

4. Бурковский, В. Л. Численная реализация модели цилиндрического изгиба ортотропных плит переменной жесткости на упругом основании / В. Л. Бурковский, Н. Н. Некрасова // Вестн. Воронеж. гос. техн. ун-та. – 2009. – Т. 5, № 10. – С. 101–107.

5. Габриелян, Г. Е. Расчет амкнутой цилиндрической оболочки в упругой среде с учетом односторонних связей : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 / Г. Е. Габриелян ; Воронеж. гос. архитектур.-строит. акад. – Воронеж, 1998. – 19 с.

УДК 624

ОПТИМИЗАЦИЯ РАМЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НА ДЕФОРМИРУЕМОМ ОСНОВАНИИ, МЕТОДОМ МАЛЫХ ВАРИАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

САБУК А. А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

При расчете и оптимизации конструкций и сооружений в компьютерной модели необходимо учитывать все факторы, которые существенно влияют на результат. От того, на каком грунтовом основании расположено сооружение, зависит распределение напряжений в стержнях, а также перемещения узлов. Учет совместной работы основания и сооружения позволяет вести расчет по наиболее приближенной к реальным условиям модели.

Рассмотрим оптимизацию двухэтажной рамы расположенной на упругом основании. Расчетная схема рамы представлена на рис. 1.

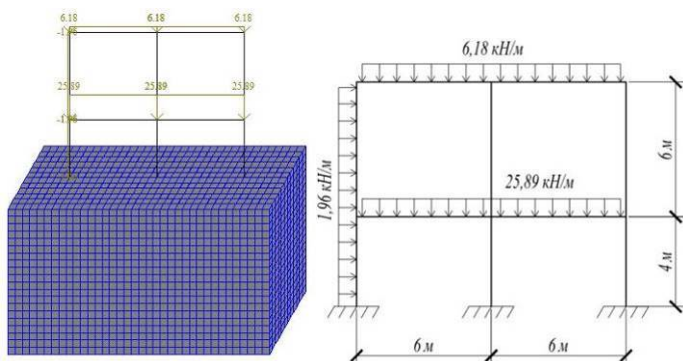


Рис. 1. Расчетная модель рамы

Моделирование рамы выполнено с помощью ПК «ЛИРА-САПР 2013». Объемным КЭ основания присвоены следующие характеристики:

- модуль упругости $E = 25$ МПа;
- коэффициент Пуассона 0,3;
- удельный вес материала $0,02$ МН/м³.

Моделирование рамы выполнено универсальными пространственными стержневыми КЭ. Элементы рамы с одинаковыми типами и размерами поперечных сечений обозначены на рис. 2.

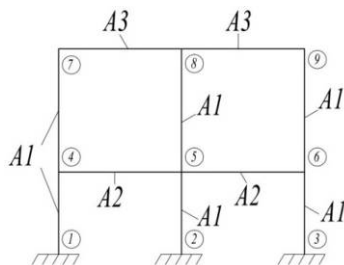


Рис. 2. Схема расположения элементов с одинаковыми площадями поперечных сечений

Оптимизация поперечных сечений рамы выполнялась в соответствии с сортаментом на двутавры по ГОСТ 26020-83. Для установления аналитических зависимостей геометрических характеристик сечений от переменных проектирования были получены аппроксимирующие функции в виде полиномов 5-ой степени, соответствующие

ряду номеров двутавров, выбранных из сортамента. Аппроксимирующие функции имеют вид:

$$J_1 = -2 \cdot 10^{-8} A_1^5 + 1 \cdot 10^{-6} A_1^4 + 0,0064 A_1^3 + 3,5038 A_1^2 + 18,649 A_1 - 738,46;$$

$$J_2 = -2 \cdot 10^{-8} A_2^5 + 1 \cdot 10^{-6} A_2^4 + 0,0064 A_2^3 + 3,5038 A_2^2 + 18,649 A_2 - 738,46;$$

$$J_3 = -2 \cdot 10^{-8} A_3^5 + 1 \cdot 10^{-6} A_3^4 + 0,0064 A_3^3 + 3,5038 A_3^2 + 18,649 A_3 - 738,46;$$

$$W_1 = -2 \cdot 10^{-9} A_1^5 + 2 \cdot 10^{-6} A_1^4 - 0,0008 A_1^3 + 0,1872 A_1^2 + 4,3052 A_1 - 33,236;$$

$$W_2 = -2 \cdot 10^{-9} A_2^5 + 2 \cdot 10^{-6} A_2^4 - 0,0008 A_2^3 + 0,1872 A_2^2 + 4,3052 A_2 - 33,236;$$

$$W_3 = -2 \cdot 10^{-9} A_3^5 + 2 \cdot 10^{-6} A_3^4 - 0,0008 A_3^3 + 0,1872 A_3^2 + 4,3052 A_3 - 33,236,$$

где A_1, A_2, A_3 – площади поперечных сечений рамы, см²;

J_1, J_2, J_3 – моменты инерции сечений, см⁴;

W_1, W_2, W_3 – моменты сопротивления сечений рамы, см³.

Во всех сечениях напряжения не должны превышать расчетного сопротивления на растяжение-сжатие R , принятого равным 200 МПа.

Целевая функция задачи оптимизации принята в виде:

$$V = 30 A_1 + 12 A_2 + 12 A_3.$$

Требуется найти минимальный объем V элементов рамы и соответствующие этому объему параметры сечений.

Решение задачи основано на малых вариациях параметров проектирования. Ограничениями в задаче являются ограничения на прочность элементов рамы по нормальным сечениям.

Начальные значения площадей поперечных сечений для всех стержней рамы выбраны одинаковыми $A_1^0 = A_2^0 = A_3^0 = 293,82$ см². Для заданных площадей значение целевой функции составляет $V^0 = 1,5866$ м³. По начальным характеристикам сечений определены напряжения в элементах рамы.

Далее для каждого случая вычисляются коэффициенты чувствительности $\frac{\Delta \sigma_i}{\Delta A_i^0}$, представляющие собой отношение изменения напряжений к изменению площадей сечений. На начальном этапе

были получены следующие значения коэффициентов чувствительности: $\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta A_1^0} = 461,902$; $\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta A_2^0} = 788,166$; $\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta A_3^0} = 302,742$.

Величины площадей, при которых значение целевой функции уменьшается, вычисляются по формулам:

$$A_1^1 = A_1^0 - \Delta A_1;$$

$$A_2^1 = A_2^0 - \Delta A_2;$$

$$A_3^1 = A_3^0 - \Delta A_3.$$

Максимальные значения ΔA_1 , ΔA_2 и ΔA_3 определяются из условий:

$$\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta A_1^0} \Delta A_1 \leq \alpha R;$$

$$\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta A_2^0} \Delta A_2 \leq \alpha R;$$

$$\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta A_3^0} \Delta A_3 \leq \alpha R,$$

где α - безразмерный коэффициент, принимаемый из промежутка $[0,01; 0,05]$.

На первом шаге улучшенные значения площадей составили $A_1^1 = 207,22 \text{ см}^2$; $A_2^1 = 243,07 \text{ см}^2$; $A_3^1 = 161,69 \text{ см}^2$. Объем элементов рамы уменьшился до $1,10738 \text{ м}^3$.

Полученные значения площадей принимаются за начальные, решение задачи повторяется и проводится до тех пор, пока напряжение в каком-либо сечении не достигнет расчетного сопротивления 200 МПа .

В результате на 19 шаге в сечении, расположенном возле узла 6 (см. рис. 2) на нижнем вертикальном стержне было получено напряжение равное 194 МПа . Площади поперечных сечений оказались равными: $A_1 = 22,22 \text{ см}^2$; $A_2 = 51,33 \text{ см}^2$; $A_3 = 20,65 \text{ см}^2$. Объем получился равным $0,153 \text{ м}^3$.

Поиск оптимального решения можно продолжить, если площадь сечения A_1 оставить неизменной, а расчет провести по изложенной ранее методике.

В результате на 21 шаге было получено оптимальное решение со следующими значениями переменных проектирования: $A_1 = 22,22 \text{ см}^2$; $A_2 = 49,71 \text{ см}^2$; $A_3 = 19,54 \text{ см}^2$. Объем рамы равен $0,1498 \text{ м}^3$. Максимальные напряжения в стержнях с площадью A_1 составили $197,7 \text{ МПа}$, с площадью A_2 – $196,2 \text{ МПа}$, с площадью A_3 – 199 МПа .

По мере приближения к оптимальному решению значения коэффициентов чувствительности возрастают.

Так как узлы 1, 2, 3 моделируют примыкание колонны к фундаменту, то их вертикальное перемещение соответствует осадке фундаментов. Наибольшее перемещение наблюдалось для узла 2.

Заключение

1. Предложенная методика поиска оптимального решения позволяет учитывать совместную работу основания и сооружения и может быть распространена на случай многослойного основания с различными включениями.

2. Данную методику можно применить для задачи оптимизации с одновременным учетом ограничений на прочность элементов по нормальным сечениям и на перемещения узлов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – 2-е изд., перераб. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.

2. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013 / Городецкий Д.А. [и др.]; под ред. А.С. Городецкого. – К. – М.: Электронное издание, 2013. – 376 с.