

ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ СЛОЙ В УСЛОВИЯХ ПОЛНОГО ОТРАЖЕНИЯ

Н. С. Петров*, А. Б. Зимин

УДК 535.3;535-7

*Институт повышения квалификации и переподготовки кадров
по новым направлениям развития техники, технологии и экономики
Белорусского национального технического университета,
220107, Минск, Партизанский просп., 77; e-mail: rectorat@ipk.by*

(Поступила 7 августа 2013)

*Получены аналитические выражения и выполнен расчет коэффициентов пропускания тонкого (порядка длины волны) слоя в условиях полного отражения на одной из его границ в общем случае линейно поляризованного излучения, когда азимут колебаний падающей волны отличен от нуля или $\pi/2$. Проведен сравнительный анализ пропускательной способности такого слоя для ТЕ (*s*-поляризация) и ТМ (*p*-поляризация) волн. На основе полученных аналитических выражений рассчитаны зависимости энергетических коэффициентов пропускания от толщины слоя при заданном угле падения для разных азимутов колебаний падающей линейно поляризованной волны, а также для нескольких углов падения (в том числе для предельного угла) при заданном азимуте колебаний.*

Ключевые слова: *линейно поляризованное излучение, азимут колебаний волны, полное отражение, плоскопараллельный слой, коэффициенты отражения и пропускания слоя.*

*Analytical expressions are obtained and the transmittance of a thin (the order of the wavelength) layer is calculated under conditions of total reflection on one of its borders for linearly polarized light when the azimuth of the incident wave oscillations is different from 0 or $\pi/2$. A comparative analysis of the transmittance of such a layer for TE (*s*-polarization) and TM (*p*-polarization) waves is made. On the base of the analytical expressions obtained, dependencies of the energy transmittance on the layer thickness at a given incidence angle for different oscillation azimuths of the incident linearly polarized wave and for several incidence angles (including the limit angle) at a given azimuth of the oscillations are calculated.*

Keywords: *linearly polarized radiation, wave oscillation azimuth, total reflection, plain-parallel layer, reflectance and transmittance.*

Введение. Граничная задача об отражательной (пропускательной) способности прозрачного плоскопараллельного слоя в приближении плоских волн уже рассматривалась в научной литературе (см., например, [1—3]). Так, в [1] получены аналитические выражения для амплитудных (и энергетических) коэффициентов отражения и пропускания слоя в частных случаях линейной поляризации падающей волны, когда азимут колебаний волны (угол, образуемый вектором электрического поля волны с плоскостью падения) равен нулю или $\pi/2$, т. е. для *s*- и *p*-поляризации. Отметим, что в работе [3], где рассматривается та же задача о прохождении линейно поляризованного излучения через плоскопараллельный слой, основное внимание уделяется детальному анализу фазовых сдвигов между *s*- и *p*-поляризациями в отраженном и прошедшем излучении. (Решение подобной граничной задачи для усиливающего слоя дано в [4], но также только для частных случаев *s*- и *p*-поляризации.)

В настоящей работе рассмотрен более общий случай поляризации, когда азимут колебаний падающей линейно поляризованной волны может принимать любые значения в пределах от нуля до $\pi/2$. Тем самым дано обобщение результатов, полученных ранее для частных случаев *s*- и *p*-поляризации.

TRANSMISSION OF ELECTROMAGNETIC WAVES THROUGH A PLANE-PARALLEL LAYER UNDER TOTAL REFLECTION CONDITIONS

N. S. Petrov* and A. B. Zimin (*The Institute of Improvement of Professional Skill and Retraining of the Staff on New Directions of Development of Engineering, Technology and Economy, 77 Partizansky Prosp., Minsk, 220107, Belarus; e-mail: rectorat@ipk.by*)

Расчет. Пусть слой толщиной h с показателем преломления $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ граничит с окружающими его прозрачными средами с различными в общем случае показателями преломления $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$, $n_3 = \sqrt{\varepsilon_3}$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — соответствующие диэлектрические проницаемости. Слой и граничащие с ним среды предполагаются немагнитными ($\mu = 1$). Для общего случая поляризации с произвольным азимутом колебаний линейно поляризованной волны вектор электрического поля падающей волны представим в виде (см. [5]):

$$\mathbf{E}_1 = (A_1 \mathbf{s} + B_1 \mathbf{p}_1) \exp(-i\varphi_1),$$

где $\varphi_1 = \omega t - k \mathbf{m}_1 \mathbf{r}$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$; \mathbf{r} — радиус-вектор; \mathbf{m}_1 — вектор рефракции волны [5], лежащий в плоскости падения; \mathbf{s} и \mathbf{p}_1 — единичные векторы, перпендикулярный и параллельный плоскости падения, причем $\mathbf{p}_1 = (1/n_1)[\mathbf{m}_1 \mathbf{s}]$, $\mathbf{m}_1^2 = n_1^2 = \varepsilon_1$; A_1 и B_1 — перпендикулярная и параллельная плоскости падения амплитудные составляющие вектора электрического поля падающей волны, $B_1/A_1 = \operatorname{tg} \chi$, χ — азимут колебаний, определяющий состояние поляризации волны ($0 \leq \chi \leq \pi/2$).

Вектор электрического поля отраженной волны, подобно (1), при этом запишется в виде

$$\mathbf{E}_1' = (A_1' \mathbf{s} + B_1' \mathbf{p}_1') \exp(-i\varphi_1'),$$

где $\varphi_1' = \omega t - k \mathbf{m}_1' \mathbf{r}$; $\mathbf{p}_1' = (1/n_1)[\mathbf{m}_1' \mathbf{s}]$; \mathbf{m}_1' — вектор рефракции отраженной волной.

Аналогично можно записать выражения для векторов электрического поля и остальных волн (распространяющихся в слое и прошедших его). При этом векторы магнитного поля волн \mathbf{H} , как следует из уравнений Максвелла, в случае плоских волн определяются соотношением $\mathbf{H} = [\mathbf{m} \mathbf{E}]$. Векторы рефракции соответствующих волн удобно представить в виде

$$\mathbf{m}_i = \xi \mathbf{b} + \eta_i \mathbf{q}, \quad i = 1, 1', 2, 2', 3,$$

причем для них имеет место равенство [5]:

$$\mathbf{m}_i^2 = n_i^2 = \varepsilon_i = \xi^2 + \eta_i^2,$$

где $\xi = n_1 \sin \alpha$; $\eta_i = \sqrt{m_i^2 - \xi^2} = \sqrt{n_i^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$; \mathbf{b} и \mathbf{q} — единичные векторы вдоль границ раздела сред и перпендикулярно им, $\mathbf{s} = [\mathbf{b} \mathbf{q}]$.

Для получения расчетных формул, описывающих особенности пропускания слоя в условиях полного отражения, требуется решить соответствующую граничную задачу, т. е. для нахождения неизвестных амплитуд A, B использовать условия непрерывности тангенциальных составляющих векторных полей $\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i$ на границах слоя. Однако необходимости в этом нет, поскольку можно воспользоваться некоторыми результатами, полученными в [4] для усиливающего слоя. Применительно к нашему случаю прозрачного слоя при условии $\sin \alpha \geq \sin \alpha_0$ ($\alpha_0 = \arcsin(n_2/n_1)$ — предельный угол) соответствующие выражения [4], в частности, для амплитудных коэффициентов отражения и пропускания s - и p -поляризаций легко преобразуются к виду, пригодному и в рассматриваемом нами случае.

Для анализа и некоторого упрощения расчетов также считаем, что окружающие слой среды имеют одинаковые показатели преломления ($n_3 = n_1$). Это условие никак не скажется на качественной картине поведения коэффициентов пропускания слоя в зависимости от его толщины и оптических параметров сред и слоя. Тогда для амплитудных коэффициентов отражения (ρ_j) и пропускания (t_j) слоя, согласно [4], имеем (здесь учтено, что при $n_3 = n_1$ $r_2^s = -r_1^s$, $r_2^p = -r_1^p$):

$$\rho_j = \frac{r_1^j (1 - e^{-2k\gamma h})}{1 - (r_1^j)^2 e^{-2k\gamma h}}, \quad t_j = \frac{[1 - (r_1^j)^2] e^{-k\gamma h}}{1 - (r_1^j)^2 e^{-2k\gamma h}}, \quad j = s, p, \quad (1)$$

$$r_1^s = (\eta_1 - i\gamma)/(\eta_1 + i\gamma) = e^{-i\Delta_s}, \quad r_1^p = r_1^s (\xi^2 - i\eta_1 \gamma) / (\xi^2 + i\eta_1 \gamma) = e^{-i\Delta_p}, \quad (2)$$

$$\eta_1 = n_1 \cos \alpha, \quad \gamma = \sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha - n_2^2}, \quad \Delta_p = \Delta_s + \Delta_p'.$$

Используя представление комплексных величин (2), для Δ_s и Δ_p' находим

$$\sin \Delta_s = 2\eta_1 \gamma / (\eta_1^2 + \gamma^2), \quad \sin \Delta_p' = 2\eta_1 \xi^2 \gamma / (\xi^4 + \eta_1^2 \gamma^2). \quad (3)$$

При этом для энергетических коэффициентов отражения и пропускания слоя получаем выражения:

$$T_s^{\text{en}} = |t_s|^2 = [1 + \operatorname{sh}^2(k\gamma h) / \sin^2 \Delta_s]^{-1}, \quad (4)$$

$$T_p^{\text{en}} = |t_p|^2 = [1 + \sin^2(k\gamma h) / \sin^2 \Delta_p]^{-1}, \quad (5)$$

где $\sin \Delta_p = Q \sin \Delta_s$, $Q = \varepsilon_2 / (\varepsilon_1 \sin^2 \alpha - \varepsilon_2 \cos^2 \alpha)$. Поскольку слой непоглощающий, то, очевидно, $R_s^{\text{en}} = 1 - T_s^{\text{en}}$ и $R_p^{\text{en}} = 1 - T_p^{\text{en}}$. Из (4), (5) видно, что соотношение между величинами T_s^{en} и T_p^{en} может изменяться вследствие зависимости параметра Q от α (подробнее об этом несколько ниже).

Для рассматриваемого нами общего случая линейной поляризации падающей волны с произвольным азимутом колебаний χ получаем:

$$T_{\text{en}} = S_3 \mathbf{q} / S_1 \mathbf{q} = |\mathbf{E}_3|^2 / |\mathbf{E}_1|^2 = (T_s^{\text{en}} + T_p^{\text{en}} \operatorname{tg}^2 \chi) / (1 + \operatorname{tg}^2 \chi),$$

где S_1 и S_3 — средние по времени потоки энергии (векторы Умова—Пойнтинга) падающей и прошедшей слой волн. Это выражение удобно представить в виде

$$T_{\text{сл}} = T_s^{\text{сл}} \cos^2 \chi + T_p^{\text{сл}} \sin^2 \chi. \quad (6)$$

Видно, что для частных случаев линейной поляризации ($\chi = 0, \pi/2$) оно переходит в выражения (4) и (5). Фактически формула (6) определяет долю интенсивности излучения, прошедшего слой, при различных азимутах колебаний в зависимости от толщины слоя (h/λ). Соответствующая зависимость $T_{\text{сл}}$ от h/λ при заданном $\alpha \geq \alpha_0$ для разных χ приведена на рис. 1.

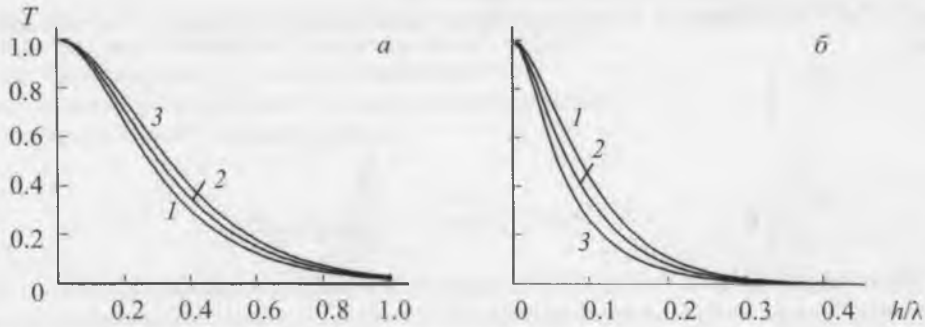


Рис. 1. Зависимости коэффициента пропускания слоя T от h/λ для азимутов $\chi = 30^\circ$ (1), 45° (2), 60° (3) колебаний падающей линейно поляризованной волны при заданных показателях преломления граничащих сред n_1 и n_2 и угле падения α : а — $n_1 = 1.51$, $n_2 = 1$, $\alpha = 45^\circ$; б — $n_1 = 1.74$, $n_2 = 1$, $\alpha = 65^\circ$

Результаты и их обсуждение. Из полученных выражений (4), (5) прежде всего следует, что соотношение между $T_s^{\text{сл}}$ и $T_p^{\text{сл}}$ определяется только параметром Q , зависящим лишь от угла падения α и показателей преломления n_1 и n_2 . Действительно, видно, что при $\alpha = \alpha_0$ ($Q > 1$) $T_s^{\text{сл}} < T_p^{\text{сл}}$, а при $\alpha \rightarrow \pi/2$ ($Q < 1$) $T_s^{\text{сл}} > T_p^{\text{сл}}$. Следовательно, должен существовать такой угол падения $\alpha_0 < \alpha_1 \leq \pi/2$, при котором $T_s^{\text{сл}} = T_p^{\text{сл}}$. Этот угол находится из условия $Q = 1$ и определяется равенством $\sin^2 \alpha_1 = 2\varepsilon_2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. (Заметим, что при этом угле падения достигается максимальный сдвиг фаз $\Delta_p - \Delta_s = \Delta_p'$ между s - и p -поляризациями.)

Как видно из равенства (6), в этом случае коэффициент пропускания слоя не зависит от азимута колебаний падающей волны χ и по величине равен $T_{\text{сл}} = T_s^{\text{сл}} = T_p^{\text{сл}}$. В результате для коэффициента пропускания слоя $T_{\text{сл}}$ (6) получаем

$$T_{\text{сл}}^{\alpha=\alpha_1} = [1 + \text{sh}^2(k\gamma h)/\sin^2 \Delta_s]^{-1},$$

где, согласно (3), $\sin^2 \Delta_s = 4\varepsilon_1 \varepsilon_2 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2$.

Представляет также интерес поведение коэффициентов пропускания слоя (6) в зависимости от толщины h/λ при заданных n_1 и n_2 , в частности при $\alpha = \alpha_0$. Можно показать, что входящие в (6) величины $T_s^{\text{сл}}$ и $T_p^{\text{сл}}$, задаваемые выражениями (4), (5), принимают вид

$$T_s^{\text{сл}} = [1 + \pi^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(h/\lambda)^2]^{-1}, \quad (7)$$

$$T_p^{\text{сл}} = [1 + \pi^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_2/\varepsilon_1)^2(h/\lambda)^2]^{-1}. \quad (8)$$

Как видно, в этом случае $T_s^{\text{сл}} < T_p^{\text{сл}}$, причем обе величины убывают с ростом толщины слоя h/λ и очень быстро стремятся к нулю при $h/\lambda \rightarrow \infty$. Важно отметить, что скорость их убывания возрастает с увеличением предельного угла, т. е. при меньшей разности $\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$. Следовательно, при углах падения α , близких к предельному α_0 , падающее на слой излучение практически полностью отражается при толщинах $h/\lambda \geq 1$. Например, при $h/\lambda \cong 0.25$ и показателях преломления $n_1 = 1.51$, $n_2 = 1.33$ оценки дают $T_s^{\text{сл}} \cong 0.84$, $T_p^{\text{сл}} \cong 0.97$, в то же время при $h/\lambda \cong 2.5$ $T_s^{\text{сл}} \cong 0.030$, $T_p^{\text{сл}} \cong 0.050$, что подтверждает сказанное выше. Увеличение пропускания тонких слоев, толщина которых сравнима с длиной волны падающего излучения, в условиях полного отражения известно в оптике как эффект “просачивания”. Именно с этим обстоятельством — резким изменением (увеличением) пропускательной способности тонкого слоя с уменьшением его толщины — связана возможность использования названного эффекта в устройствах для модуляции добротности резонатора лазера путем управляемого изменения толщины слоя (или воздушного зазора между граничащими с ним средами), например, с использованием известного явления магнитострикции. Следовательно, возможно создание оптического элемента нарушенного полного отражения, обеспечивающего управление

потерями резонатора. Можно добавить, что эти возможности значительно расширяются в общем случае линейной поляризации падающего излучения, т. е. при произвольном азимуте колебаний ($\chi \neq 0, \pi/2$).

Из анализа выражения (6) также следует, что величины T_s^{cn} и T_p^{cn} из (4), (5) являются экстремальными значениями коэффициента пропускания слоя и достигаются при $\chi = 0$ и $\pi/2$. При этом минимум T_{cn} (6), равный T_s^{cn} , достигается при $\chi = 0$ ($T_p^{cn} > T_s^{cn}$), а максимум, равный T_p^{cn} — при $\chi = \pi/2$. Это справедливо и в случае предельного угла α_0 , для которого коэффициенты пропускания s - и p -поляризацій определяются согласно (7), (8). В частности, для $\chi = \pi/4$ из выражения (6) следует

$$T_s^{cn} = (1/2)(T_s^{cn} + T_p^{cn}),$$

где уже T_s^{cn} и T_p^{cn} задаются общими выражениями (4), (5).

На рис. 2 и 3 представлены соответствующие зависимости, полученные с использованием выражений (4)—(6).

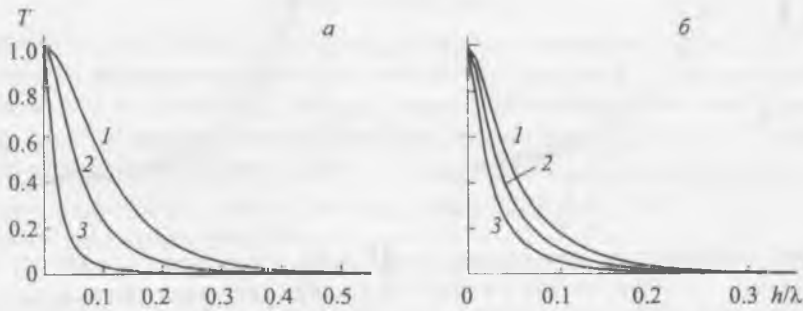


Рис. 2. Зависимости T от h/λ для разных углов падения α и заданного азимута колебаний $\chi = 60^\circ$: а — $n_1 = 1.51$, $n_2 = 1$, $\alpha = 65^\circ$ (1), 75° (2) и 85° (3); б — $n_1 = 1.74$, $n_2 = 1$, $\alpha = 70^\circ$ (1), 75° (2) и 80° (3)

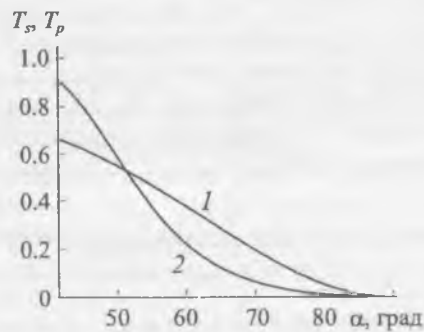


Рис. 3. Зависимости коэффициентов пропускания слоя T_s (1) и T_p (2) от угла падения α для заданной толщины слоя $h/\lambda = 0.2$ при $n_1 = 1.51$, $n_2 = 1$

Заключение. Рассчитаны зависимости энергетических коэффициентов пропускания от толщины слоя при заданном угле падения для разных азимутов колебаний падающей линейно поляризованной волны, а также для нескольких углов падения (в том числе и для предельного угла) при заданном азимуте колебаний. Полученные результаты представляют практический интерес и могут быть использованы при расчетах моноимпульсных лазеров, в которых модуляция добротности резонатора осуществляется на основе явления нарушенного полного отражения.

[1] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики, Москва, Наука (1973)

[2] Л. Дунайский. Чех. физ. журн., II, № 12 (1961) 871—873

[3] R. M. A. Azzam. J. Opt. Soc. Am. A, 23, N 4 (2006) 960—965

[4] Б. Б. Бойко, Н. С. Петров. Отражение света от усиливающих и нелинейных сред, Минск, Наука и техника (1988) 45—49

[5] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред, Москва, Наука (2004) 22, 56—60