

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМОЙ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ХРАНИЛИЩ УГЛЕВОДОРОДОВ**

**Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н.**

(Волгоградский государственный технический университет)

### **Аннотация**

В работе приведены результаты исследования напряженного состояния на контурах подземных выработок, поперечное сечение которых имеет вид трапеции и эллипса. Для подземной выработки, имеющей форму трапеции определены допустимые глубины ее заложения при различных значениях равномерного давления, приложенного в точках контуров выработок. Критерием определения допустимой глубины может служить условие отсутствия на контуре выработки точек, в которых тангенциальное нормальное напряжение превосходит пределы прочности вмещающей породы при растяжении и сжатии. Приведены графические изображения эпюр напряжений, действующих на контурах выработок.

Ключевые слова: отображающая функция, напряженное состояние, равномерное давление, горизонтальная выработка, подземное хранилище углеводородов, коэффициент бокового распора, глубина заложения

Хорошо известно, что одной из центральных задач геомеханики является задача об исследовании напряженного состояния горных пород вокруг одиночных выработок [1-4] в упругом изотропном массиве, причем особый интерес представляет проблема оценки напряжений в точках контуров выработок, так как решение этого вопроса связано с проблемой их прочности.

При решении плоских задач геометрическое строение поперечных сечений выработок можно получить при помощи функций комплексного переменного, осуществляющих отображение какой-либо из канонических областей, например, внешности единичного круга, на бесконечную односвязную область, грани-

цей которой является простая замкнутая кривая заданной конфигурации. В качестве отображающих функций выступают полиномы, как наиболее простой и хорошо изученный класс функций [5-8].

В данной работе в качестве отображающей функции воспользуемся функцией, предложенной В.К. Цветковым [9], и имеющей вид

$$z = \omega(\zeta) = i(A\zeta^{-1} + B\zeta + C\zeta^2 + D\zeta^3), \quad (1)$$

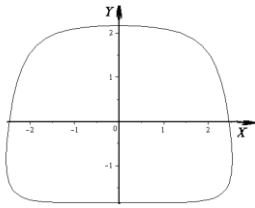
где  $A, B, C, D$  – действительные числа, при помощи которой ее автором был решен ряд актуальных задач геомеханики [9,10]. В работах [11,12] отображающая функция В.К. Цветкова была детально исследована и использована для решения задачи об определении допустимой глубины заложения подземной горизонтальной выработки.

Используя методику построения контуров сечений различных конфигураций и приведенные в работах [11,12] соотношения, вычислим коэффициенты отображающей функции (1), совершающей конформное отображение внутренности единичного круга на бесконечные односвязные области, границами которых являются кривые заданных размеров и конфигураций, имитирующие подземные выработки соответствующих поперечных сечений (рис.1). По построению, все отверстия, кроме астроидального, имеют размеры  $5 \times 4$ .

Положим в выражении (1)  $\zeta = e^{i\theta}$ . Тогда, отделяя вещественную часть от мнимой, получим уравнения контуров отверстий в параметрическом виде:

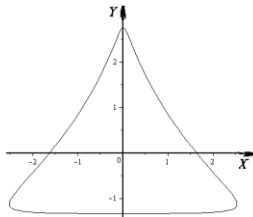
$$\begin{aligned} x(\theta) &= (A - B)\sin\theta - C\sin 2\theta - D\sin 3\theta, \\ y(\theta) &= (A + B)\cos\theta + C\cos 2\theta + D\cos 3\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $0 < \theta \leq 2\pi$ .



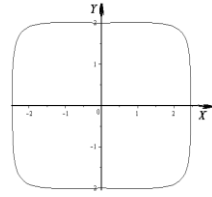
*a*

Трапециевидное  
отверстие:  
 $A=2.44, B=-0.24,$   
 $C=0.17, D=-0.2$



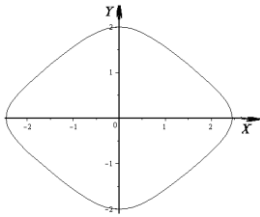
*б*

Треугольное  
отверстие:  
 $A=2.04, B=-0.1,$   
 $C=0.71, D=0.11$



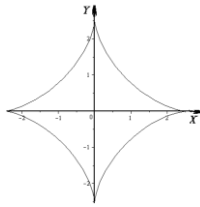
*в*

Прямоугольное  
отверстие:  
 $A=2.52, B=-0.23,$   
 $C=0, D=-0.29$



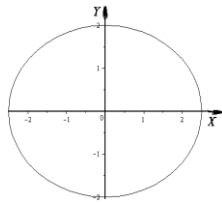
*г*

Ромбовидное  
отверстие:  
 $A=2.06, B=-0.23,$   
 $C=0, D=0.17$



*д*

Астроидальное  
отверстие:  
 $A=1.875, B=0,$   
 $C=0, D=0.625$



*e*

Эллиптическое  
отверстие:  
 $A=2.25, B=-0.25,$   
 $C=0, D=0$

Рис. 1. Формы поперечного сечения выработок (отверстий)

Рассмотрим подземную выработку неограниченной длины и сечения, форма которого определяется при помощи отображающей функции (1) и задается параметрическим уравнением (2). Будем полагать, что данная подземная выработка расположена на достаточно большой глубине  $H$ , причем, по контуру выработки действует всестороннее равномерное давление интенсивности  $p$ . Это позволяет рассматривать горную выработку как подземное хранилище углеводородов заданного размера и конфигурации. Для иллюстрации решений приводимых ниже задач будем рассматривать выработки лишь трапециевидной и эллиптической форм сечений.

Целью данной работы является анализ напряженного состояния в точках контуров подземных горных выработок, попереч-

ное сечение которых представляет собой трапецию и эллипс, а также определение допустимой глубины заложения выработки с трапециевидным отверстием при заданных значениях равномерного растягивающего давления, приложенного в точках контура выработки.

Следуя [12], заметим, что формула, описывающая напряженное состояние на контуре выработки сечения, форма которого определяется при помощи отображающей функции (1) при условии равномерного давления заданной интенсивности  $p$  в точках контура, имеет вид

$$\sigma_{\theta} = -\frac{\gamma H(F + G \cos \theta + Q \cos 2\theta) - p(K - 4U + (L - 4V) \cos \theta + (M - 4W) \cos 2\theta - N \cos 3\theta - R \cos 4\theta)}{K + L \cos \theta + M \cos 2\theta + N \cos 3\theta + R \cos 4\theta} \quad (3)$$

где  $F = (1 + \mu)(9D^2 + 4C^2 - A^2) + BS$ ;

$$Q = (1 + \mu)(A + 3D)B + (3D - A)S; \quad (4)$$

$$G = 2C((1 + \mu)(B + 6D) + S);$$

$$S = \frac{(1 + \mu)(A + D)B - 2(1 - \mu)A^2}{A - D};$$

$$U = \frac{AB^2}{A - D} + 4C^2 + 9D^2;$$

$$V = \frac{2C}{A - D}[AB + (A - D)(B + 6D)]; \quad (5)$$

$$W = \frac{B}{A - D}[6AD - A^2 - 3D^2];$$

$$K = A^2 + B^2 + 4C^2 + 9D^2, L = 4C(B + 3D),$$

$$M = 2B(3D - A), N = -4AC, R = -6AD; \quad (6)$$

$\gamma$  – объемный вес пород;

$\mu$  – коэффициент бокового распора;

$H$  – глубина заложения выработки,

$p$  – величина равномерного давления, приложенного контуру отверстия, причем будем полагать [4], что при  $p > 0$  контур выработки испытывает сжатие постоянной величины  $p$ , а при  $p < 0$  – растяжение той же интенсивности.

Формула (3) получена в предположении, что глубина заложения выработки  $H$  – существенна [11]. Следуя [1], будем полагать, что

$$H \geq 50R_{\max}, \quad (7)$$

где  $R_{\max}$  – наибольший линейный размер сечения выработки.

Нахождение нулей тангенциального нормального напряжения сводится к решению уравнения

$$\begin{aligned} &8Rpt^4 + 4Npt^3 + 2(Q\gamma H - (4W - M - 4R)p)t^2 + \\ &+(G\gamma HL + (4V - L - 3N)p)t + \\ &+(F - Q)\gamma H + (M - 4W + R - K + 4U)p = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $t = \cos \theta$ ,  $|t| \leq 1$ .

С учетом результатов работы [12] заметим, что экстремальные значения функции  $\sigma(\theta)$  (3) могут быть получены из следующих уравнений

$$\begin{aligned} &\sin \theta = 0, \\ &32a_1 \cos^5 \theta + 16a_2 \cos^4 \theta + 8(a_3 - 4a_1) \cos^3 \theta + 4(a_4 - 3a_2) \cos^2 \theta + \\ &+ 2(3a_1 - 2a_3 + a_5) \cos \theta + (a_2 - a_4 + a_6) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
a_1 &= -RQ\gamma H + (2RM - 4RW)p, \\
a_2 &= -(3/2 GR + 1/2 NQ)\gamma H + (3RL - 6RV + MN - 2NW)p, \\
a_3 &= -(GN + 4FR)\gamma H + (8RK + 2NL - 4VN - 16RU)p, \\
a_4 &= (1/2 QL - 1/2 MG - 5/2 GR - 3FN)\gamma H + \\
&+ (5RL + 2WL + 6NK - 10RV - 2VM - 12NU)p, \\
a_5 &= (2QK - 2MF - 2GN - 3RQ)\gamma H + \\
&+ (6MR + 4LN + 8WK - 12RW - 8VN - 8MU)p, \\
a_6 &= (GK + 3/2 QL - 5/2 NQ - 3/2 MG - FL)\gamma H + \\
&+ (5MN + 6WL + 4VK - 10NW - 6VM - 4LU)p.
\end{aligned} \tag{10}$$

Теперь, используя приведенные выше соотношения, рассмотрим задачу о распределении напряжений на контурах, изображенных на рис. 1а), е), имитирующих горизонтальные подземные горные выработки соответствующих форм сечений.

**Задача 1.** Исследовать напряженное состояние на границе односвязной бесконечной области наперед заданной формы в зависимости от величины численного значения давления, действующего по этой границе, при определенной величине коэффициента бокового распора.

Рассмотрим в качестве вмещающей породы гранит с объемным весом  $\gamma = 2.5 \text{ т/м}^3$  и пределами прочности при растяжении  $R_{\text{рас}} = -17 \text{ МПа}$  и сжатии  $R_{\text{сж}} = 200 \text{ МПа}$ . Поскольку наибольший линейный размер трапецевидной выработки – ее ширина, равная  $5 \text{ м}$ , то, с учетом (7), положим  $H = 250 \text{ м}$ . Тогда  $\gamma H = 625000 \text{ кг/м}^2$ .

При решении задачи используем два значения величины коэффициента бокового распора:  $\mu_1 = 0.25$  и  $\mu_2 = 1$ . Первое из них соответствует величине коэффициента Пуассона, которая, в среднем, для горных пород равна  $\nu = 0.20$  [1]. Второе соответствует величине коэффициента Пуассона  $\nu = 0.5$  и предполагает гидростатическое распределение напряжений в горном массиве, которое принимается при определении напряжений на достаточно больших глубинах [3].

**А. Выработка трапециевидного сечения.** Полагая в (2)

$$A = 2.44, B = -0.24, C = 0.17, D = -0.2, \quad (11)$$

получим контур в форме трапеции, изображенный на рис. 1а.

Коэффициенты (5) не зависят от коэффициента бокового распора и равны

$$\begin{aligned} U &= 0.529, V = 0.084, W = 0.818; \\ K &= 6.487, L = -0.571, M = 1.459; N = -1.659, R = 2.928. \end{aligned} \quad (12)$$

**Случай  $\mu_1 = 0.25$ .**

Подставляя значения коэффициентов (11) в формулы (4) получим

$$F_1 = -5.974; G_1 = -1.848; Q_1 = 10.505. \quad (13)$$

В качестве значений напряжений, приложенных к контуру выработки, положим:

$$p_1 = 0.1 \text{ МПа}, p_2 = 1 \text{ МПа}, p_3 = 2 \text{ МПа}. \quad (14)$$

Тогда прямые вычисления по формуле (8) с учетом (12), (13) дают следующие значения нулей:

$$\text{при } p_1 = 0.1 \text{ МПа} \quad \theta_1 = 0.409, \theta_2 = 2.516;$$

$$\text{при } p_2 = 1 \text{ МПа} \quad \theta_1 = 0.858, \theta_2 = 1.981;$$

$$\text{при } p_3 = 2 \text{ МПа} \quad \theta_1 = 1.120, \theta_2 = 1.748.$$

Вычислим экстремальные значения тангенциальных нормальных напряжений.

По формулам (9) и (10) с учетом (12), (13), получим:  
при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 1.077, \theta_2 = 1.391, \theta_3 = 2.099, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\theta) &= \sigma(\theta_5) = -295686.413, \\ \sigma_{\max}(\theta) &= \sigma(\theta_3) = 1902525.345; \end{aligned} \quad (15)$$

при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 0.564, \theta_2 = 1.465, \theta_3 = 2.313, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\theta) &= \sigma(\theta_3) = -2285189.351, \\ \sigma_{\max}(\theta) &= \sigma(\theta_2) = 905522.678; \end{aligned} \quad (16)$$

при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 0.691, \theta_2 = 1.446, \theta_3 = 2.269, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\theta) &= \sigma(\theta_3) = -6129468.054, \\ \sigma_{\max}(\theta) &= \sigma(\theta_2) = 557837.19 \end{aligned} \quad (17)$$

Проведенные вычисления позволяют выделить участки, на которых при заданных значениях равномерного давления действуют растягивающие напряжения.

При  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta \in (0, 0.409) \cup (2.516, 3.767) \cup (5.874, 2\pi);$$

при  $p_1 = 1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta \in (0, 0.858) \cup (1.981, 4.302) \cup (5.425, 2\pi);$$



при  $p_1 = 2 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta \in (0, 1.120) \cup (1.748, 4.535) \cup (5.163, 2\pi).$$

На остальных участках интервала  $(0, 2\pi)$  действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для выработки трапецевидной формы сечения при заданных значениях равномерного давления  $p_1, p_2$  и  $p_3$  в случае  $\mu_1 = 0.25$  приведены на рис.2.

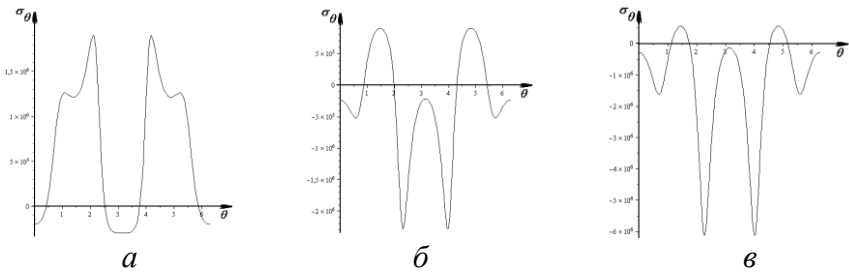


Рис. 2. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде трапеции при:  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  (а),  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  (б),  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  (в) и  $\mu_1 = 0.25$

Опираясь на результаты работы [11], и значения (15) – (17), исследуем прочность рассматриваемой выработки при данных значениях (14) давления. Для этого необходимо выполнение следующих неравенств

$$|\sigma_{\min}(\theta)| < |R_{\text{рас}}|/g, \quad |\sigma_{\max}(\theta)| < R_{\text{сжс}}/g. \quad (18)$$

Проверка показывает, что при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  оба неравенства (18) выполняются; при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  и  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  выполняется лишь второе из неравенств (18). Таким образом, при давлении, равном  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$ , данная выработка трапецевидной формы сечения является прочной, а при остальных двух значениях величины давления выработка теряет прочность, поскольку

растягивающее напряжение, прикладываемое к точкам контура выработки превышает предельно допустимое значение.

**Случай  $\mu_2 = 1$ .**

Подставляя значения коэффициентов (11) в формулы (4), получаем

$$F_2 = -10.858; G_2 = -1.117; Q_2 = 0.355; \quad (19)$$

Используя формулу (8) с учетом (12) и (19), получим следующие значения нулей:

при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  нулей нет;

при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$   $\theta_1 = 1.899, \theta_2 = 2.597$ ;

при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$   $\theta_1 = 0.469, \theta_2 = 1.206, \theta_3 = 1.606, \theta_4 = 2.765$ .

Вычислим экстремальные значения тангенциальных нормальных напряжений.

При  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 0.754, \theta_2 = 1.492, \theta_3 = 2.229, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\theta) = \sigma(\theta_5) &= 456230.922, \\ \sigma_{\max}(\theta) = \sigma(\theta_3) &= 2291719.722 \end{aligned} \quad (20)$$

При  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 0.846, \theta_2 = 1.340, \theta_3 = 2.249, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\theta) = \sigma(\theta_3) &= -1289352.193, \\ \sigma_{\max}(\theta) = \sigma(\theta_4) &= 796300.855 \end{aligned} \quad (21)$$

И, наконец, при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  имеем

$$\theta_1 = 0.792, \theta_2 = 1.413, \theta_3 = 2.242, \theta_4 = 0, \theta_5 = \pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned}\sigma_{\min}(\theta) &= \sigma(\theta_3) = -5261060.096, \\ \sigma_{\max}(\theta) &= \sigma(\theta_4) = 752311.047\end{aligned}\quad (22)$$

Выделим участки, на которых при заданных значениях равномерного давления действуют сжимающие и растягивающие напряжения. Имеем

при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  на интервале  $(0, 2\pi)$  действуют только сжимающие напряжения;

при  $p_1 = 1 \text{ МПа}$  имеем  $\theta \in (1.899, 2.597) \cup (3.686, 4.384)$ ;

при  $p_1 = 2 \text{ МПа}$

$\theta \in (0.469, 1.206) \cup (1.606, 2.765) \cup (3.518, 4.677) \cup (5.077, 5.814)$

на остальных участках интервала  $(0, 2\pi)$  действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для выработки трапецевидной формы сечения при заданных значениях равномерного давления  $p_1, p_2$  и  $p_3$  в случае  $\mu_2 = 1$  приведены на рис.3.

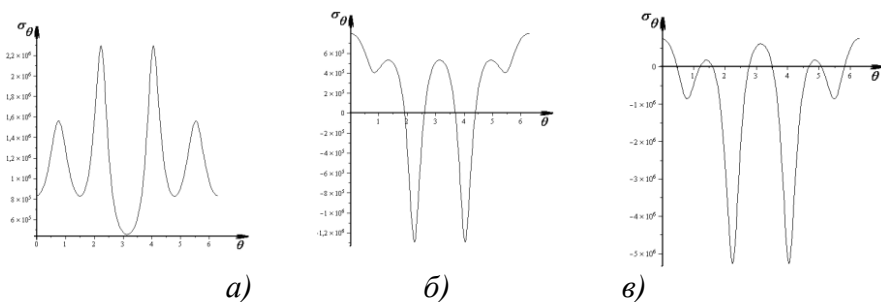


Рис. 3. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде трапеции при:  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  (а),  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  (б),  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  (в) и  $\mu_2 = 1$

Для определения прочности выработки воспользуемся неравенствами (18). Проверка справедливости этих неравенств с учетом значений (20) – (22) показывает, что при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  не выполняется первое из неравенств (18), что означает потерю

прочности трапецевидной выработки при данном значении интенсивности растяжения.

**Б. Выработка эллиптического сечения.** Полагая в (2)

$$A = 2.25, B = -0.25, C = D = 0, \quad (23)$$

получим контур в форме эллипса, изображенный на рис.1е.

Тогда, применяя формулы (5), получаем

$$\begin{aligned} U &= 0.0625, V = 0, W = 0.5625, \\ K &= 5.125; L = 0; M = 1.125; N = R = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

**Случай  $\mu_1 = 0.25$ .**

Подставляя значения коэффициентов (23) в формулы (4), имеем

$$F_1 = -5.406; G_1 = 0; Q_1 = 7.594. \quad (25)$$

Прямые вычисления по формуле (8) с учетом (24), (25) дают следующие значения нулей:

$$\text{при } p_1 = 0.1 \text{ МПа } \theta_1 = 0.448, \theta_2 = 2.693;$$

$$\text{при } p_2 = 1 \text{ МПа } \theta_1 = 0.998, \theta_2 = 2.143;$$

$$\text{при } p_3 = 2 \text{ МПа } \text{ нулей нет.}$$

Тогда отметим участки, на которых действуют растягивающие напряжения. Имеем

$$\text{при } p_1 = 0.1 \text{ МПа } \theta \in (0, 0.448) \cup (2.693, 3.59);$$

$$\text{при } p_1 = 1 \text{ МПа } \theta \in (0, 0.998) \cup (2.143, 4.14) \cup (5.285, 2\pi);$$

на остальных участках интервала  $(0, 2\pi)$  действуют сжимающие напряжения.

При  $p_1 = 2 \text{ МПа}$  на всем интервале  $(0, 2\pi)$  действуют растягивающие напряжения.

Вычислим экстремальные значения тангенциального нормального напряжения.

Уравнение (9) с учетом (24), (25), дает значения  $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/2$ . Тогда имеем

при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = -278750, \sigma(\theta_2) = 1881250$ ;

при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = -818750, \sigma(\theta_2) = 531250$ ;

при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = -1418750, \sigma(\theta_2) = -968750$ .

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для данной выработки с эллиптическим отверстием приведены на рис.4.

**Случай  $\mu_2 = 1$ .**

Подставляя значения коэффициентов (23) в формулы (4), получаем

$$F_2 = -10; G_2 = 0; Q_2 = 0. \quad (26)$$

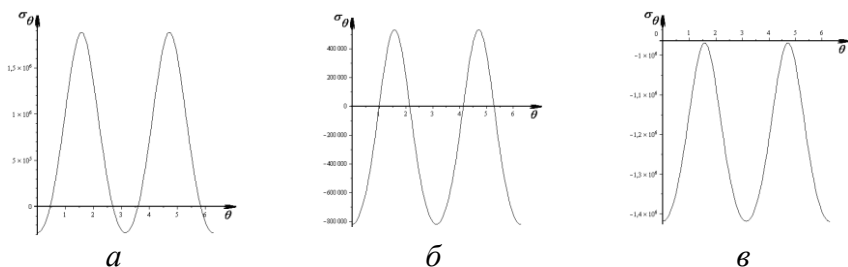


Рис. 4. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде эллипса при:  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  (а),  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  (б),  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  (в) и  $\mu_1 = 0,25$

Вычисления по формуле (8) с учетом (24) и (26) показывают, что ни при одном из принятых значений давления  $p_1, p_2, p_3$  нулей нет.

Тогда, при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$  и при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$  на всем интервале  $(0, 2\pi)$  действуют сжимающие напряжения, а при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$  на всем интервале действуют растягивающие напряжения.

Уравнение (9) с учетом (24) и (26) дает те же значения аргументов –  $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/2$ . Тогда имеем

при  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = 940000, \sigma(\theta_2) = 1412500$ ;

при  $p_2 = 1 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = 400000, \sigma(\theta_2) = 62500$ ;

при  $p_3 = 2 \text{ МПа}$   $\sigma(\theta_1) = -200000, \sigma(\theta_2) = -1437500$ .

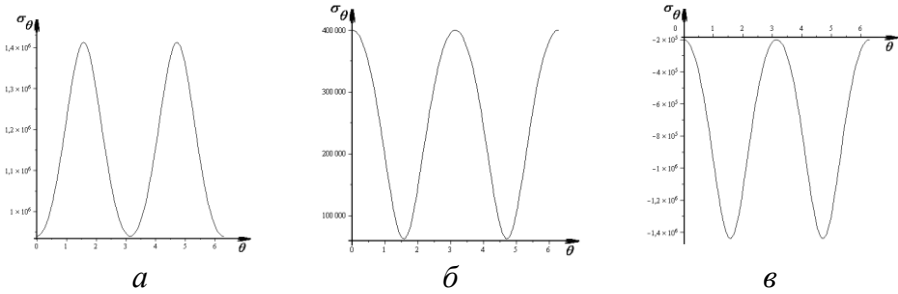


Рис.5. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде эллипса при:  $p_1 = 0.1\text{МПа}$  (а),  $p_2 = 1\text{МПа}$  (б),  $p_3 = 2\text{МПа}$  (в) и  $\mu_2 = 1$

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для выработки с эллиптическим отверстием приведены на рис.5.

Проверка показывает, что при всех трех значениях давлений  $p_1, p_2, p_3$  на контурах и при обеих значениях коэффициента бокового распора оба неравенства (18) выполняются. Следовательно, рассматриваемая выработка эллиптического сечения является прочной при данных значениях коэффициентов бокового распора  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .

**Задача 2.** Рассматривая в качестве вмещающей породы гранит с объемным весом  $\gamma = 2.5\text{м}/\text{м}^3$  и пределами прочности при растяжении и сжатии, равными  $R_{\text{рас}} = -17\text{МПа}$  и  $R_{\text{сж}} = 200\text{МПа}$ , и, принимая коэффициент бокового распора  $\mu = 0.25$ , определить допустимую глубину заложения трапецевидной горизонтальной подземной выработки, рассмотренной в предыдущей задаче при  $p_1 = 0.1\text{МПа}$  и  $p_2 = 1\text{МПа}$ .

Вначале определим допустимую глубину заложения выработки при  $p_0 = 0$ .

Пользуясь формулами (9) и (10), получим уравнение

$$\begin{aligned}
 & -984.276 \cos^5 \theta + 269.285 \cos^4 \theta + 1519.489 \cos^3 \theta - \\
 & -273.388 \cos^2 \theta - \\
 & -341.525 \cos \theta + 57.904 = 0,
 \end{aligned} \tag{27}$$

решая которое, имеем

$$\theta_1 = 1.031, \theta_2 = 1.401, \theta_3 = 2.126.$$

Присоединяя к этим значениям  $\theta_4 = 0, \theta_5 = \pi$ , получим все нули тангенциального нормального напряжения. Применяя формулу (3), имеем

$$\begin{aligned}\sigma(\theta_1) &= 2.145\gamma H, \sigma(\theta_2) = 1.998\gamma H, \sigma(\theta_3) = 3.559\gamma H, \\ \sigma(\theta_4) &= -0.310\gamma H, \sigma(\theta_5) = -0.486\gamma H,\end{aligned}$$

откуда

$$\sigma_{\min}(\theta) = \sigma(\theta_5), \sigma_{\max}(\theta) = \sigma(\theta_3). \quad (28)$$

Согласно [12]

$$R_{\min}(\theta) = \sigma_{\min}(\theta)g, R_{\max}(\theta) = \sigma_{\max}(\theta)g, \quad (29)$$

где  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ .

Подставляя данные задачи в (29), и, учитывая (28), получим

$$H_{\text{рас}} \approx 1425 \text{ м}, H_{\text{сж}} \approx 2293 \text{ м}. \quad (30)$$

Следовательно, на глубине  $H > \min(H_{\text{рас}}, H_{\text{сж}}) \approx 1425 \text{ м}$  рассматриваемая трапецевидная подземная выработка в горном массиве, сложенном гранитом, теряет прочность.

Теперь, полагая  $p_1 = 0.1 \text{ МПа}$ , и, учитывая полученное значение допустимой глубины заложения при отсутствии давления на контуре выработки, по формуле (3) имеем значение

$$H_{\text{рас}} \approx 1432 \text{ м}. \quad (31)$$

И, наконец, полагая  $p_2 = 1\text{МПа}$ , получим

$$H_{рас} \approx 1458\text{м.} \quad (32)$$

Таким образом, увеличение давления на контур выработки приводит к увеличению глубины ее заложения.

### **Выводы**

1. Рассмотренные в работе формулы для вычисления значений тангенциальных нормальных напряжений, нахождение их нулей и экстремальных значений на контурах выработок различного поперечного сечения позволяют проводить исследование напряженного состояния выработок, находящихся на заданной глубине, испытывающих равномерное внутреннее давление при заданных физико-механических свойствах горных пород.

2. На примере выработок трапециевидного и эллиптического сечений при заданном типе горной породы, глубине заложения выработки и величинах равномерного растягивающего давления вычислены значения величины тангенциального нормального напряжения и определены участки контуров выработок, на которых действуют растягивающие и сжимающие напряжения.

3. Для выработки, имеющей поперечную форму сечения в виде трапеции определены величины допустимых глубин заложения выработок при заданных значениях равномерного растягивающего давления, приложенного к их контурам. Показано, что при увеличении значений давления, приложенных к контуру выработки, увеличивается допустимая глубина ее заложения.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1 Цимбаревич, П. М. Механика горных пород / П. М. Цимбаревич. – Москва : Углетехиздат, 1948. 184 с.

2 Глушко, В. Т. Оценка напряженно-деформированного состояния массивов горных пород [Текст] / В. Т. Глушко, С. П. Гавеля. – Москва : Недра, 1986. 221 с.



3 Турчанинов, И.А. Основы механики горных пород/ И.А. Турчанинов, М.А. Иофис, Э.В. Каспарьян. – Л.: Недра. 1989. 488 с.

4 Булычев, Н. С. Механика подземных сооружений / Н. С. Булычев. – М. : Недра, 1989. – 270 с.

5 Канторович, Л. В. Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. – Москва : ГИТТЛ, 1962. 709 с.

6 Фильчаков, П. Ф. Приближенные методы конформных отображений : справ. рук. / П. Ф. Фильчаков. – Киев : Наукова Думка, 1964. 536 с.

7 Савин, Г. Н. Распределение напряжений около отверстий / Г. Н. Савин. – Киев : Наукова думка, 1968. 888 с.

8 Фильчакова, В. П. Конформные отображения областей специального типа : справ. рук. / В.П. Фильчакова. – Киев : Наукова Думка, 1972. 252 с.

9 Цветков, В. К. Определение форм сечений горных выработок с заданными напряжениями на контурах / В. К.Цветков // ФТПРПИ. – 1986. – № 2. – С. 24–29.

10 Цветков, В.К. Расчет рациональных параметров горных выработок / В.К. Цветков. – М. : Недра, 1993. 251 с.

11 Богомолов, А.Н. Методы теории функций комплексного переменного в задачах геомеханики / А.Н. Богомолов, А. Н. Ушаков. – Волгоград: ВолгГАСУ : Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2014. – 227 с.

12 Богомолов, А.Н. Определение глубины заложения горизонтальной выработки на основе анализа напряженного состояния вмещающего массива/ А.Н. Богомолов, О.А.Богомолова, А.Н. Ушаков // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2017. № 5. С. 2 – 9.