

УДК 311606.С72

АЛГОРИТМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ
THE ALGORITHM USING EXPONENTIAL SMOOTHING

С.Н. Спирков, канд. техн. наук, профессор
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Беларусь
S. Spirkov, Ph.D. in Engineering, Professor
Belarusian national technical University, Minsk, Belarus

ВВЕДЕНИЕ

Метод наименьших квадратов, используемый для подбора адекватной функции при аналитическом выравнивании, предполагает неизменность моделей как на участке наблюдения за рядом динамики, так и на интервале прогнозирования. При этом вычисляемые оценки неизвестных параметров моделей позволяют получить зависимости, соответствующие одинаково хорошо всем имеющимся данным о ряде динамики. По мере поступления новой информации о социально-экономическом явлении полученные оценки уточняются. При принятом допущении вся информация о ряде динамики имеет одинаковую ценность и используется в расчетах в одинаковой мере.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Однако не всегда можно быть уверенным в том, что принятая модель процесса (параметры модели) не меняются. Очень важно, чтобы прогнозирующая система, включающая тот или иной математический аппарат, могла автоматически распознавать эти изменения.

Одним из путей решения этой задачи является применение при сглаживании и прогнозировании социально-экономических явлений метода экспоненциального сглаживания. С этой целью используется сглаженная функция наблюдений

$$\hat{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_{t-1}. \quad (1)$$

Секция «ЭКОНОМИКА АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА»

Операция расчета (1), выполняемая с каждым новым наблюдением, называется экспоненциальным сглаживанием. Величина $\alpha \approx 1/n$ называется постоянной сглаживания. Из выражения (1.1) следует, что текущее значение сглаженной величины \hat{y}_t равно предыдущему ее значению плюс некоторая доля разности между текущим наблюдением y_t и предыдущим значением сглаженной величины \hat{y}_{t-1} . Так как операция (1) проводится одинаково для всех значений ряда динамики, запишем выражение (1) для учета более ранних значений в виде:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= \alpha \cdot y_t + (1-\alpha)[\alpha \cdot y_{t-1} + (1-\alpha) \cdot \hat{y}_{t-1}] = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha)[\alpha \cdot y_{t-1} + (1-\alpha)[\alpha \cdot y_{t-2} + (1-\alpha) \cdot \hat{y}_{t-3}]] = \\ &= \alpha \cdot y_t + \alpha(1-\alpha) \cdot y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 \cdot y_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^n \cdot y_{t-n} + \dots + (1-\alpha)^t \cdot y_0 = \\ &= \alpha \cdot \sum_{k=1}^{t-1} (1-\alpha)^k \cdot y_{t-k} + (1-\alpha)^t \cdot y_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, сглаженная величина \hat{y}_t является линейной комбинацией всех значений ряда динамики, вес которых убывает по геометрической прогрессии со временем (рис. 1).

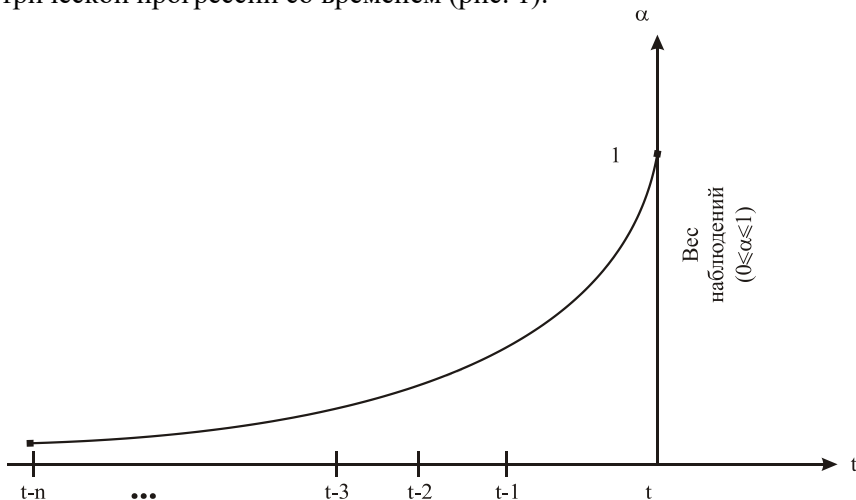


Рисунок 1 – Вес наблюдений при экспоненциальном сглаживании

Секция «ЭКОНОМИКА АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА»

Текущее наблюдение y_t имеет вес α . Значение α лежит в интервале (0,1). Как следует из рекуррентного выражения (2), при проведении экспоненциального сглаживания необходимо знать начальное значение сглаживающей функции. В некоторых случаях это значение могут задавать эксперты, а в других – за начальное значение можно взять первое значение ряда динамики или среднее значение за весь интервал наблюдения.

Пример: По данным о курсе валюты за десять месяцев текущего года (таблица 1) произвести анализ основной тенденции развития.

Таблица 1 – Значения курса валют, у.е.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Курс валюты, y_i	3,46	3,14	5,45	2,68	2,93	3,30	2,71	4,30	3,24	2,04
Сглаженные значения, \hat{y}_{t_i}	3,34	3,32	3,53	3,45	3,40	3,39	3,32	3,42	3,40	3,26

Решение. Возьмем за начальное значение ряда динамики \hat{y}_{t-10} среднее значение ряда $\bar{y} = \hat{y}_{t-10} = 3,325$, а постоянную сглаживания $\alpha \approx 1/n = 0,1$. Согласно операции (1) сглаженные функции наблюдений имеют вид:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= 0,1 \cdot y_t + 0,9 \cdot \hat{y}_{t-1}; \\ \hat{y}_{t-1} &= 0,1 \cdot y_{t-1} + 0,9 \cdot \hat{y}_{t-2}; \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{y}_{t-9} &= 0,1 \cdot y_{t-9} + 0,9 \cdot \hat{y}_{t-10}. \end{aligned}$$

Тогда сглаженные значения курса валюты будут равны:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t-9} &= 0,1 \cdot 3,46 + 0,9 \cdot 3,325 = 3,34; \\ \hat{y}_{t-8} &= 0,1 \cdot 3,14 + 0,9 \cdot 3,34 = 3,32; \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{y}_t &= 0,1 \cdot 2,04 + 0,9 \cdot 3,40 = 3,26. \end{aligned}$$

Из рисунка 2 видно, что если по данным курса валюты никакой тенденции ее изменения не видно, и даже наблюдается, на первый

Секция «ЭКОНОМИКА АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА»

взгляд, снижение курса валюты, то сглаженные значения ряда показывают, что курс валюты практически остается на одном и том же уровне. Экстраполируя уровень развития курса валюты, можно получить его прогнозируемое точечное значение, а также интервальную оценку прогноза.

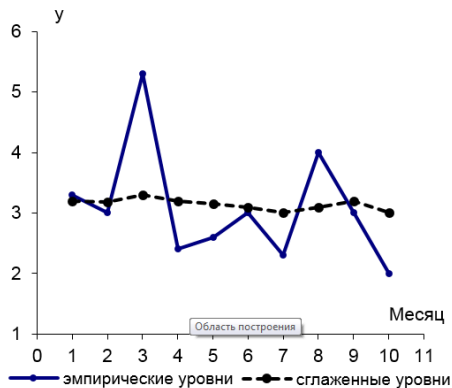


Рисунок 2 – Изменение курса валюты за десять месяцев

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важно иметь в виду, что экстраполяция в рядах динамики носит не только приближенный, но и условный характер. Это обусловлено распространением на ряды динамики положений корреляционно-регрессионного анализа выборочных совокупностей. Эти вопросы в теории статистики разработаны недостаточно. Поэтому применение методов экстраполяции в рядах динамики не является самоцелью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: Учеб.- Минск: Финансы и статистика, 2000.
2. Ионин, В.В. Статистика: курс лекций/ В.В. Ионин.- Минск: ИН-ФРА-М, 2000.