

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И
УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ
ПРОВОДНИКА

Методические указания к лабораторной работе по физике
для студентов строительных специальностей

Минск 2010

УДК 537.31(076.5)
ББК 22.3я7
О-62

В методических указаниях рассмотрены вопросы электропроводности металлических проводников с точки зрения классической и квантовой теорий, а также законы постоянного тока. Изложен метод определения удельного сопротивления и удельной электропроводности проволочного проводника.

Составитель: В.С. Позняк

Рецензенты: А.А. Баранов, В.А. Потачиц

Цель работы: 1. Ознакомиться с электропроводностью металлических проводников с точки зрения классической и квантовой теорий.

2. Определить удельное сопротивление и удельную электропроводность исследуемого проволочного проводника.

Приборы и принадлежности: проволочное сопротивление из исследуемого металла, установка для измерений, электроизмерительные приборы.

1. Электрическое поле проводника с током

В отсутствии электрического тока все точки проводника имеют одинаковый электрический потенциал.

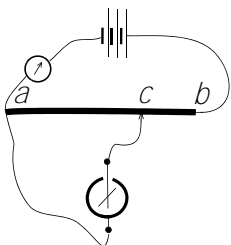


Рис. 1

Если в проводнике имеется ток, то потенциал в разных точках проводника уже не одинаков. В этом можно убедиться на опыте, изображенном на рис. 1. Присоединив корпус электрометра к одному из концов a проволоки ab с током, а стрелку – к какой-либо другой точке c , мы обнаружим, что между этими точками имеется напряжение, которое тем больше, чем ближе точка c ко второму концу проволоки. Значит, **при наличии тока существует падение напряжения вдоль проводника.**

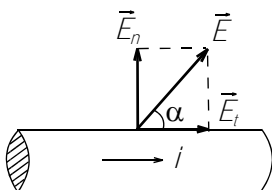


Рис. 2

Падение напряжения вдоль проводника согласно формуле $E = -\frac{\Delta U}{\Delta l}$ означает, что существует составляющая напряженности поля E_t , направленная **вдоль**

проводника (рис. 2). Это значит, что напряженность поля у поверхности проводника с током, а следовательно и силовые линии, уже **не перпендикулярны к поверхности проводника.**

Они наклонены в направлении тока на некоторый угол α , причем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_n}{E_t}.$$

Итак, при наличии тока потенциал проводника не одинаков в разных точках, а значит, *внутри* проводника имеется электрическое поле. Это поле создается поверхностными зарядами проводника, которые в случае тока распределяются иначе, нежели в состоянии равновесия.

Для поддержания постоянного тока, т.е. движения электронов с *постоянной скоростью* в проводнике необходимо *непрерывное* действие силы, равной eE_t , где e – заряд электрона. А это значит, что электроны в проводнике движутся с *трением*, или, иначе говоря, проводники обладают *электрическим сопротивлением*.

2. Электропроводность металлов

Специально поставленные опыты показали, что при прохождении электрического тока масса металлических проводников остается постоянной, не изменяется и их химический состав. На этом основании можно предположить, что в создании электрического тока в металлах участвуют только электроны. Предположение об электронной природе электрического тока в металлах подтверждено опытами Манделъштама и Папалекси (1913 г) и Стюарта и Толмена (1916 г). Идея этих опытов состоит в том, что поскольку электрон имеет массу, то он должен обладать соответствующей инерцией движения. Следовательно, если проводник из металла привести в движение, то при внезапной его остановке электроны по инерции будут продолжать движение, в результате чего создается эффект электрического тока, который может быть измерен соответствующими достаточно чувствительными приборами. Таким образом, было доказано, что носителями электрического тока в металлах являются *свободные электроны или электроны проводимости*.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему. Таким

образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный *электронный газ*, обладающий, согласно электронной теории металлов, *свойствами идеального газа*.

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По классической теории Друде-Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов

$$\bar{v}_T = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}},$$

которая при $T = 300 \text{ K}$ равна $1,1 \cdot 10^5$ м/с. Тепловое движение электронов, являясь хаотичным, не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т.е. возникает электрический ток. Среднюю скорость \bar{v} упорядоченного движения электронов можно оценить согласно формуле для плотности тока:

$$j = n e \bar{v}.$$

Выбрав допустимую плотность тока, например для медных проводов 10^7 A/m^2 , получим, что при концентрации носителей тока $n = 8 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ средняя скорость \bar{v} упорядоченного движения электронов равна $7,8 \cdot 10^{-4}$ м/с. Следовательно, $\bar{v} \ll \bar{v}_T$, т.е. даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов, обуславливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения.

Полученный результат, казалось бы, противоречит факту практически мгновенной передачи электрических сигналов на большие расстояния. А дело в том, что замыкание электрической цепи влечет за собой распространение электрического поля со скоростью c ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Через время $t = \frac{l}{c}$ (l – длина цепи) вдоль цепи установится стационарное электрическое поле и в этой цепи начнется упорядоченное движение электронов. Поэтому электрический ток возникает в цепи практически одновременно с ее замыканием.

Итак, электрический ток в металлах – это поток движущихся электронов. Движение электронов обусловлено существованием электрического поля в проводнике. Так как сила, с которой воздействует поле на электроны, зависит от напряженности E электрического поля, то можно предположить, что плотность тока j зависит от напряженности E .

Опыт показывает, что в случае слабых полей для большинства проводников хорошо соблюдается пропорциональность между плотностью тока и напряженностью внешнего поля:

$$j = \lambda E. \quad (1)$$

Данное соотношение носит название *закона Ома в дифференциальной форме для плотности тока*. Коэффициент пропорциональности λ называется *удельной электропроводностью*.

Выражение (1) получено как в классической теории электропроводности металлов Друде-Лоренца, так и в квантовой теории. Однако, хотя формулы для коэффициента электропроводности λ в обеих теориях подобны друг другу, значения λ существенно различаются. По классической теории удельная электропроводность обратно пропорциональна корню из абсолютной температуры, т.е. $\lambda \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, а опыт дает $\lambda \sim \frac{1}{T}$.

Трудность возникла при оценке длины свободного пробега электронов в металле (\bar{l}). Чтобы, пользуясь формулой для

электропроводности λ , вытекающей из классической теории, получить такие значения λ , которые не расходились бы с опытными данными, нужно принять среднюю длину свободного пробега \bar{l} в сотни раз большей, чем период решетки металла. Иными словами, приходится предполагать, что электрон проходит без соударений с ионами решетки сотни межузельных расстояний, что противоречит классической теории Друде-Лоренца.

Выход из этого затруднения был найден в квантовой теории металлов, когда была учтена *волновая природа электронов*. Квантовая теория рассматривает электрон как частицу, обладающую волновыми свойствами, а *движение электронов проводимости в металле как процесс распространения электронных волн*.

Совершенно правильная (идеальная) кристаллическая решетка, в узлах которой находятся неподвижные частицы, не должна рассеивать электронные волны. Пучок свободных электронов должен двигаться в ней беспрепятственно, такая решетка не должна оказывать сопротивления прохождению электрического тока. Рассеяние электронных волн возникает лишь с появлением в решетке центров рассеяния – неоднородностей (искажений), по размеру превосходящих длину электронных волн. Такими центрами являются, в первую очередь, искажения решетки, возникающие вследствие тепловых колебаний узлов решетки, – *флуктуации плотности*. При беспорядочном направлении колебаний среди огромного числа ионов, образующих кристаллическую решетку металла, всегда найдутся такие, которые в данный момент двигаются навстречу друг другу. Расстояния между ними в этот момент окажутся меньше расстояния между узлами в неподвижной решетке, а плотность вещества в микрообъемах, охватывающих эти ионы, – выше средней плотности вещества. В соседних областях возникают микрообъемы, в которых плотность вещества будет ниже среднего ее значения. Подобные местные отступления от среднего значения и представляют собой флуктуации плотности.

Таким образом, вследствие теплового движения узлов решетки твердое тело в каждый момент времени является микроскопически неоднородным: при переходе от одного микрообъема

к другому его плотность меняется. Это изменение проявляется тем резче, чем меньшее число ионов охватывают микрообъемы. Как правило, размер таких микрообъемов превосходит длину электронных волн свободных электронов, вследствие чего они являются эффективными центрами рассеяния этих волн. *Рассеяние электронных волн на этих центрах, соответствующее соударениям электронов с кристаллической решеткой, и является причиной электрического сопротивления чистых металлов.* Чем выше температура металла, тем интенсивнее и чаще возникают флуктуации плотности, тем большее будет рассеяние электронных волн и тем большее будет его сопротивление, а электропроводность – меньшая.

Для зависимости удельной электропроводности от температуры квантовая теория дает хорошо согласующиеся с опытом результаты, а именно $\lambda \sim \frac{1}{T}$. Таким образом, удельная электропроводность металла уменьшается с повышением температуры, а это значит, что сопротивление его увеличивается с повышением температуры.

3. Закон Ома. Сопротивление

Если состояние проводника остается неизменным (не меняется его температура и т.д.), то для каждого проводника существует однозначная зависимость между напряжением U , приложенным к концам проводника, и силой тока в нем I : $I = f(U)$. Эта зависимость называется *вольт-амперной характеристикой* дан-ного проводника.

Для многих проводников, в особенности для металлов, эта зависимость особенно проста – сила тока пропорциональна приложенному напряжению:

$$I = \Lambda U. \quad (2)$$

Этот закон носит название *закон Ома для участка цепи.*

Коэффициент пропорциональности Λ называется *электропроводностью* проводника, а величина, обратная электропровод-

ности, – *электрическим сопротивлением*. Если обозначить сопротивление проводника через R , то

$$\Lambda = \frac{1}{R}. \quad (3)$$

Тогда закон Ома запишется в виде:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4)$$

Единицей сопротивления служит *ом*. Это сопротивление такого проводника, в котором при напряжении между его концами в 1 В существует ток силой 1 А: $1 \text{ Ом} = 1 \frac{\text{В}}{\text{А}}$. Единица электропроводности есть Ом^{-1} . $1 \text{ Ом}^{-1} = 1 \text{ См}$ (один сименс).

Сопротивление зависит от рода вещества проводника, от его геометрических размеров и формы, а также от состояния проводника. Эта зависимость особенно проста, если проводники имеют форму цилиндров постоянного поперечного сечения (провода). В этом случае:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (5)$$

где l – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения. Коэффициент пропорциональности ρ зависит от рода вещества, его состояния и называется *удельным сопротивлением* данного вещества. Величина, обратная удельному сопротивлению, получила название *удельной электропроводности* вещества. Единица удельного сопротивления есть Ом·м.

Если в формуле (5) положить $l = 1 \text{ м}$, $S = 1 \text{ м}^2$, то $R = \rho$. Следовательно, удельное сопротивление вещества есть сопротивление куба с ребром 1 м из данного вещества, выраженное в омах, при токе, параллельном одному из ребер куба.

Удельное сопротивление ρ и удельная электропроводность λ связаны между собой соотношением:

$$\lambda = \frac{1}{\rho}. \quad (6)$$

Резюмируя сказанное выше в параграфе 2, можно в качестве вывода отметить следующее. Упорядоченное движение электронов в металлах происходит с *трением*, которое вызвано соударениями с ионами решетки и подобно внутреннему трению в газах. Значит, с точки зрения классических представлений *причина электрического сопротивления заключается в соударениях электронов с положительными ионами решетки металлов*. Однако квантовая теория, учитывающая волновые свойства электронов, вносит существенную поправку в это утверждение. *Причина электрического сопротивления заключается в рассеянии электронных волн на искажениях решетки (флуктуациях плотности), возникающих вследствие тепловых колебаний узлов решетки*, что соответствует соударениям электронов не с ионами решетки, а с неоднородностями (искажениями) в ней. Рассеяние электронных волн на неоднородностях, связанных с тепловыми колебаниями, можно рассматривать как столкновения электронов с *фононами*. **Фонон – это квант энергии тепловых колебаний решетки.**

Для проводника очень малой длины Δl его сопротивление можно выразить формулой:

$$R = \rho \frac{\Delta l}{S} = \frac{\Delta l}{\lambda S}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в формулу закона Ома для участка цепи (4) и выражая силу тока через его плотность j , т.е. $I = jS$, получим

$$jS = \frac{U \lambda S}{\Delta l}, \quad j = \lambda \frac{U}{\Delta l}.$$

Величина $\frac{U}{\Delta l} = E$ – напряженность электрического поля на участке Δl , а когда значение Δl бесконечно мало, т.е. $\Delta l \rightarrow 0$, то напряженность в точке. Следовательно, закон Ома для этой точки запишется так:

$$j = \lambda E. \quad (8)$$

В такой форме закон Ома носит *локальный* характер – в него входят величины, относящиеся только к одной точке. Закон Ома (8) называется *законом Ома в дифференциальной форме*.

4. Соединение проводников

В том случае, если имеется несколько проводников с сопротивлениями R_1, R_2, R_3, \dots каждый, в формулу (4) подставляется их общее сопротивление R , которое зависит от метода их соединения. Проводники могут быть соединены последовательно и параллельно.

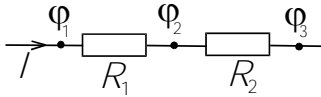


Рис. 3.

Предположим, два проводника соединены последовательно (рис. 3). Через оба проводника проходит одинаковый заряд за одно и то же время t , так что $I_1 = I_2 = I$. Падение напряжения

на первом проводнике равно $U_1 = \phi_1 - \phi_2$, а на втором $U_2 = \phi_2 - \phi_3$. По закону Ома для участка цепи запишем

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}.$$

Отсюда падение напряжения на сопротивлении R_1 равно

$$U_1 = I_1 R_1 = I R_1,$$

а на сопротивлении R_2

$$U_2 = I_2 R_2 = I R_2.$$

Сложив эти равенства, получим $U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2)$. Но $U_1 + U_2 = \phi_1 - \phi_3 = U$, следовательно,

$$U = I(R_1 + R_2).$$

Для n последовательно соединенных проводников общее напряжение равно

$$U = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n).$$

Отсюда следует, что при последовательном соединении проводников их **общее сопротивление равно сумме отдельных сопротивлений**:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (9)$$

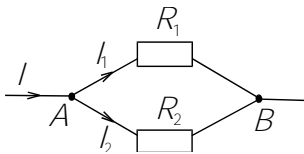


Рис. 4

При параллельном соединении проводников напряжение U на участке цепи АВ (рис. 4) будет одним и тем же, что и для каждого отдельного проводника, т.е. $U = U_1 = U_2$.

На входе в группу параллельно соединенных проводников (в точке А) происходит разветвление тока. Из закона сохранения зарядов следует, что ток I равен сумме токов I_1 и I_2 . Отсюда получаем

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

В свою очередь сила тока на всем участке равна

$$I = \frac{U}{R},$$

где R – общее сопротивление проводников, соединенных параллельно. Тогда

$$\frac{U}{R} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

откуда

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

По аналогии, для n параллельно соединенных проводников запишем

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \quad (10)$$

т.е. **общая электропроводность (проводимость) параллельно соединенных проводников равна сумме электропроводностей отдельных проводников.** Общее сопротивление R в этом случае находят, используя выражение (10).

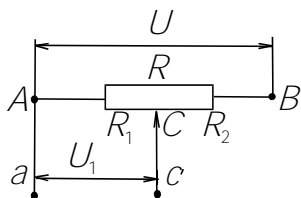


Рис. 5

Распределение напряжения по последовательно соединенным элементам цепи используется в **потенциометрах** – делителях напряжения. В качестве простого потенциометра часто используется обычный трех-контактный реостат (рис. 5). На клеммы А и В реостата подается постоянное напряжение U . Передвигая подвижный контакт C , можно на зажимах ac' получать любое напряжение от 0 до U . Например, при данном положении контакта C снимаемое напряжение будет

$U_1 = IR_1$, где I – сила тока, протекающего по реостату. Но, передвигая контакт C , можно изменять R_1 от нуля до R , а вместе с ним и напряжение U_1 . Так как $I = \frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1}$, то

$$U_1 = \frac{R_1}{R} U.$$

В замкнутой электрической цепи источник тока имеет определенное электрическое сопротивление r , которое называется **внутренним**, а сопротивление внешней части цепи называется **внешним**, или сопротивлением нагрузки (R).

Напряжение, или, как говорят, **падение напряжения**, на внутреннем участке цепи в соответствии с законом Ома равно

$$U_1 = Ir,$$

где r – внутреннее сопротивление источника тока; I – сила тока.

При замкнутой внешней цепи ЭДС источника тока \mathcal{E} равна сумме падений напряжения на внутреннем сопротивлении источника и внешней цепи:

$$\mathbf{E} = Ir + U.$$

Так как, по закону Ома, $U = IR$, то

$$I = \frac{\mathbf{E}}{R + r}, \quad (11)$$

где I – сила тока в цепи, \mathcal{E} – электродвижущая сила источника тока; r – его внутреннее сопротивление, R – внешнее сопротивление. Здесь внешнее и внутреннее сопротивления можно рассматривать как два сопротивления, соединенных последовательно.

Данное соотношение (11) называется законом Ома для замкнутого контура, содержащего Э.Д.С., или **законом Ома для всей цепи (для полной цепи)**.

5. Определение удельного сопротивления и удельной электропроводности проволоочного проводника

Экспериментальное определение удельного сопротивления проволоочного проводника производится путем определения его активного сопротивления по методу точного измерения тока, или точного измерения напряжения, или при помощи мостика постоянного тока.

Рассмотрим эквивалентную схему установки в части использования для измерения сопротивления проволоки метода точного измерения тока. Эта схема приведена на рис. 6.

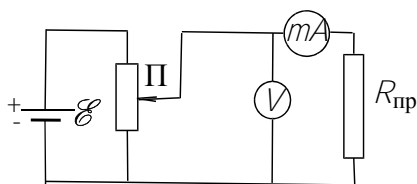


Рис. 6

Изменяя с помощью потенциометра Π напряжение от 0 до U на исследуемом проволоочном сопротивлении $R_{\text{пр}}$, измеряют ток через него. По этим данным можно

построить график вольт-амперной характеристики проволоочного проводника $I = f(U)$, который будет представлять собой **прямую**.

В соответствии с формулой (2) тангенс угла наклона этой прямой есть электропроводность проводника Λ , а с учетом (3)

котангенс есть сопротивление проводника, т.е. $ctg\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta I} = R$.

Из схемы видно, что вольтметр измеряет напряжение на последовательно соединенных сопротивлениях миллиамперметра R_{mA} и проволоки $R_{\text{пр}}$, что в сумме составляет общее сопротивление R . Поэтому

$$R_{\text{пр}} = R - R_{mA} = ctg\alpha - R_{mA} = \frac{\Delta U}{\Delta I} - R_{mA}. \quad (12)$$

Тогда согласно формуле (5) удельное сопротивление равно

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}} S}{l}. \quad (13)$$

Измерив длину проволоки l и ее диаметр d $\left(S = \frac{\pi d^2}{4}\right)$,

определим удельное сопротивление проволоки ρ , а с учетом (6) вычислим ее удельную электропроводность λ .

6. Подготовка установки к работе

1. Включить установку в сеть переменного тока напряжением 220 В. Для этого вставить вилку шнура в сеть и нажать на передней панели прибора клавишу $W1$.
2. Для измерения сопротивления проволоки выбрать метод точного измерения тока путем отжатия переключателя $W2$.
3. Выяснить цену деления электроизмерительных приборов.

7. Порядок выполнения работы

1. Измерить длину l и диаметр d исследуемого проволочного сопротивления.
2. Потенциометром регулировки тока $P1$ установить какое-то минимальное значение силы тока. Записать значения тока и напряжения в таблицу:

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I, mA										
U, B										

Вращая ручку $P1$ потенциометра, выполнить десять различных измерений.

3. Сразу после завершения измерений выключить установку.
4. По данным таблицы построить график вольт-амперной характеристики проводника. Найти $ctg\alpha$ угла наклона прямой этой характеристики.
5. Используя формулы (12), (13) и (6), определить удельное сопротивление ρ и удельную электропроводность λ исследуемого материала проволоки.
6. Сравнить полученный результат для ρ со справочными данными:

Вещество при 20°C	ρ , Ом · м
Алюминий	$2,8 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$110 \cdot 10^{-8}$
Сталь	$12 \cdot 10^{-8}$
Цинк	$6 \cdot 10^{-8}$

Вопросы к зачету

1. Почему существует электрическое поле в проводнике с током?
2. Обосновать электропроводность металлов.
3. Объяснить причину электрического сопротивления металлических проводников с точки зрения классической и квантовой теорий.
4. Записать закон Ома в дифференциальной форме и для однородного участка цепи. Получить одну форму записи закона, исходя из другой.
5. Чему равно сопротивление проволочного проводника?
6. Вывести формулы для общего сопротивления системы, состоящей из двух последовательно и параллельно соединенных проводников.
7. Что представляет собой потенциометр?
8. Записать и объяснить закон Ома для полной цепи.
9. Объяснить метод определения удельного сопротивления и удельной электропроводности проволочного проводника.
10. Нарисовать эквивалентную электрическую схему установки для измерения сопротивления проволоки методом точного измерения тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1999. – §§ 98, 102, 103.
2. Шубин, А.С. Курс общей физики / А.С. Шубин. – М.: Высшая школа, 1976. – §§ 2, 5 в Гл 8.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1973. – §§ 33, 70.
4. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. – М.: Наука, 1964. – §§ 63, 64, 66, 68, 159, 160, 161.

Учебное издание

Определение удельного сопротивления и
удельной электропроводности проводника

Методические указания к лабораторной работе по физике
для студентов строительных специальностей

Составитель:
Позняк Владимир Сергеевич