

Методы конечных разностей конечных элементов в системах моделирования литейных процессов

Студенты гр. 104319 Дингилевский С.П., Кобяков К.В.
Научный руководитель – Чичко А.Н.
Белорусский национальный технический университет
г. Минск

Конечно-разностные уравнения для сеточных функций тока и вихря получаются интегроинтерполяционным методом путем аппроксимации интегральных соотношений интегральных аналогов дифференциальных уравнений. Используются разнесенные сетки: сеточная функция тока вычисляется в целочисленных узлах сетки, компоненты метрического тензора, якобиан преобразования и функция вихря в центрах ячеек. Использование разнесенных сеток позволяет сохранить некоторые свойства решения дифференциальных уравнений, в частности, уравнение неразрывности на криволинейной сетке выполняется на каждом шаге итерационного процесса с точностью до ошибок округления.

Наиболее наглядно разница между МКЭ и МКР видна по способу дискретизации геометрии. При МКЭ расчетная геометрия (КЭ-сетка) представляет набор относительно крупных неправильных треугольных пирамид непрерывно без пересечений заполняющих расчетную область произвольной конфигурации - собственно геометрию моделируемого объекта. Применительно к ЛП это будет геометрия отливки и формы. (На самом деле вид конечного элемента может быть любым, в том числе и с криволинейными гранями, однако чаще всего используются тетраэдральные четырех узловые элементы.) При МКР расчетная геометрия чаще всего представляет из себя набор относительно мелких параллелепипедов, полученных наложением непрерывной прямоугольной ортогональной сетки на прямоугольную расчетную область, в которую вписана геометрия отливки и формы. В общей разностной постановке конфигурация ячейки может быть и не параллелепипедом, а например в 2D правильным шестиугольником, но неортогональные сетки практически не применяются. На рисунке 1 показан пример элементных и разностных разбинок для цилиндра.

Оба метода относятся к классу сеточных методов приближенного решения краевых задач. С точки зрения теоретических оценок точности методы обладают примерно равными

возможностями. В зависимости от формы области, краевых условий, коэффициентов исходного уравнения оба метода имеют погрешности аппроксимации от первого до четвертого порядка относительно шага. В силу этого они успешно используются для разработки программных комплексов автоматизированного проектирования технических объектов.

Методы конечных элементов и конечных разностей имеют ряд существенных отличий. Прежде всего, методы различны в том, что в МКР аппроксимируются производные искомых функций, а МКЭ – само решение, т.е. зависимость искомых функций от пространственных координат и времени. Методы сильно отличаются и в способе построения сеток. В МКР строятся, как правило, регулярные сетки, особенности геометрии области учитываются только в около граничных узлах. В связи с этим МКР чаще применяется для анализа задач с прямолинейными границами областей определения функций. К числу традиционных задач, решаемых на основе МКР, относятся исследования течений жидкостей и газов в трубах, каналах с учетом теплообменных процессов и ряд других. В МКЭ разбиение на элементы производится с учетом геометрических особенностей области, процесс разбиения начинается от границы с целью наилучшей аппроксимации её геометрии. Затем разбивают на элементы внутренние области, причем алгоритм разбиения строится так чтобы элементы удовлетворяли некоторым ограничениям, например стороны треугольников не слишком отличались по длине и т.д. Поэтому МКЭ наиболее часто используется для решения задач с произвольной областью определения функций, таких, как расчет на прочность деталей и узлов строительных конструкций, авиационных и космических аппаратов, тепловой расчет двигателей и т.д.

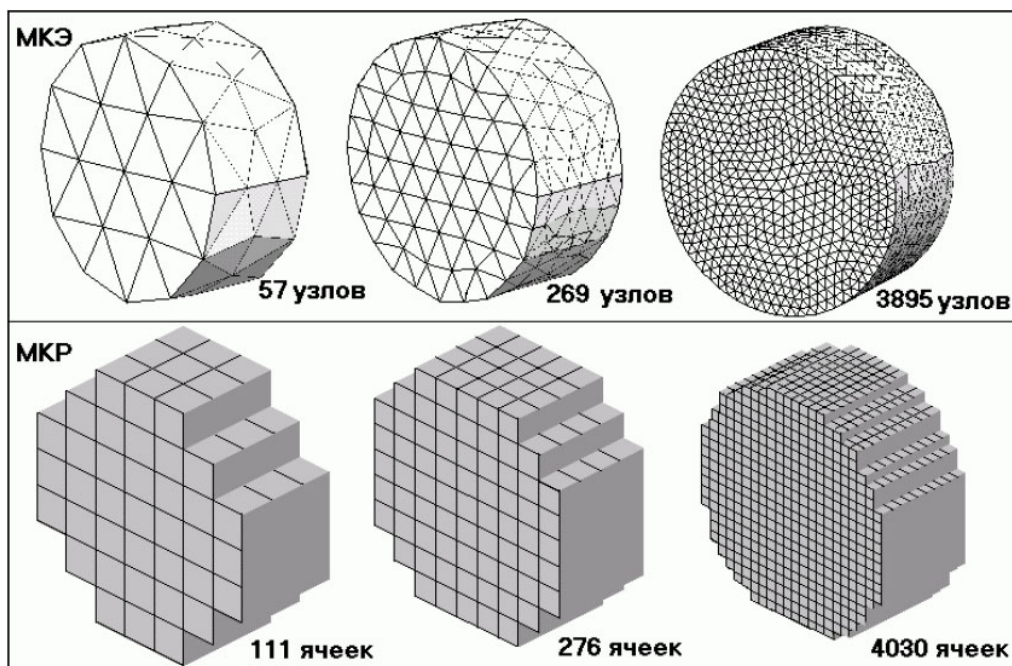


Рисунок 1 – Разбивки цилиндра при МКЭ и МКР при близких значениях густоты сетки

Общей проблемой методов является высокая размерность результирующей системы алгебраических уравнений (несколько десятков тысяч в реальных задачах). Поэтому реализация МКР и МКЭ в составе САПР требует разработки специальных способов хранения матрицы коэффициентов системы и методов решения последней.

Литература

1. Тихомиров М.Д., Основы моделирования литейных процессов. Тепловая задача//Литейное производство.-1998.-№ 4.-С.30-34.

2. Сегерлинд Л.Дж., Применение метода конечных элементов/Пер. с англ. -М., Мир, 1979.-392 с.
3. Гиршович Н.Г., Нехендзи Ю.А. Аналитические решения простейших задач о затвердевании отливок разной конфигурации. //Литейное производство. – 1956.- № 3.-С.14-19; № 4.-С.13-17; № 6.-С.13-17; № 12.-С.13-18.