

конечное количество транзакций. Это одна из главных особенностей блокчейна.

Все операции проводятся между субъектами напрямую. А осуществляются они за счет того, что все участники подключены к одной сети – Blockchain. Процесс шифрования, известный как хеширование, выполняется большим количеством разных компьютеров, работающих в одной сети. Если в результате их расчетов все они получают одинаковый результат, то блоку присваивается уникальная цифровая сигнатура (подпись). Как только реестр будет обновлён и образован новый блок, он уже больше не может быть изменён. Таким образом подделать его невозможно. К нему можно только добавлять новые записи. Важно учесть то, что реестр обновляется на всех компьютерах в сети одновременно. Таким образом, можно сказать, что без блокчейна не было бы и криптовалют.

УДК 373.5.016:004

Матюшёнок А.А.

## **МЕТОД ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ИНФОРМАТИКЕ**

*МГУ имени А.А. Кулешова, г. Могилёв*

*Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук Марченко И.В.*

В данной работе излагается метод предварительных вычислений данных для улучшения асимптотики решений задач в области структур данных и теории чисел.

Рассмотрим на примерах сравнение метода полного перебора и метода генерации объектов.

Довольно часто в олимпиадной практике встречается следующий тип задач: задана произвольная функция  $f(x)$ , определенная в целочисленных значениях. Требуется определить количество решений уравнения  $f(x) = k$  на отрезке  $[a, b]$ .

Традиционный метод решения таких задач сводится к последовательному вычислению значений  $f(x)$  при  $\forall x \in [a, b]$ ,

и если  $f(x) = k$ , то значение переменной, отвечающей за подсчёт элементов, увеличивается на 1.

### Задача «Красивые числа»

Число называется красивым, если сумма его цифр в десятичной системе счисления делится на количество цифр в нём. Требуется найти количество красивых чисел, не превышающих число  $N$  ( $N \leq 10^5$ ).

Решение. Пусть  $A = \overline{a_1 a_2 \dots a_k}$ , тогда  $G(A) = \sum_{i=1}^k a_i$  и

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } G(a) \bmod k = 0, \\ 0, & \text{если } G(a) \bmod k \neq 0. \end{cases}$$

Фрагмент кода, который находит значение  $G(x)$  и число  $k$  :

```
s:=0;
```

```
k:=0;
```

```
while a >0 do
```

```
begin
```

```
s:= s + a mod 10;
```

```
a:= a div 10;
```

```
k:= k + 1;
```

```
end;
```

При решении задачи возможны следующие ошибки учащихся:

1. Зацикливание из-за бесконечного деления числа 0 на 10, если в условии цикла заменить строгое неравенство  $a > 0$  на нестрогое  $a \geq 0$ .

2. Значения переменных  $s$  и  $k$  в конце программы будут случайными числами, если не обнулить их в начале.

Итоговая асимптоматика решения:  $N * Length(M)$ , где  $N$  – длина отрезка,  $Length(M)$  – длина (количество цифр) максимального числа.

Однако существуют примеры задач, где стандартное решение неприменимо в силу того, что оно работает очень медленно, если длина отрезка, на котором необходимо вести поиск, достаточно велика (больше, чем  $10^7$ ), а количество искомым элементов – относительно невелико (меньше, чем  $10^5$ ).

### Задача «2-3 числа»

Целое положительное число называется 2-3 -числом, если имеет вид  $2^x \times 3^y$  для некоторых неотрицательных чисел  $x$  и  $y$ , т.е. если среди простых делителей числа имеются только числа 2 и 3. Выведите количество 2-3-чисел на отрезке  $[L, R]$ .

Ограничения:  $1 \leq L \leq R \leq 10^9$ . Время исполнения – 1 секунда.

Решение. Значения функции  $F(x)$  явно определено в условии задачи и

$$F(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 2^a * 3^b; a, b \in \mathbb{Z}, \\ 0, & \text{если } x \neq 2^a * 3^b; a, b \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

В данном случае стандартный алгоритм даёт верный результат, но не укладывается в лимит времени.

Для получения полного решения заметим, что чисел до  $10^9$ , являющимися степенью двойки, всего 29, т.к.  $2^{30} = 1073741824$ . Количество чисел, являющимися степенью тройки – всего 18, т.к.  $3^{19} = 1162261467$ , а любое 2-3-число есть произведение соответствующих степеней 2 и 3, то есть количество таких чисел не превышает  $29 \times 19 = 551$ . Поэтому необходимо сгенерировать два массива степеней, а затем последовательно перемножить каждый элемент с каждым.

После выполнения данных операций у нас имеются все необходимые числа в диапазоне  $[1..10^9]$  и задача сводится к тому, чтобы за один проход по массиву определить те, которые лежат во введённом отрезке.

Данный метод имеет сложность  $30 \times 20 \times 2 = 1200$  операций и программа выполняется за  $1200 / 10^8 \approx 0.00001$  сек. Итоговая асимптотика:  $\log_2 N \times \log_3 N$ , где  $N$  – длина отрезка.