

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ БЕТОНА НА КОНТАКТНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ МЕСТНОМ СЖАТИИ

РАК Н. А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Введение. Анализ результатов экспериментальных исследований бетонных элементов при местном сжатии показал, что в большинстве исследований внимание уделялось изучению несущей способности. Лишь в отдельных исследованиях [1-8] изучались так называемые контактные деформации при местном сжатии, под которыми принято понимать перемещения жесткого штампа относительно некоторой условной плоскости, расположенной на удалении от плоскости контакта равном глубине активной зоны деформаций.

В.М. Поздникин [1] исследовал контактные деформации при кратковременном местном сжатии круглыми штампами фундаментных блоков размерами 240×580×500 мм, изготовленных из бетонов с прочностью кубов со стороны 200 мм равной 17 и 25 МПа.

Ю.В. Коваль под руководством И.А. Русинова [2] исследовал контактные деформации при концентричном кратковременном и длительном местном сжатии на призмах и кубах, изготовленных из бетонов различной структуры (бетон на фосфорном щебне с прочностью на сжатие 40 МПа, тяжелый трехкомпонентный бетон с прочностью на сжатие 35–58 МПа). Кроме того, в небольшом количестве исследовались контактные деформации на кубах, изготовленных из мелкозернистого бетона с прочностью на сжатие 67 МПа и тяжелого трехкомпонентного бетона с прочностью на сжатие 73–81 МПа. Поперечные размеры образцов 100×100 мм, 150×150 мм и 200×200 мм. Размеры штампов 50×50 мм, 75×75 мм, 92×92 мм.

К. Lieberum, Н. Reinhardt [3] изучали контактные деформации при концентричном кратковременном местном сжатии круглыми штампами диаметром 13–32 мм цилиндров диаметром 400 мм и высотой 450 мм, изготовленных из бетонов с прочностью на сжатие 29–57 МПа. Для предотвращения раскалывания бетона цилиндры

по высоте 275 мм от верхнего торца были армированы замкнутыми хомутами радиусом 185 мм из арматуры диаметром 8 мм, установленными с шагом 50 мм.

Н.А. Рак [4,5] исследовал контактные деформации опорных участков железобетонных конструкции, изготовленных из бетона с прочностью на сжатие 38 МПа. Была проведена серия из 32 испытаний стальными штампами опытных образцов опорных участков стропильной конструкции, в которых варьировались размеры и расположение штампа, а также вид основания под штампом.

Н. Reinhardt, R. Koch [6] исследовали прочность при концентричном кратковременном местном сжатии круглыми штампами диаметром 40, 60 и 120 мм бетонных цилиндров диаметром 190 мм и высотой 400 мм, изготовленных из бетонов с прочностью на сжатие 58–108 МПа.

S.Klotz [7] провел экспериментальные исследования на местное сжатие при концентричном кратковременном местном сжатии круглыми штампами диаметром 30, 50, 70,7 и 100 мм прямоугольных призм размерами 200×200 мм и высотой 400 мм, изготовленных из бетонов с цилиндрической прочностью на сжатие 62–150 МПа. Испытывались призмы при без косвенного армирования, с косвенным спиральным армированием, с фибровым армированием при отсутствии и наличии косвенного спирального армирования.

В проведенных под руководством автора в 1998–2000 гг. на кафедре «Железобетонные и каменные конструкции» Белорусского национального технического университета экспериментальных исследованиях [8] были целенаправленно изучены контактные деформации высокопрочного тяжелого бетона при местном сжатии. Исследования производились на бетонных призмах размерами 100×100×400 мм и 150×150×600 мм, изготовленных из бетона с кубиковой прочностью 83–96 МПа (I и III серии) и 62–72 МПа (II серия). При испытании образцов I и II серий нагрузка на образцы прикладывалась на бетон через штампы, имеющие размеры 10×10, 20×20, 40×40, 60×60 мм для призм размерами 100×100×400 мм, а также 15×15, 30×30, 60×60, 90×90 мм для призм 150×150×600 мм. Отношение размера штампа к поперечному размеру призмы изменялось для каждого размера призм в диапазоне от 0,1 до 0,6.

Следует отметить, что исследования [1–8] выполнялись на элементах из тяжелого бетона. В исследованиях элементов из легкого бетона [9–13] изучались только их несущая способность.

В связи с этим в проведенных под руководством автора в 2008–2012 гг. на кафедре «Железобетонные и каменные конструкции» Белорусского национального технического университета экспериментальных исследованиях [14–16] были целенаправленно изучены контактные деформации керамзитобетонных элементов при местном сжатии. Программа исследований контактных деформаций включала в себя испытание неармированные призмы трех типоразмеров (150×150×150 мм, 200×200×200 мм и 300×300×300 мм) с отношением высоты к размеру поперечного сечения, равному 2. Призмы с размером 150×150×150 мм, изготовленные из керамзитобетона со средней плотностью 1320 и 1740 кг/м³, испытывались концентрично штампами с размерами 30×30, 60×60, 90×90, 120×120 мм. Призмы с размером 200×200×200 мм, изготовленные из керамзитобетона со средней плотностью 1375 и 1750 кг/м³, испытывались концентрично штампами с размерами 20×20, 40×40, 80×80, 120×120 мм. Призмы с размером 300×300×300 мм, изготовленные из керамзитобетона со средней плотностью 1370 и 1770 кг/м³, испытывались концентрично штампами с размерами 30×30, 60×60, 90×90, 120×120 мм. Таким образом, отношение размера штампа к поперечному размеру призмы изменялось в диапазоне от 0,1 до 0,8.

Проведенные под руководством автора исследования [8, 14–16] позволили получить экспериментальные данные об изменении напряженно-деформированного состоянии тяжелого бетона и керамзитобетона по мере увеличения нагрузки и показали, что зависимость контактной деформации от напряжения под штампом близка к линейной. При этом экспериментальные значения контактных деформаций значительно превышают значения, получаемые при расчете в предположении упругой работы бетона. Это свидетельствует о появлении значительных пластических деформаций в бетоне, что следует учитывать в расчетах.

Такой учет может быть осуществлен только на основе деформационной модели расчетной модели, которая базируется на использовании диаграмм деформирования бетона при осевом сжатии, трансформированных с учетом сложного напряженного состояния в области действия местной нагрузки.

Методика трансформирования диаграммы деформирования бетона осевом сжатии для условия расчета контактных деформаций.

В статье автора [17] предложена методика расчета контактных деформаций бетонных элементов при местном сжатии с использованием трансформированных диаграмм бетона при многоосном напряженном состоянии. В данной статье указанная методика откорректирована с целью применения согласно п.3.1.5 [18] при статических расчетах конструкций из бетонов различных видов при условии применения средних характеристик материалов.

Указанная методика основана на применении трансформированной для условий многоосного сжатия диаграммы деформирования бетона, описанной следующей аналитической зависимостью, связывающей сжимающие напряжения $\sigma_c(x)$ и относительные деформации $\varepsilon_c(x)$

$$\frac{\sigma_c(x)}{f_{cm,c}(x)} = \frac{k_t(x) \cdot \eta_t(x) - \eta_t^2(x)}{1 + [k_t(x) - 2] \cdot \eta_t(x)}, \quad (1)$$

где $f_{cm,c}(x)$ – прочность бетона при многоосном сжатии (МПа);

$$\eta_t(x) = \frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_{c1}(x)};$$

$\varepsilon_{c1}(x)$ – относительная деформация (в ‰), соответствующая пиковой точке трансформированной диаграммы деформирования;

$$k_t(x) = 1,05 \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1}(x) / f_{cm,c}(x);$$

E_{cm} – модуль деформаций бетона при осевом сжатии (ГПа), определяемый для тяжелого бетона по таблице 3.1 [18], а для легкого бетона с учетом дополнительного коэффициента η_E , определяемого по формуле 11.2 [18] в зависимости средней плотности бетона.

Значение относительной деформации $\varepsilon_{c1}(x)$ (в ‰) рекомендуется определять по зависимости

$$\varepsilon_{c1}(x) = \omega_\varepsilon(x) \cdot \varepsilon_{c1}, \quad (2)$$

где ε_{c1} – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы бетона при осевом сжатии (для тяжелого бетона

по таблице 3.1 [18], а для легкого бетона по формуле таблицы 11.3.1 [18] с учетом дополнительного коэффициента η_E ;

$\omega_\varepsilon(x)$ – коэффициент, учитывающий повышение деформаций бетона при местном сжатии, который для случая концентричного нагружения рекомендуется определять по формуле

$$\omega_\varepsilon(x) = \omega_u^2(x), \quad (3)$$

где $\omega_u(x)$ – коэффициент, учитывающий повышение прочности бетона при местном сжатии, определяемый по формуле

$$\omega_u(x) = \frac{f_{cm,c}(x)}{f_{cm}} = 1 + k_c \cdot k_f \cdot \psi_c(x). \quad (4)$$

В формуле (4) k_c – коэффициент эффективности бокового обжатия при местном сжатии (принимается равным 12,5 для тяжелого бетона и 9,5 для керамзитобетона); k_f – коэффициент, учитывающий неравномерность бокового обжатия (при равномерном обжатии принимается равным 1,0), $\psi_c(x)$ – коэффициент, учитывающий относительный уровень бокового обжатия, создаваемого окружающим бетоном.

Коэффициент ψ_c определяется по формуле

$$\psi_c(x) = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \cdot \left(\sqrt{\frac{A_c(l)}{A_c(x)}} - 1 \right) \geq 0,07 \cdot \left(\sqrt{\frac{A_c(l)}{A_c(x)}} - 1 \right). \quad (5)$$

В формуле (5) f_{ctm} – среднее значение прочности бетона на осевое сжатие, f_{cm} – среднее значение прочности бетона на осевое растяжение; $A_c(l)$ – площадь нагружаемой плоскости элемента; $A_c(x)$ – нагруженная площадь бетона.

Распределение сжимающих напряжений вдоль вертикали, проходящей через центр жесткого штампа, нами рекомендуется определять с учетом линеаризации эпюр напряжений в пределах выделяемого потока напряжений (на рис. 1 представлен наиболее часто встречающийся случай расположения штампов на торце бетонного образца – концентричное приложение нагрузки)

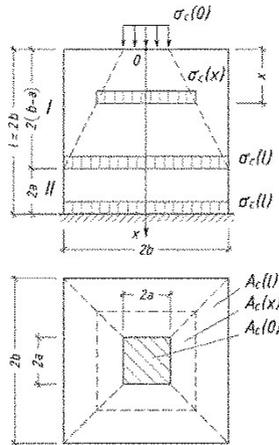


Рис. 1. Характер распределения напряжений при концентричном приложении нагрузки

При этом принято, что независимо от места расположения штампа поток напряжений действует внутри усеченной пирамиды, верхним основанием которой является площадь штампа, а боковые грани наклонены под углом к вертикали $\varphi = \arctan(1/2)$.

В первой зоне напряжения изменяются по мере удаления рассматриваемого сечения от загруженного торца элемента могут быть определены по зависимости

$$\sigma_c(x) = \sigma_c(0) \cdot A_c(0) / A_c(x) = \sigma_c(0) \cdot 4 \cdot a^2 / (2 \cdot a + x)^2.$$

Во второй зоне напряжения остаются постоянными и равными

$$\sigma_c(x) = \sigma_c(0) \cdot A_c(0) / A_c(l) = \sigma_c(0) \cdot a^2 / b^2.$$

Приведенные выше формулы позволяют однозначно определить распределение напряжений в сечении и дают возможность определить осадку штампа по отношению к некоторой плоскости бетонного образца, считающейся условно несмещаемой. В качестве такой плоскости можно принять любую из плоскостей, расположенных в зонах удаленных от загружаемого торца настолько, что напряжения в сечении можно считать постоянными. В дальнейшем будем считать, что указанная плоскость расположена на расстоянии $2 \cdot b$ от торца, где $2 \cdot b$ – наибольший из размеров нагруженного торца элемента.

Для определения осадки штампа производят для каждого из сечений трансформацию диаграмм деформирования (рис. 2), рассматривая его условно как нагружаемый торец образца и применяя зависимости (1)-(3), подставляя в формулу (5) вместо площади $A_c(0)$ площадь $A_c(x)$.

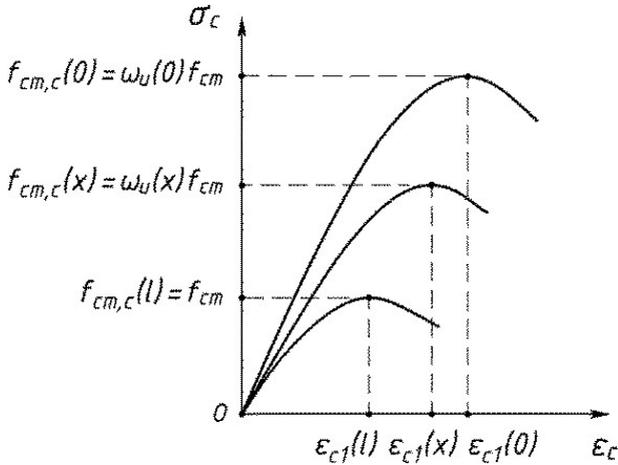


Рис. 2. Трансформирование диаграмм деформирования бетона для расчета контактных деформаций

Согласно [17] под контактной деформацией следует понимать линейное перемещение плоскости приложения усилия (плоскости контакта) относительно некоторой условной плоскости, удаленной от нагружаемого торца бетонного элемента настолько, что напряжения в сечении можно считать практически постоянными.

Вычисление значения контактной деформации бетона при местном сжатии в статье [17] рекомендуется выполнять приближенно, используя метод послойного суммирования.

В любом сечении по известной величине напряжений $\sigma_c(x)$ можно определить относительный уровень напряжений

$$\gamma(x) = \frac{\sigma_c(x)}{f_{cm,c}(x)}. \quad (6)$$

Путем преобразования уравнения (5) получаем зависимость для определения относительных деформаций

$$\varepsilon_c(x) = \left[p(x) - \sqrt{p^2(x) - \gamma(x)} \right] \varepsilon_{c1}(x), \quad (7)$$

где
$$p(x) = \gamma(x) - \frac{k_t(x) \cdot [\gamma(x) - 1]}{2}.$$

При использовании метода послойного суммирования требуется выполнение значительного объема вычислений, что затрудняет его применение в практике проектирования. В связи автором в работе [19] была предложена более приемлемая для применения в практике проектирования методика расчета контактных деформаций при местном сжатии с использованием многопараметрической модели основания.

Методика расчета контактных деформаций при местном сжатии на основе многопараметрической модели основания.

Коэффициент постели C_1 многопараметрическая модель основания может быть определен по формуле

$$C_1 = \frac{\sigma_c(0)}{\Delta + \frac{(\lambda - 1)\Delta_1}{\ln\left(\frac{\Delta_2}{\Delta}\right)}}, \quad (8)$$

где $\sigma_c(0)$ – напряжения в бетоне под площадью приложения нагрузки на верхнем торце элемента;

Δ – контактная деформация бетона, накопленная в пределах первой и второй зоны, (рисунок 3) определяемая по формуле

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \quad (9)$$

где Δ_1 – значение контактной деформации бетона, накопленное в пределах первой зоны;

Δ_2 – значение контактной деформации бетона, накопленное в пределах второй зоны.

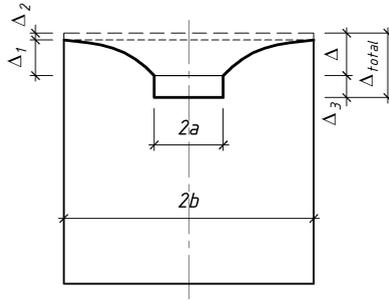


Рис. 3. Схема контактных деформаций при местном сжатии бетонного элемента

Значение контактной деформации бетона, накопленное в пределах первой зоны, может быть рассчитано по формуле

$$\Delta_1 = \int_0^l \frac{\sigma_c(x)}{E_c(x)} dx = \frac{\sigma_c(0) \cdot 2 \cdot a}{(n+1) \cdot E_c(l) - E_c(0)} \cdot \frac{\lambda - 1}{k_{p\lambda}} \cdot \left[\frac{n+1-\lambda}{\lambda} + \frac{1-n \cdot p}{k_{p\lambda}} \cdot \ln\left(\frac{p+1}{p \cdot \lambda}\right) \right]. \quad (10)$$

где p и $k_{p\lambda}$ – параметры определяются по формулам

$$p = \frac{E_c(0)}{(n+1) \cdot E_c(0) - E_c(l)},$$

$$k_{p\lambda} = 1 - p \cdot (\lambda - 1);$$

$E_c(0)$ – секущий модуль деформаций бетона для сечения, расположенного на нагруженном торце элемента;

$E_c(l)$ – секущий модуль деформаций бетона для сечения, расположенного в месте перехода от первой зоны ко второй;

$$\lambda = b/a;$$

n – параметр, отражающий характер изменения секущего модуля деформаций бетона по высоте первой зоны, принимаемый наименьшим из значений $n = 1,5 \cdot \lambda$ или $n = 8$.

Значение контактной деформации бетона, накопленное в пределах второй зоны, может быть рассчитано по формуле

$$\Delta_2 = \int_l^{2b} \frac{\sigma_c(x)}{E_c(x)} dx = \frac{\sigma_c(0) \cdot 2 \cdot a}{E_c(l)} \cdot \frac{1}{\lambda^2}. \quad (11)$$

Для учета деформаций погружения на перекрестные ленты в пределах штампа дополнительно установлен еще один слой пружин, жесткость которых принимается равной коэффициенту постели C_3 , определяемому по формуле

$$C_3 = k_3 E_c(0) / \sqrt{A_c(0)}. \quad (12)$$

Здесь коэффициент k_3 учитывает вид бетона и принимается равным для тяжелого бетона $k_3 = 1,25$, а для керамзитобетона $k_3 = 0,85$.

Ранее в статье [18] рекомендовалось значение коэффициента постели C_3 определять при $k_3 = 1$.

Тогда дополнительная осадка, возникающая вследствие вдавливания только в пределах штампа, может быть определена по формуле

$$\Delta_3 = \sigma_0 / C_3.$$

Полная контактная деформация (осадка штампа на основании) тогда определится в виде суммы

$$\Delta_{total} = \Delta + \Delta_3.$$

С использованием многопараметрической модели основания можно выполнять расчеты контактных деформаций при местном сжатии с учетом нелинейности деформирования бетона при действии не только центрального сжатия, но и при внецентренном сжатии. В последнем случае допускается использовать значения параметров модели основания, определенных исходя из равенства средних осадок при внецентренном и центральном приложении.

Следует отметить, что представленная выше методика расчета контактных деформаций позволяет учитывать важнейшие характеристики структуры бетона (плотность крупного заполнителя) как на стадии трансформации диаграмм деформирования так и на стадии определения осадок.

Оценка точности методик расчета контактных деформаций на фоне экспериментальных данных.

По предложенной методике были выполнены расчеты контактных деформаций 14 элементов из высокопрочного тяжелого бетона, испытанных в работе [8].

Расчеты предложенной методике выполнялись при значениях коэффициента $\lambda = 1,67$ и $\lambda = 2,5$, что соответствует условиям местного нагружения в узлах строительных конструкций. Расчеты выполня-

лись при уровнях напряжений под штампом, составляющих $\sigma_c(0) = 0,5 f_{cm,c}(0)$. При вычислении коэффициента постели C_3 по формуле (16) принято значение $k_3 = 1,25$.

Результаты вычисления контактных деформаций по предложенной методике, предусматривающей использование трансформированных диаграмм деформирования и многопараметрической модели основания, представлены на рисунке 4. Точность расчета была оценена в соответствии со стандартной процедурой приложения D [20]. Поправка среднего значения составила $b = 1,005$ при коэффициенте вариации вектора ошибок $V_\delta = 0,249$.

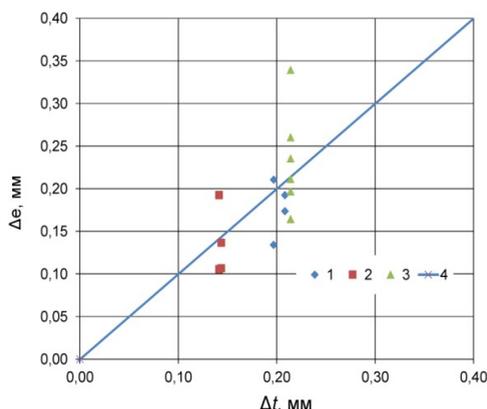


Рис. 4. Сопоставление опытных значений контактных деформаций Δ_ϵ элементов из высокопрочного тяжелого бетона с расчетными значениями Δ_t по предложенной методике (1 – призмы $150 \times 150 \times 600$ мм штамп 60 мм; 2 – призмы $150 \times 150 \times 600$ мм штамп 90 мм; 3 – призмы $100 \times 100 \times 400$ мм штамп 60 мм; 4 – линия $\Delta_t = \Delta_\epsilon$)

По предложенной методике были выполнены расчеты контактных деформаций 36 элементов из керамзитобетона, испытанных в работах [14–16]. Расчеты выполнялись при значениях коэффициента λ от 1,25 до 3,333, что соответствует условиям местного нагружения в узлах строительных конструкций. Расчеты выполнялись при уровнях напряжений под штампом $\sigma_c(0) = 0,5 f_{cm,c}(0)$. При вычислении коэффициента постели C_3 по формуле (16) принято значение $k_3 = 0,85$.

Результаты вычисления контактных деформаций элементов из керамзитобетона по предложенной методике представлены на рисунке 5. Точность расчета была оценена в соответствии со стандартной процедурой приложения D [20]. Поправка среднего значения составила $b = 0,983$ при коэффициенте вариации вектора ошибок $V_{\delta} = 0,239$.

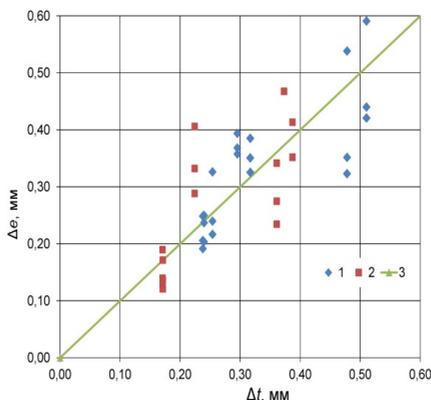


Рис. 5. Сопоставление опытных значений контактных деформаций Δ_{ϵ} элементов из керамзитобетона с расчетными значениями Δ_t по предложенной методике расчета (1 – средняя плотность керамзитобетона $\rho = 1320\text{--}1375 \text{ кг/м}^3$; 2 – средняя плотность $\rho = 1730\text{--}1770 \text{ кг/м}^3$; 3 – линия $\Delta_t = \Delta_{\epsilon}$)

Заклучение

1. Предложена методика расчета контактных деформаций элементов, учитывающая особенности деформирования при местном сжатии бетонов различной структуры, с использованием трансформированных диаграмм деформирования бетона и многопараметрической модели основания.

2. Выполнено сопоставление результатов расчетов по предложенной и другим методикам с экспериментальными данными исследований контактных деформаций элементов из высокопрочного тяжелого бетона и керамзитобетона. Анализ результатов расчет контактных деформаций по предложенной методике показал, что она обеспечивает необходимую точность расчета с учетом структуры бетона.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поздникин, В.М. Экспериментальные исследования деформаций бетона под подошвой жесткого штампа / В.М. Поздникин // Проблемы архитектурного проектирования промышленных предприятий, зданий и сооружений. – Свердловск, 1973. – С.82–87.
2. Коваль, Ю.В. Контактные деформации бетонов при кратковременном и длительном местном сжатии / Ю.В. Коваль // Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Киев, 1980. – 232 с.
3. Lieberum, K. Strength of Concrete on an Extremely Small Bearing Area / K. Lieberum K., H. Reinhardt // ACI Structural Journal. – 1989. – V. 86, № 1. – P. 67–76.
4. Рак, Н.А. Напряженно-деформированное состояние узлов сопряжения колонн кольцевого сечения со стропильными конструкциями / Н.А. Рак // Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Белорус. гос. политехн. акад. – Мн.: БГПА, 1994. – 216 с.
5. Rak, N. Calculation of Reinforced Concrete Member Deformation Under Local Compression / N. Rak // Modern Building Materials, Structures and Techniques: Proceedings of 4th international conference. – Vilnius, Technika, 1995. – Vol. II. – P. 46–51.
6. Reinhardt, H. Hochfester Beton unter Teilflashenbelastung / Reinhardt H., Koch R. // Beton- und Stahlbetonbau. – 1998. – Jahr. 93, № 7. – P. 182–188.
7. Klotz, S. Ultrahochfester Beton unter Teilflächenbelastung / S. Klotz. MBV, Berlin, 2008. – 224 p.
8. Рак, Н.А. Контактные деформации при местном сжатии элементов из тяжелого высокопрочного бетона / Н.А. Рак Н.А., Н. Аль-Арики // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2003. – № 1(19) – С.151-157.
9. Цискрели, Г.Д. Прочность керамзитобетона на смятие / Г.Д. Цискрели, А.Б. Пирадов, А.С. Кубанейшвили, О.М. Годрия // Бетон и железобетон. - 1970. - № 6.- С. 18-20.
10. Цейтлин, С.Ю. Прочность бетона на смятие по очень малым площадкам / С.Ю. Цейтлин, Д.И. Яровский // Бетон и железобетон. - 1992. - № 11.- С. 16-17.
11. Соколов, Б.С. Прочность объемных элементов из керамзитобетона при местном действии нагрузки / Б.С. Соколов, А.Б. Антаков // Изв. вузов. Строительство. - 1999 - № 5 - С. 139-144.

12. Соколов, Б.С. Исследования керамзитобетонных элементов при местном действии нагрузки / Б.С. Соколов, И.И. Мустафин // Инженерные проблемы современного железобетона: Сб. ст.- Иваново, ИВИСИ, 1995.- С. 381-387.

13. Соколов, Б.С. Прочность керамзитобетонных элементов при действии местной нагрузки / Б.С. Соколов, И.И. Мустафин // Изд. вузов. Строительство. - 1995. - № 1. - С. 7-10.

14. Бондарь, В.В. Контактные деформации элементов из легкого бетона, армированных поперечными сетками, при концентричном местном сжатии // В.В. Бондарь, Н.А. Рак // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. науч. трудов / МАиС Респ. Беларусь, РУП «Институт БелНИИС» – Минск: Минсктипроект, 2013. – Вып.5. – С. 27-39.

15. Бондарь, В.В. Деформации элементов из легкого бетона в условиях концентричного местного сжатия// В.В. Бондарь, Н.А. Рак // Инновации в бетоноведении, строительном производстве и подготовке инженерных кадров: материалы Международной научно-технической конференции, Минск, 9-10 июня 2016 г., БНТУ, ГП «Институт жилища – НИПТИС им. Атаева С.С., Союз строителей Респ. Беларусь. – Минск, БНТУ, 2016. – С. 44-50.

16. Бондарь, В.В. Соппротивление местному сжатию элементов из конструкционного керамзитобетона / В.В. Бондарь // Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Минск, 2017. – 160 с.

17. Рак, Н.А. Методика расчета контактных деформаций бетонных элементов при местном сжатии на основе трансформированных диаграмм деформирования бетона / Н.А. Рак // Строительная наука и техника.– 2006.– № 3(6). – С.53-57.

18. ТКП EN 1992-1-1-2009*. Еврокод. Основы проектирования строительных конструкций. – Минск: Минстройархитектуры Республики Беларусь, 2015. – 205 с

19. Рак, Н.А. Методика расчета контактных деформаций бетонных элементов при местном сжатии с использованием многопараметрической модели основания / Н.А. Рак // Строительная наука и техника.– 2008.– № 6(21). – С. 63-67.

20. ТКП EN 1990-2011. Еврокод. Основы проектирования строительных конструкций. – Минск: Минстройархитектуры Республики Беларусь, 2012. – 70 с.