omega t \text{ В}$; $R = X_C = 100 \text{ Ом}$.

Записать комплексное действующее значение напряжения \underline{U} , рассчитать комплексное сопротивление цепи \underline{Z} , комплексное действующее значение тока \underline{I} , показание амперметра I .



Записать уравнение мгновенного значения тока $i(\omega t)$.

2.

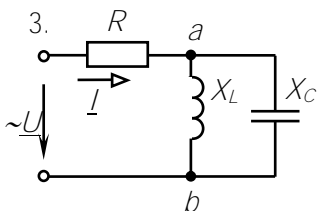


Дано: $u = 141 \sin \omega t \text{ В}$;

$R = X_C = 100 \text{ Ом}$.

Рассчитать комплексную мощность цепи \underline{S} , по ней определить показание ваттметра.

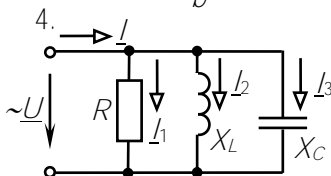
3.



Определить напряжение на входе цепи U , если $I = 4 \text{ А}$; $R = 15 \text{ Ом}$;

$X_L = 10 \text{ Ом}$; $X_C = 20 \text{ Ом}$.

4.



Дано: $U = 50 \text{ В}$; $I = 2,5 \text{ А}$; активная мощность цепи $P = 100 \text{ Вт}$; $X_L = 20 \text{ Ом}$.

Рассчитать I_1 , I_2 , I_3 , X_C .

При решении воспользоваться векторной диаграммой токов.

5. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть напряжением 220 В. Параметры катушек: $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $\omega L_1 = 18 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$; $\omega L_2 = 34 \text{ Ом}$. В цепи протекает ток $I = 2,2 \text{ А}$.

Определить сопротивление взаимной индуктивности катушек ωM и характер их включения (согласное или встречное).

Ответы

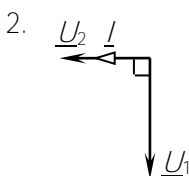
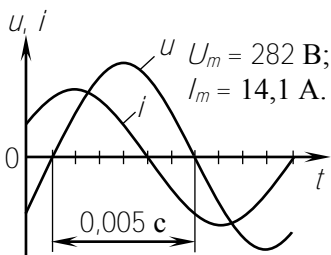
1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Вариант 4

Тест 1

1. По осциллограммам тока и напряжения определить их начальные фазы ψ_i , ψ_u и угол сдвига фаз ϕ , если при $t = 0$ $u = -141$ В, $i = 7,05$ А.

Рассчитать R , L или C последовательной цепи, активную и реактивную мощность.



Определить параметры R , L или C участков цепи, напряжение U и угол сдвига фаз ϕ всей цепи, если

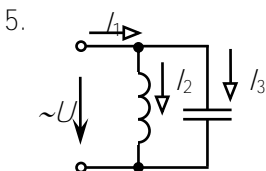
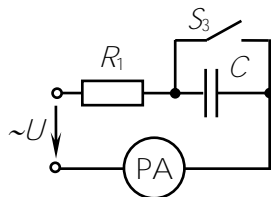
$$U_1 = 80 \text{ В}, U_2 = 60 \text{ В}, I = 2 \text{ А}, f = 50 \text{ Гц}.$$

3. Для приемника дано: $Z = 50$ Ом; $i = 2,82 \sin(\omega t - 110^\circ)$ А; напряжение опережает ток по фазе на угол 30° .

Записать комплексные действующие значения тока и напряжения, комплексное сопротивление приемника, активное и реактивное сопротивления последовательной двухэлементной схемы замещения.

4. При замкнутом ключе S показание амперметра 5 А, при размыкании ключа ток изменяется в $1,25$ раза.

Определить R и C , если $U = 400$ В, частота $f = 50$ Гц.



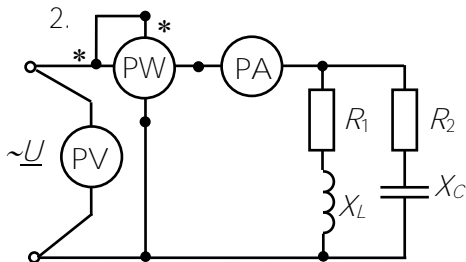
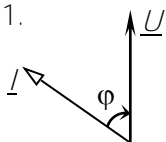
Определить ток I_3 , если $I_1 = 2$ А, $I_2 = 1$ А.

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 2

1. По векторной диаграмме определить параметры последовательной и параллельной схем замещения приемника, если $U = 200$ В; $I = 2$ А; $\cos\varphi = 0,6$.



Определить показания ваттметра и амперметра и коэффициент мощности цепи, если

$$U = 100 \text{ В},$$

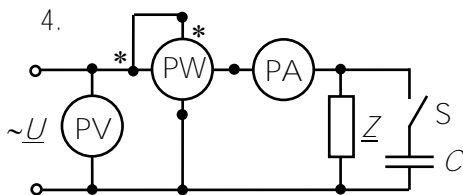
$$R_1 = 30 \text{ Ом}, X_L = 40 \text{ Ом},$$

$$R_2 = 80 \text{ Ом}, X_C = 60 \text{ Ом}.$$

3. По известным для последовательной цепи $P = 800$ Вт,

$$Q = -600 \text{ вар}, I = 5e^{j100^\circ} \text{ А}$$

найти \underline{U} .

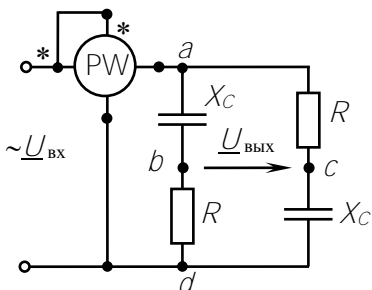


При разомкнутом ключе S $I = 2$ А, при замкнутом ток уменьшается, показания других приборов неизменны: $U = 200$ В, $P = 240$ Вт.

Определить комплексное сопротивление приёмника \underline{Z} и его комплексную мощность.

5. С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 200$ В, $R = X_C = 10$ Ом.

Рассчитать показание ваттметра.

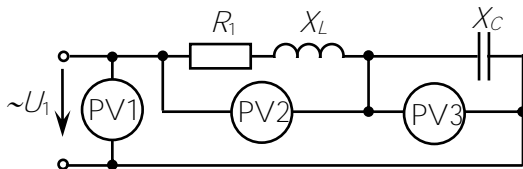


Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 3

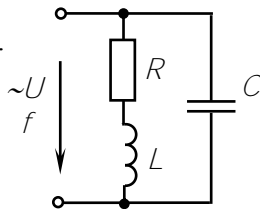
1. Цепь настроена в резонанс, при этом $U_2 = 50 \text{ В}$, $U_1 = 30 \text{ В}$, $P = 60 \text{ Вт}$.



Воспользоваться векторной диаграммой и определить U_3 , I , R , X_L , X_C .

2. Дано: $R = 40 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $L = 80 \text{ мГн}$.

Рассчитать угловую частоту, при которой возникает резонанс.



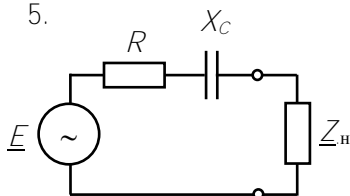
3. Нагрузку цеха $P = 10 \text{ кВт}$, $Q = 6 \text{ квар}$ образуют две группы приемников, питаемые напряжением $U = 220 \text{ В}$; у первой группы $P_1 = 8 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_1 = 0,8$, $\varphi_1 > 0$.

Определить токи приемников I_1 , I_2 , ток I и $\cos \varphi$ всей нагрузки.

4. При подключении батареи конденсаторов параллельно приёмникам задачи 3 получен $\text{tg} \varphi' = 0,3$.

Рассчитать реактивную мощность батареи и $\cos \varphi'$ цеха.

5.



Дано: $R = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$.

Определить комплексное сопротивление нагрузки Z_n , чтобы выделяемая в ней активная мощность была максимальна. Рассчитать эту мощность и ЭДС E , если $I = 3 \text{ А}$.

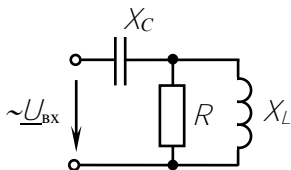
Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 4

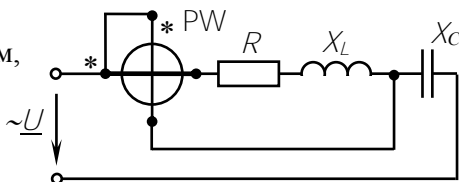
1. Дано: $X_C = 50 \text{ Ом}$, $R = 50 \text{ Ом}$,
 $X_L = 50 \text{ Ом}$.

Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.



2. Дано: $\underline{U} = 250 \text{ В}$,
 $R = 30 \text{ Ом}$, $X_L = 40 \text{ Ом}$,
 $X_C = 80 \text{ Ом}$.

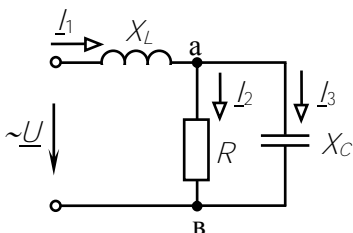
Определить показание ваттметра.



3. Линия электропередачи питает приемник мощностью $P_2 = 10 \text{ кВт}$ при напряжении $U_2 = 230 \text{ В}$ и $\cos \varphi_2 = 0,869 (\varphi_2 > 0)$; КПД линии $\eta = 0,978$; напряжение в начале линии $U_1 = 240 \text{ В}$.

Определить активное $R_{л}$ и индуктивное $X_{л}$ сопротивления линии и падение напряжения в линии $\Delta U_{л}$.

4.



- Дано: $U_{ав} = 100 \text{ В}$, $P = 300 \text{ Вт}$,
 $I_3 = 4 \text{ А}$, $X_L = 20 \text{ Ом}$.

Определить Q .

5. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно встречно в сеть переменного тока.

Параметры катушек: $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 80 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 50 \text{ Ом}$, $\omega M = 40 \text{ Ом}$. Напряжение на первой катушке $U_1 = 100 \text{ В}$.

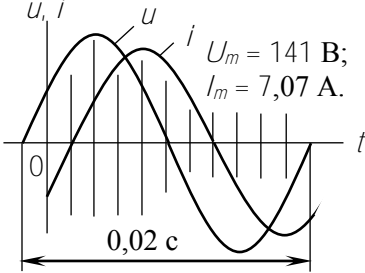
Определить напряжение на второй катушке U_2 и напряжение сети U .

Ответы

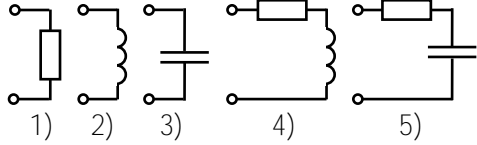
1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Вариант 5 Тест 1

1. Для какой из изображенных электрических цепей справедлива диаграмма $u(t); i(t)$?



Записать уравнения мгновенных значений напряжения $u(\omega t)$ и тока $i(\omega t)$.



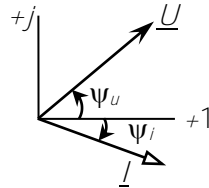
2. Напряжение и ток приемника изменяются по закону

$$u = 179 \sin(\omega t - 27^\circ) \text{ В}; \quad i = 3,58 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{ А}.$$

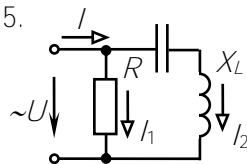
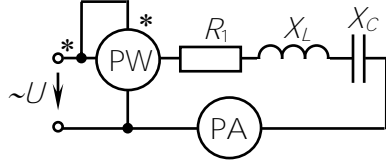
Определить начальные фазы напряжения ψ_u , и тока ψ_i , угол сдвига фаз φ . Рассчитать полное Z , активное R , реактивное (X_L или X_C) сопротивление приёмника, его активную и реактивную мощность.

3. По векторной диаграмме определить характер последовательной цепи и ее параметры (R , L или C), если $\underline{U} = 127 e^{j40^\circ} \text{ В}$;

$$\underline{I} = 2,54 e^{-j20^\circ} \text{ А}; \quad f = 50 \text{ Гц}.$$



4. Определить показания амперметра и ваттметра, если $U = 100 \text{ В}$; $R = 30 \text{ Ом}$; $X_L = 50 \text{ Ом}$; $X_C = 10 \text{ Ом}$.



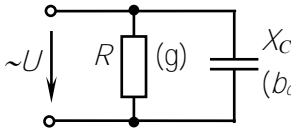
Дано: $U = 120 \text{ В}$; $R = 40 \text{ Ом}$;
 $X_C = 50 \text{ Ом}$; $X_L = 20 \text{ Ом}$.
Определить токи I_1 , I_2 , I .

Ответы

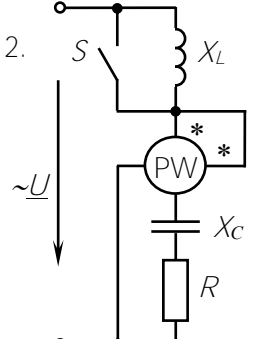
1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 2

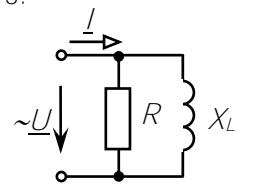
1. Параметры параллельной схемы замещения приемника $R = 30 \text{ Ом}; X_C = 40 \text{ Ом}$.
 Определить параметры последовательной схемы замещения приемника R', X_C' .



2. Дано: $U = 150 \text{ В}; R = 30 \text{ Ом}; X_L = X_C = 40 \text{ Ом}$.
 Определить показания ваттметра и коэффициент мощности цепи при а) разомкнутом и б) замкнутом выключателе S.

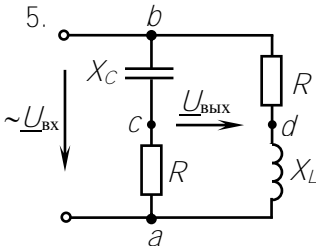
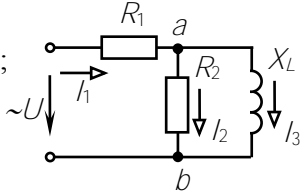


3. Дано: $u = 135 \sin(314t - 53^\circ) \text{ В}; R = 12 \text{ Ом}; L = 51 \text{ мГн}$.
 Определить комплексное сопротивление цепи \underline{Z} , комплексное действующее значение тока \underline{I} и комплексную мощность цепи \underline{S} .



4. Реактивная мощность цепи $Q = 80 \text{ вар}; U_{ab} = 80 \text{ В}; I_2 = 1 \text{ А}; R_1 = 25 \text{ Ом}$.

Определить активную мощность цепи P.

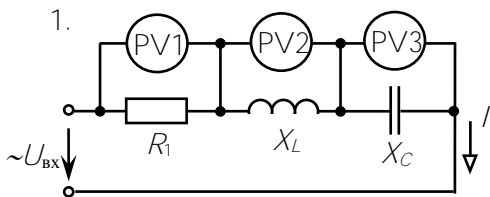


С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 141 \text{ В}; R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$.

Ответы

1.	2. а) б)	3.	4.	5.
----	-------------	----	----	----

Тест 3



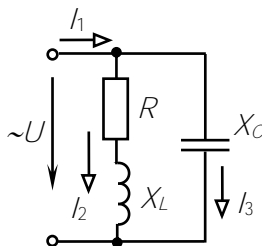
Дано: $U_1 = U_2 = U_3 = 75 \text{ В};$
 $R = 15 \text{ Ом}.$

Определить $U_{\text{BX}}, I, P, Q, S.$
 Построить векторную диаграмму.

2. В цепи наблюдается резонанс токов, при этом $I_2 = 12 \text{ А}; I_3 = 8,95 \text{ А}.$

Определить ток I_1 (воспользоваться векторной диаграммой).

Рассчитать активную мощность цепи, если $U = 100 \text{ В}.$



3. В сеть синусоидального тока напряжением $U = 220 \text{ В}$ включены два приемника:

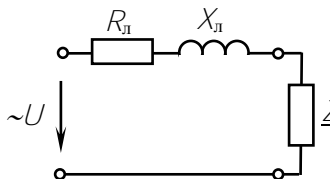
$$P_1 = 15 \text{ кВт}, \quad \cos \varphi_1 = 0,5 (\varphi_1 > 0);$$

$$P_2 = 20 \text{ кВт}, \quad \cos \varphi_2 = 1.$$

Определить токи каждого приемника I_1, I_2 , общий ток $I, \cos \varphi$ всей нагрузки.

4. Рассчитать мощность конденсаторов, которые необходимо подключить параллельно приемникам задачи 3, чтобы повысить коэффициент мощности до $\cos \varphi' = 0,94.$

5. Наблюдается согласованный режим работы линии электропередачи синусоидального тока ($R_{\text{л}} = 3 \text{ Ом}; X_{\text{л}} = 7 \text{ Ом}$) с нагрузкой.



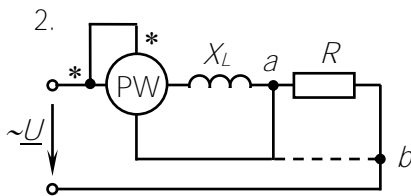
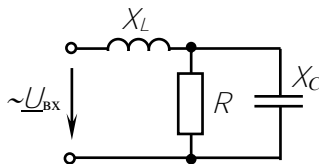
Определить комплексное сопротивление нагрузки $Z_{\text{н}}$ и выделяемую в ней активную мощность, если $U = 36 \text{ В}.$

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

Тест 4

1. Дано: $R = X_L = X_C = 20 \text{ Ом}$.
 Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

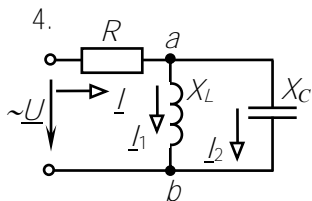


Дано: $\underline{U} = 100 \text{ В}$; $R = 80 \text{ Ом}$;
 $X_L = 60 \text{ Ом}$.

Определить показание ваттметра при подключении негенераторного зажима обмотки напряжения к а) точке а, б) точке б.

3. Напряжения в начале и в конце линии электропередачи (ЛЭП) равны $U_1 = 400 \text{ В}$, $U_2 = 380 \text{ В}$. Мощности $P_1 = 7300 \text{ Вт}$, $P_2 = 7000 \text{ Вт}$ ($\varphi_2 > 0$) при токе $I = 25 \text{ А}$.

Определить комплексное сопротивление ЛЭП.



Дано: $R = 16 \text{ Ом}$; $X_L = 7,5 \text{ Ом}$;
 $X_C = 20 \text{ Ом}$; $I = 5 \text{ А}$.

Определить напряжение \underline{U} , активную и реактивную мощность цепи.

5. При последовательном соединении двух одинаковых катушек и согласном их включении сопротивление цепи $Z_{\text{согл}} = 6 + j20 \text{ Ом}$. При встречном включении катушек $Z_{\text{встр}} = 6 + j12 \text{ Ом}$.

Определить активные R_1 , R_2 , индуктивные ωL_1 , ωL_2 сопротивления катушек, сопротивление взаимной индуктивности ωM и взаимную индуктивность катушек M , если $f = 50 \text{ Гц}$.

Ответы

1.	2.а)	3.	4.	5.
	2.б)			

Литература

1. Электротехника и электроника: в 2 кн. / под ред. проф. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1996. – Кн. 1. – 480 с.
2. Борисов, Ю.М. Электротехника / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. – М.: Высшая школа, 1985. – 537 с.
3. Касаткин, А.С. Электротехника / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – М.: Высшая школа, 2002. – 542 с.
4. Иванов, И.И. Электротехника / И.И. Иванов, В.С. Равдоник. – М.: Высшая школа, 1984, 2003, 2005. – 496 с.
5. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1987. – 288 с.
6. Рекус, Г.Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Г.Г. Рекус, В.Н. Чесноков. – М.: Высшая школа, 2001. – 416 с.

Содержание

ОДНОФАЗНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА (задачи с решениями)	3
Контрольные задачи.....	65
Ответы к контрольным задачам	75
ТЕСТЫ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ИЛИ АУДИТОРНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ	76
Литература	96

Учебное издание

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей

В 6 частях

Часть 2

ОДНОФАЗНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

С о с т а в и т е л и :

БЛАДЫКО Юрий Витальевич

РОЗУМ Таисия Терентьевна

ЗГАЕВСКАЯ Галина Васильевна и др.

Ответственный за выпуск И.Ю. Никитенко
Компьютерная верстка Т.А. Мархель, И.Н. Михневич

Подписано в печать 30.09.2009.

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 5,70. Уч.-изд. л. 4,45. Тираж 200. Заказ 255.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.